方法论全书

（I）

哲学逻辑学方法

李志才　主编



南京大学出版社

方法论全书
（I）

哲学逻辑学方法

李志才　主编

南京大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

方法论全书. 1，哲学逻辑学方法／李志才主编，
南京：南京大学出版社，2000.3
ISBN 7-305-03381-2

Ⅰ.方... Ⅱ.李... Ⅲ.①哲学-方法论②逻辑学-方法论 Ⅳ.B026

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2000）第 17999 号

丛 书 名 方法论全书(1)
书　　名 哲学逻辑学方法
主　　编 李志才
出 版 者 南京大学出版社
（南京汉口路 22 号南京大学校内　邮编 210093）
印　　刷 阜宁人民印刷厂
发　　行 江苏省新华书店　全国各地新华书店经售
开　　本 850×1168 1/32　印张 25.25　字数 656 千
2000 年 3 月第 1 版　2000 年 3 月第 1 次印刷
印　　数 1-1000
定　　价 39.00 元
ISBN　7-305-03381-2/273

本卷说明

《方法论全书》共10卷。其中第Ⅰ卷为《哲学逻辑学方法》；第2卷为《应用逻辑学方法》；第3卷为《自然科学方法》；第4卷为《工程技术方法》；第5卷为《人工智能方法》；第6卷为《社会科学方法》；第7卷为《符号学文艺学方法》；第8卷为《管理方法》；第9卷为《方法论历史》；第10卷为《方法论现代信息》。

本书是第Ⅰ卷：《哲学逻辑学方法》。其中包括第一部"方法论原理"；第二部"哲学方法论"，包含辩证唯物主义方法论、实用主义方法论、逻辑实证主义方法论、分析哲学方法论、科学哲学方法论、现象学方法论、存在主义方法论、结构主义方法论、解释学方法论；第三部"逻辑学方法"，包含普通逻辑、数理逻辑方法（其中又含：逻辑演算、集合论、证明论、递归论、模型论）、非标准逻辑方法（亦称非经典逻辑方法），在非标准逻辑方法中，又包含"模态逻辑"、"相干逻辑"、"多值逻辑"、"模糊逻辑"、"直觉主义逻辑"、"次协调逻辑"、"悖论"。另外还有"归纳逻辑"，以及较新发展的"概率逻辑"、"辩证逻辑"、"形象逻辑"和"逻辑哲学"；共27种学科方法。在各科正文之后，均附有参考文献，以供研究参考；在全卷最后附有各科的术语和人名索引（术语一般只注其第一次出现的页码），以供检索。

《方法论全书》(I)
《哲学逻辑学方法》

工作人员名单

全书顾问　莫绍揆　冯　契
全书主编　李志才
本卷主编　戴文麟　吕义忠　桂起权
　　　　　赵总宽　李志才
本卷撰稿人　（以学科排列先后为序）
　　　　　李志才　孙显元　翁　熙
　　　　　顾　肃　倪梁康　戴文麟
　　　　　张继武　哲　吾　莫绍揆
　　　　　吕义忠　丁德成　武翰敏
　　　　　王园园　杨百顺　刘书斌
　　　　　桂起权　李小五　倪鼎夫
　　　　　赵总宽

《方法论全书》总序

人类社会文明发展史表明，文明的发生、发展，主要是靠认识世界和改造世界的能力，而这种能力的主要标志是具有相关的经验和科学技术以及运用经验和科学技术的方法系统．经验和科学技术，一旦转化为方法系统，就具有了控制世界、改造世界的创造性功能，就可以转化为直接生产力．因此，历代哲学家和科学家，都特别重视方法系统的研究．古希腊哲学和科学的代表人物亚里士多德，就特别重视方法论的研究，他最早创立了系统的方法论著作《工具论》．他为适应当时科学研究的需要，总结概括了当时在数学、几何学、语言学等科学材料中的思维实际经验，创立了古典的形式逻辑系统，并把它定义为关于科学研究的方法和原则的科学．近代实证科学的鼻祖培根，总结了文艺复兴以后的近代科学活动经验，著就了《新工具》，他提出了"知识就是力量"的名言；并提出了完整的归纳方法系统．笛卡儿根据自己对数学以及当时其他科学的研究经验，著就了有关如何运用理性的《方法谈》．黑格尔总结了历代哲学发展的历史以及当时出现的综合性科学材料，著就了《逻辑学》，创建了系统的辩证方法．马克思、恩格斯批判继承了黑格尔的辩证法，建成了唯物辩证方法，为人们认识世界和改造世界提供了科学的方法论基础．近现代科学大家们，也特别重视方法论的研究和运用，他们都在自己的科学研究的过程中，运用了适于自己需要的方法系统，并且都对方法论做出了这样那样的贡献．进化论的创建者达尔文在其物种进化的研究中，广泛地运用了选题法、观察法、比较法、分类法、实验法、归纳法与演绎法，还特别着重强调和运用了历史方法．他说："如果一位自然学者，对生物的亲缘关系、胚胎关系、地理分布、地质演替，以及其他此类事实加以思考．

那末,我们很可能推想得到,物种和变种一样,是从其他物种所传下来的,而不是分别地创造出来的.这样的结论,即使很有根据,但如不能说明地球上的无数生物,怎样经历变异而获得了这样完善的,不禁使人赞赏的构造和相互适应,仍是难以令人满意."①伟大的高级神经活动生理学家巴甫洛夫在其创造性的研究中,特别强调方法的意义,并且很重视逻辑方法与实验方法相结合,很注重预见性的方法.他说:"自然科学是最好的应用逻辑学;在这里,精神过程的正确与否,要以获得的结果是否可以用来确实无讹地预见各种现象为准绳.此外,在自然科学中,创立方法,研究某种重要的实验条件,往往要比发现个别事实更有价值."②伟大的相对论创始人爱因斯担,更特别重视方法问题,而且很强调逻辑简单性方法.他说:"科学的目的,一方面是尽可能完备地理解全部感觉经验之间的关系,另一方面是通过最少个数的原始概念和原始关系的使用来达到这个目的(在世界图像中尽可能地寻求逻辑的统一,即逻辑原素最少)."③当代著名的系统科学家贝塔朗菲很强调方法的革新和创造,并且创建了具有广泛效应的系统科学方法论.他说:"古典科学的程序是把观察到的现象分解为孤立的诸因素,然后把这些因素(在实践上或理论上)综合起来,表现观察到的现象.经验表明,这各个部分和因果链条的分离,以及对它们的总结和重叠情况在广泛地发生作用.但是,在所有的科学中都有一类更难的问题提出来.我们面对着整体、有组织化、多因素和多过程的相互作用,各种系统(随便你选用哪种辞句来表达)等情况.它们在本质上是非加法的,因而不能用分析方法予以适当处理.你不能把它们分离为孤立的因素和因果系列.与古典科学的探讨比较,无论是原子核问题,生命系统或商业机构问题,它们需要新的概念、模型和

① 达尔文.物种起源,科学出版社,1972:9.

② 巴甫洛夫.巴甫洛夫全集,第1卷,人民卫生出版社,1959:28.

③ 许良英等译.爱因斯坦文集,第1卷,商务印书馆,1976:508.

方法."[1]这些科学家们的科学实践.为我们作出了有效地运用科学方法的典范,并创造了许多有价值的方法.其他许多有重大成就的科学家们,也都如此.这一点是带有普遍性的,无须一一列举.

如今的时代,是个信息时代、智能时代,是个"知识爆炸"时代,是个人类理性高度发展的时代.在这个时代里,人的一切活动,都需要科学技术的武装,特别是需要方法论观念系统的武装.过去历史上的那种盲目性地摸索,仅靠经验来指导活动的办法,无论是对现代科学活动,对社会实践甚至日常生活实践,都已无济于事了.面对广袤无垠的宇宙和深邃的微观世界,面对社会性的经济的政治的军事的以及各种工程技术等等的庞大复杂的系统,人们想要认识它们,控制、改造它们,就必须运用符合其本质特征和发展规律的科学方法系统.这是时代的需要,是必须及时予以满足的迫切需要,可以说,这是时代的绝对律令.然而,从当今的科学技术、社会实践的实际情况来看,这种迫切要求,还远远没有满足.虽然历代哲学家和科学家们,已经创造了许多有价值的方法系统,甚至在某些方面还是很成功的,对当今需要来说,也是很有应用价值的,但总的来看,还是相距甚远.这表现在如下两个大的方面:

第一,绝大多数的现代实证科学及其分支,尚不具备完整的方法论理论系统,已有的一些方法,包括科学大家们所创造的一些方法,仍属东麟西爪、杂陈无章的.这种状况,与飞速发展、处在急剧革新的现代科学技术和社会实践来说,很不相称.由于缺乏有效的方法系统,许多宝贵的时间和精力,白白地浪费掉了,而且往往要走许多弯路,甚至常常陷于莫须有的失败.这就很需要广大的科学技术工作者以及各种实践活动家,与方法论工作者共同合作,总结已有的方法材料,以及成功和失败的各种现实经验材料,概括出适用于各种实证学科(包括自然科学的、社会科学的、人文科学的)和工程技术及其他社会实践的具体实证性的方法理论系统,以满足

---

① 冯·贝塔朗菲.开放系统的模型.自然科学哲学问题,1981;(3):10~11.

现实的迫切需要.

第二,各种方法系统,同人的活动一样,是有机地联系着的,孤立的散乱的方法系统,"只见树木,不见森林",既不能深刻地揭示自身的本质特征和规律,也不能与其他方法形成互补网络关系,因而不能充分发挥作用.因此,很需要在创建各种实证学科的、工程技术的各个具体学科、门类方法论的基础上,构建起方法论总体大系统.这种方法论总体大系统,一方面可以科学地揭示各种方法论分支系统的实质、功能、地位和作用,从而有利于具体应用,充分发挥其作用;另一方面,可以展现各个分支系统的层次性、有机关联性,从而为方法的移植和开拓,创造新的方法,提供科学的类比基础,可以加速方法系统的完善和发展;同时也为综合地选用方法网络,提供必要的条件.可是,就现在的方法理论实际来看,这样的方法论总体系统尚不存在,而客观上对这种方法大系统特别需要.

从上列实际需要情况来看,创建各种方法论的分支系统及其总体大系统,是完全必要的;并且从科学是否成熟的标准来看,只有建成这种方法论总体大系统,方法理论才真正具备了标准的科学形态.那么,有无可能呢? 我们认为是可能的.根据有如下几点:

首先,历史上许多哲学家和科学家们已为我们提供了一定的方法论成果,这包括一些哲学方法和实证科学方法.我们可以立足于现代科学技术以及社会实践的水平和需要,加以提炼、改造,使之系统化、科学化,把它们纳入到现代科学的方法论系统中来.其次,现代科学技术、社会实践,已经提供了大量的新鲜的丰富的现代方法材料.我们可以从现代方法论的高度上来搜集、整理、加工、概括,使之系统化、科学化,将之纳入方法论系统中来.再次,把历史的、现实的方法材料、方法理论综合起来,进行科学的分类处理,运用分析与综合的统一方法,按照逻辑的与历史的一致的原则,分别地建立起各个分支学科方法论,并且在此基础上,按照各种方法论的功能层次,建构起整体方法论大系统.

当然,把上述理想变为现实,是需要条件的.这就需要广泛地

组织起各种实证科学工作者和工程技术工作者以及哲学、方法论工作者，发挥他们的积极性和创造性，进行通力合作，潜心地扎实地进行研究.中国的科学技术工作者，社会科学、人文科学工作者，哲学、方法论工作者的队伍是广大的，他们既有这方面的积极性和创造性，又有公认的刻苦钻研精神，并且中国科学发展史以及现实的许多国际科学活动，都充分证明了，中国人的理论思维能力是比较强的.他们完全有条件胜任这项方法论体系的创建工程，为方法理论建设做出贡献，为加速社会文明的发展做出贡献.

基于上述这些认识，我们已经在1987年就组织了起来，计划经过10年的艰苦工作，著就约1000余万字、10卷本的《方法论全书》.其中第1卷《哲学逻辑学方法》，第2卷《应用逻辑学方法》，第3卷《自然科学方法》，第4卷《工程技术方法》，第5卷《人工智能方法》，第6卷《社会科学方法》，第7卷《符号学文艺学方法》，第8卷《管理方法》，第九卷《方法论历史》，第十卷《方法论现代信息》.这10卷书，有论有史，以论为主，史论结合，运用了大量的现实的以及历史的材料，著成包括各个方法论分支系统与整体大系统在内的方法论系列著作.这10卷本的编排，主要是以相近学科的联系性为出发点，同时也是为了便于应用.10卷本的划分，并不直接等于方法论体系分类.按《方法论全书》的科学分类来看，它包括五个有机联系的层次系统：第一层次为方法论原理.在此原理中，论述了方法的结构和本质特征、方法与方法论的发生和发展、方法与方法论类型、方法与方法论的评价和选用等一系列原理问题.这些原理贯穿于其下属各个层次的方法论之中.第二个层次为哲学方法论、逻辑学方法论、心理学方法论、智能科学方法论、数学方法论、系统科学方法论、符号学方法论.这个层次的方法论，都具有普遍的应用性.虽然它们所研究的方法内容以及所提供的方法系统不同，但它们都对各大学科领域方法以及各实证学科方法和工程技术方法，普遍具有应用价值.第三层为三大学科领域的方法论，即自然科学方法论、社会科学方法论和文艺学方法论.它们是从各

自的学科领域内的各具体实证学科方法和工程技术方法中,概括出来的方法论系统,又分别适用于它们各自的各种学科和工程技术.它们也带有较广的应用性.第四个层次是各大学科领域的各种实证科学方法论,也包括各实证科学的分支学科方法论.它们的应用范围基本上在本学科之内,但亦可在相关情况下,互相引进和移植.第五个层次,是各种工程技术方法论,其中也包括一些各种应用技术科学方法,而其主要内容是工程技术方法,工程技术方法,是科学技术转化为直接生产力的方法系统.一切工程技术的发明创造、产品的生产和开发,包括一切精神产品(例如诗歌、音乐等)的生产和开发,都要直接运用这个层次的方法.因此,这个层次的方法,是最生动最活跃的方法层次,它比较集中地具体地体现着科学技术和方法论体系的经济价值和社会价值;并且不断地以其新的创造性的成果,丰富着方法论的内容,以至创造出新的方法系统,推动着多层次的方法论以及整体方法论体系的革新和发展.当然,作为方法论的层次,还可依据一定标准,再划分下去,例如工业工程技术方法论,还可以划分为重工业的和轻工业的方法论;重工业工程技术方法论还可划分为冶金业、制造业……等方法论,一直划分到各种最具体的产品工程技术方法,但这些都只不过是工程技术方法范围内的细节了.作为方法论大系统的体系层次,就没有足够的充分依据和必要了.

在五个层次的整体方法论大系统中,包括着各种各样的方法系统,从大的类型说,有认识方法系统和实践方法系统.这两大类型的方法系统,分别地不同程度地包括在各个层次的方法论之中.而有些层次的方法论则只包括认识方法,例如哲学方法论、逻辑方法论等;有的层次的方法论则既包括认识方法又包括实践方法,例如自然科学方法论、工程技术方法论.等等.

建立上列五个层次的方法论整体大系统,在历史上是未曾有过的.历史上所形成的方法论,多数是逻辑方法系统或某些哲学方法系统,还有某些具体的实证科学方法系统.历史上形成的这些方

法论系统，比较成熟的还是逻辑学方法系统．例如，形成于古希腊的亚里士多德的形式逻辑系统，近现代以来引进数学方法于形式逻辑之中而形成的数理逻辑方法系统，继而结合哲学问题研究、法律问题研究、概率问题研究、量子问题研究……等等，而形成了许多应用逻辑的公理系统．这些逻辑方法系统都是很严密的，具有很强的科学性和可操作性．它们在实践中得到了广泛的应用，甚至在工程技术中起到了很大的开发作用，例如电路开关上逻辑电路的应用，电脑、机器人的集成电路以及其他软硬件设计方面的应用．至于历史上提出的某些哲学方法论，则往往没有严格的科学性的理论系统，而且往往和哲学问题本身混合在一起．历史上的经验科学方法，即为培根等创立的方法．这类方法，有不少是实验、观察等方法，到现在也有一定的应用价值．但这类经验科学方法论都有很大的局限性，已远远不能符合现代大大发展了的现代科学和技术的需要．现代的科学技术实际已突破传统方法很远很远，并且还在科学技术、社会实践中，已出现了许多新颖的有效的方法．甚至还创建了像系统科学方法论系统，这种方法论系统是建立在系统论、信息论、控制论、协同论、耗散结构论、突变论、超循环论、混沌学、分形理论等科学的理论基础之上的，具有广泛的实际效用．但是，这类方法论，仍不等于各种具体实证学科方法论，而且它们也不可能互相取代．这一点包括哲学方法、逻辑学方法等等，都是如此．因为各种具体的实证学科的方法论，都有其特殊的构成和特殊的功能．再者，就是很有价值的系统科学方法之类的普遍性较大的方法，也需要把它们纳入方法论整体大系统之中，来加以分析研究，明确其与其他各种方法系统的关系，而使之更有效地发挥其特长．至于在实践中萌发的有价值的方法因素，也更需要加以精确化、科学化、系统化，而形成新方法理论系统．因此，建立各类学科的方法论及其整体大系统是势在必行的．当然，我们的工作，也仅仅是个初步的尝试，这样一项大的方法论理论系统工程，是很艰巨的，我们很明确，我们的工作不会尽善尽美，只是个开端．它同任何开创

性的工作一样,不可避免地存在着这样那样的缺点和不足.我们宁愿抛砖引玉,引起广大的科学技术工作者、哲学工作者、方法论工作者以及广大的多方面的实际工作者,对此项工程的关注和参与,使之不断地发展下去,逐步臻于完善.

《方法论全书》实际上其内容是我们所创建的"方法论体系"的系列论著.各卷既是总体的有机组成部分,又各自独立成书.它虽然包括百科方法论,也有检索术语、人名的索引,也具有辞书的功能,但它已不是传统意义上的纯属工具书的"百科全书".

参加《方法论体系》研究、著述工作的,有全国文理各科教授、研究员130余名,副教授、副研究员20余名,讲师、助理研究员、博士10余名.他们都是在有关学科获有显著成就的学者,有很多是国内著名学者,有些是国际知名学者.他们分别属于全国各重点高等院校和重点科学研究单位.在共同合作,研究、著述《方法论体系》过程中,他们付出了大量的辛勤劳动,发挥了极大的创造性,充分表现了中国知识界的艰苦奋斗的优良传统,合力筑成了这座理论大厦.特别是二位顾问,莫绍揆先生、冯契先生,他们除了都亲自参加研究、著述之外,还对《方法论全书》的全面工作,给予了可贵的指导.没有上列诸多学者和顾问们的通力协作,这项大型理论工程是不可能完成的.这里还必须特别提出的是,南京大学出版社的大力支持,他们高瞻远瞩、明见卓识,把《方法论全书》作为重点科研项目出版.出版社社长和各位责任编辑先生们,为出好这套书,做了大量的工作.很显然,没有他们的这种全面投入、全力以赴的精神,《方法论全书》的问世,也是不可能的.因此,我们向他们表示衷心的谢忱,同时,我们也在这里对曾经帮助和支持我们的单位和专家们,表示真诚的感谢!

由于我们的主客观条件都很有限,我们的工作存在着许多不足之处,特别是在书的内容方面,会有欠妥之处,欢迎批评指正.

《方法论全书》主编　李志才

目　录

第一部　方法论原理

第二部　哲学方法论

第三部 逻辑学方法

第一部

方法论原理

一切差别都在中间阶段融合，一切对立的东西都经过中间环节而互相过渡；对自然科学发展的这种阶段来说，旧的形而上学的思维方法便不够用了。辩证法不知道什么绝对分明的界限，不知道什么无条件的普遍有效的“非此即彼”，它使固定的形而上学的差异互相过渡，除了“非此即彼”，又在适当的地方承认“亦此亦彼”，并且把对立的东西调和起来，辩证法是唯一适合于自然科学现在这个发展阶段的更高级的思维方法。自然，对于日常应用，对于科学的小买卖，形而上学的范畴仍然有其效力。

——恩格斯

方法论原理

方法论,是关于认识世界和改造世界的方法的理论系统.它的原理应包括方法的内在结构、方法的本质特征、方法的来源和发展、方法的分类、方法的功能评价、方法的选择和运用等等一系列问题.就方法论的科学性质来说,它是一种软科学;就其与其他软科学(如决策理论、管理理论、智能控制理论、计算机软件等等)的关系来说,它是软科学的元理论;就其价值和意义来说,方法论则是一切科学技术(包括哲学、各种具体科学、工程技术等)的根本理论基础,是一切科学技术、一切实践活动的动力学,是一切发明创造的工具和"杠杆",是理想通往现实的"桥梁".在人类已经进入智能社会的时代,当科学技术已成为社会进步决定性力量,已成为物质文明和精神文明建设导向枢纽的历史时期,方法论就更显现出它的重要意义,它已成为一切理论和实践的开拓、改革、成功、发展的最基本的前提条件.因此,摆在我们方法论工作者和一切科学工作者面前的迫切任务,就是要总结一切科学技术、社会实践发展所提供的已经成熟了的科学技术资料和一切发明创造所取得的成功经验,继承前人关于方法论研究的成果,建立起各门具体科学和工程技术的方法论系统,并在此基础上构建起总体方法论体系,以适应时代的迫切需要,以推进科学技术、改革实践的加速进展.

创建方法论体系的需要是迫切的,条件已经成熟.但是,这是一项包括多方面多层次的大型理论系统工程,不是轻而易举的.需要做许许多多的潜心研究和创造性的工作,既要全面系统地掌握资料,又要善于有效地运用理论思维手段,一个学科一个学科地去探索、总结和概括,并且还须依据科学的分类,在各种学科方法论的基础上,构筑起整体的有机大系统.

在这方法论总体系统的建构中,研究清楚方法论原理的一系列问题,成为不可缺少的组成部分和重要的理论基础.由于历史的原因,直到目前,方法论原理尚无经典系统可循.本文的宗旨就在于简要论述这种贯穿于各个层次各种具体学科各种工程技术方法论系统中的一般方法论原理.

1　方法的内在结构及其本质特征

1.1　方法的内在结构

“方法”是个多义词,在中国古已有之.例如《墨子·天志》中所说:“中吾矩者,谓之方,不中吾矩者,谓之不方.是以方与不方,皆可得而知之.此其故何? 则方法明也.”这里指的是度量方形之法;唐代韩愈在《昌黎集》中说:“为之奔走经营,相原隰之宜.指授方法.”这里指的是处理事情的办法.此外,如“道”、“术”、“规”等词,亦有“方法”之义.此词在西方,英语为“Method”,法语为“Mèthod”,德语为“Méthod”,均源于由希腊文 μετὰ(沿)和 δδδS(途)组成的 μετὰδδδS,为“遵循某种道路”之义,与汉语“方法”之义很接近.总括起来说,“方法”一词可理解为表达“方向法则”的概念.而“方法论”则是研究“方法”的理论学说,亦称“方法学”.

无论人的认识世界的活动,还是改造世界的活动,都要遵循一定的方向法则,都要运用一定的符合其对象实际的方式、方法,否则就不可能有任何成功.正是由于人的活动具有着这种方法的指导,才不仅能够摆脱“自在存在”状态,而成为“自在自为的存在”,把“非我之物”转化为“为我之物”;才不仅能够认清广袤的宇宙空间和深邃的微观世界,而且还能够改造它们,使之成为为人类服务的人工第二自然界,从而建立起高度的物质文明和精神文明.如果人类没有方法理念系统,那么这一切都是不堪设想的.

那么,方法到底是什么呢? 作为理念系统的方法,它内涵着五

个有机联系着的层次或要素,即:关于指明活动的目的方向的方法层次;关于达到目的方向所必须通过的途径的方法层次;关于达到目的方向所必须采取的策略手段的方法层次;关于达到目的方向所必须运用的工具的方法层次;关于有效地运用工具所必须遵照的操作程序的方法层次.人的活动是否能够取得成效的关键,就取决于对这五个方法层次要素的有机系统的选择和运用.因此,应该给方法下一个较全面的概括的定义:方法是关于认识世界和改造世界的目的方向、途径、策略手段、工具及其操作程序的选择系统.

关于目的方向的方法问题,是方法的首要问题,它处于方法系统的最高层次.这是因为人的任何活动,只要是有意识的,无论是认识活动,还是实践活动,也无论是复杂的活动,还是简单的活动,总是为了实现认识对象或改造对象的某种目的.这也就是要明确"做什么"的问题,也就是通常人们针对对象所提出的要解决的问题.不明确目的方向,人的活动就成了盲目的活动,而盲目的活动是没有意义的活动.因此,关于目的方向的选择问题,就成了方法系统的首要内容和最高的层次.当然,这个首要问题的明确,完全是为了满足活动者的需要,没有需要,也就无须进行任何活动.这里的关键是,需要的满足并不取决于需要本身,在很大程度上,取决于选准能满足需要的对象.因为对象的本质特征及其发展规律是目的方向之从可能转化为现实的根据.因为,选定目的方向,必须注意主客观的是否符合,不能随心所欲.

选定了目的方向之后,紧接着就要选定通过什么途径来达到这个目的方向的问题.达到某种目的方向的途径,可以只有一条,一般地是会有多条的.在只有一条途径的情况下,也有个认清认不清的问题,实质上也是个选择性问题,即关于是不是认准了那条唯一途径的选择问题.而在多条途径的情况下,对途径的选择就更加明显而重要了.途径可能有多条,但相对地具体地说,有的途径是"捷径",有的则是"曲径"."捷径"可以迅速达到目的方向,"曲径"不仅要走"弯路",而且可能导致失败.当然,一般地说,这里的根本

问题是对对象的符合程度问题,选择的自由度只在符合对象的大小幅度之间.要尽量选取“捷径”,并要根本避免不符合目的方向要求的错误途径.

途径确定之后,进一步就是选取有效的策略手段.策略手段,有恰当与否的区分.恰当的策略手段,就可以在通往目的方向的途径上畅通无阻,不恰当的策略手段,则会受到阻碍,甚至可以导致适得其反的结果.“为了达到目的可以不择手段”的说法,实际上是要选把人引向歧途的策略手段,是在选择不恰当的策略手段,也往往是选择不合道义原则的手段,这种不恰当的不符道义原则的策略手段,可能侥幸于一时,但终归难免于失败.因此,为了迅速有效地达到目标,必须选取符合目的方向和途径的客观要求,即符合活动的客观规律性的恰当策略手段.恰当的策略手段是实现目标的重要枢纽.

有了恰当的策略手段,还须有得力的工具才能得以贯彻、实施.所谓“欲善其事,必利其器”,就是这个道理.人的最基本的活动,是生产活动,而生产活动的特点,就在于凭借生产工具来进行.从事物质生产活动,必须运用物质生产工具,从事精神生产活动,必须运用精神生产工具.随着科学技术的发展,为现代生产所需的工具是种类繁多的,这就在运用上有个合适不合适与有力没有力的区别和选取问题.合适的有力的工具,则便于展现所定的策略手段;没有合适的有力的工具,再理想的目的方向、途径和策略手段,也都将束之高阁,无济于事.所以选好工具,也是方法系统构成上的重要一环.

选好了合适的有力的工具,还要善于运用工具,否则再好的工具也不会起作用.因此,这里的方法关键环节是,令工具发挥作用的操作程序.如果没有操作程序或不按操作程序来使用工具,则不仅不会使工具发挥作用,甚至有时连工具本身也会被毁掉.操作程序首先有物质生产工具操作程序与精神生产工具操作程序之分,在这种区分的基础上,还要制定或选用最简便易行的操作程序,并

且还要熟练掌握这种操作程序,使工具充分有效地发挥作用.

上列这五个方法要素或环节,是层层相联的,一环紧扣一环的,从而构成了有机的方法系统,它们形成方法系统内部相互制约相互作用的结构.在此方法系统的内在结构中,五个环节必须齐备,必须协调一致,哪怕是缺少一个环节,或有一个环节不协调,都不能成其为有效的方法系统.

从方法学的另一角度来说,可以明确:关于目的方向的方法问题,就是关于战略的方法问题;关于途径的方法问题,也就是关于路线的方法问题;关于策略手段的方法问题,也就是政策和策略的方法问题;关于工具及其操作程序的方法问题,也就是关于战术的方法问题.如果再进一步概括地说,如果目的方向的问题是关于“做什么”的方法问题,那么途径、策略手段、工具及其操作程序等问题,就是关于“怎么做”的方法问题.这两大概括的方法问题,普遍地存在于人的一切有意识的活动之中,不管人们是否能够自觉地运用它们,或自觉到什么程度来运用它们,它们都贯穿于人的认识活动与实践活动之中.

为了把包括五个环节的方法系统,理解得更具体更确切一些,这里举出相对论建立过程中如何运用方法系统的例子,作为实证.

相对论是研究物体运动与时间、空间关系的理论.它不仅是现代物理学的最大成就之一,给现代科学技术和社会生活带来了不可估量的变化,而且对整个哲学学说也产生了巨大的影响.有充分的理由说,相对论的创立,是人类活动的最典型的活动,它对方法系统的运用,也是现代方法系统的典型运用.相对论的创立经历了预备阶段、积极研究阶段和完成阶段.而每个阶段,都是方法系统的完整运用过程.其预备阶段,是开始于对“以太风”的研究,即测量地球相对于充满宇宙空间的静止不动的“以太”的速度(物理学史上称之为寻找“以太风”).从方法论角度来分析,测量地球速度,就是关于研究的目的方向的选定问题;为达此目的方向,当时的物理学家们遵循了法拉第-麦克斯韦所建立的电磁学的测定途径;

并且采取实验的策略手段;进而装置了相互垂直的两个干涉臂为实验工具;操作的程序是把整个实验装置转过 90°. 如果确实存在"以太风",那么两束光的干涉条纹应有移动. 但是,在各种不同季节的观察,都给出了否定的判决.

对为什么观测不到"以太风",许多物理学家提出了种种解释. 而大多数解释,都是以"以太风"具有绝对空间性质为出发点的,都囿于牛顿的绝对时空观. 但是只有马赫(Ernst Mach)指出了用绝对时空观来描述运动是不可能的,物体的运动只是宇宙中物体之间的相对转动,而不是物体相对于"以太"转动,"以太"是不存在的. 马赫对绝对时空观的批判,关于物体之间的相互联系相互作用,并把运动看作是相对的,这些观点,对爱因斯坦(Albert Einstein)创立相对论是一种有力的启迪. 从方法论角度说,马赫关于物体运动的相对性的论断的推出过程,也是个方法系统的运用过程. 马赫在其《发展中的力学》一著中,批驳牛顿的绝对时间观说:"……如果有一事物 A 随时间而变化,那末这只是说事物 A 的状态同另一事物 B 的状态有关. 如果摆的运行同地球的位置有关,那末它的振动就是在时间上进行的. 由于我们在观察摆的时候用不着去考虑它同地球位置的相依关系,而可以把它同任何别的事物作比较(……),所以很容易产生这样一种看法,认为所有这些事物都是无关紧要的,……我们无法量度事物随时间所发生的变化. 时间宁可说是我们从事物的变化中所得到的一种抽象. 因为,正是由于一切都是互相联系着的,我们就没有必要依靠一种确定的量度."对牛顿的绝对空间观,也是用类似的方法进行批判的. 马赫说:"如果我们说,一个物体 K 只能由另一个物体 K' 的作用而改变它的方向和速度,那末,当我们用以判断物体 K 的运动的其它物体 A, B, C,……都不存在的时候,我们就根本得不到这样的认识. 因此,我们实际上只认识到物体 K 同 A, B, C,……的一种关系. 如果我们现在突然想忽略 A, B, C,……,而要谈论物体 K 在绝对空间中的行为,那末我们就要犯双重错误. 首先,在 A, B, C,……不存在的情况下,

我们就不能知道物体 K 将怎样运动；其次，我们也就因此而没有任何方法，可用以判断物体 K 的活动，并用以验证我们的论断.这样的论断因而也就没有任何自然科学的意义.""一个物体 K 的运动总是只有在相对于别的物体 $A,B,C,\cdots\cdots$ 时，才能加以判断."[①] 马赫这里对牛顿绝对时空观的批判，就是他所选定的目的方向；为达此目的方向，他选定了理论分析的途径；采取了逻辑反驳的策略手段；运用了演绎逻辑的工具；他的演绎推论操作，完全合乎演绎论证规则.因而其论断强而有力，发人深省.

伟大的天才的物理学家爱因斯坦，受到了启迪.首先创立了狭义相对论，在 1905 年发表的《论动体的电动力学》一文中，爱因斯坦说："下面的考虑是以相对性原理和光速不变原理为依据的，这两条原理我们定义如下：

(1)物理体系的状态据以变化的定律，同描述这些状态变化时所参照的坐标系究竟是用两个在相互匀速移动着的坐标系中的哪一个并无关系.

(2)任何光线在'静止的'坐标系中都是以确定的速度 v 运动着，不管这道光线是由静止的还是运动的物体发射出来."[②]这里的第 1 条是相对性原理，第 2 条是光速不变原理.爱因斯坦认为，这两条原理，在牛顿绝对时空观上来看，二者是不相容的.按绝对时空观，不同的惯性系 S 和 S' 所测得的光速 c 和 c' 是不同的，它们遵循通常的速度合成法则，即 $c' = c \pm n$（n 为两坐标系的相对运动速度）.他经过长期的思考之后认为，这个矛盾，是出在绝对时空观，特别是出在同时性的绝对性这些先验观念上.如果把这两个原理结合起来，即可导出新的时空关系.于是他给出了不同惯性系 S 和 S' 之间的时空坐标的变换关系式：

---

① 爱因斯坦著，许良英等译.爱因斯坦文集，第一卷，商务印书馆 1977:86~89.

② 爱因斯坦著，许良英等译.爱因斯坦文集，第二卷，商务印书馆，1977:87.

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

其中 v 是 S 和 S' 坐标系沿 x 轴相对运动的速度

从这个变换关系式导出：

(1)“同时性”的相对性：即在一个参考系中是同时发生的事件，在对此参考系作匀速运动的另一个参考系中却不同时．

(2)长度缩短：即运动物体在其运动方向上的长度比静止时缩短．

(3)时钟变慢：即运动的时钟比静止的时钟进行得慢．

(4)质量增加：即物体的质量随运动速度的增加而增大．

(5)质能关系：即物体的质量与能量之间满足质能关系式：$E = mc^2$（E 为能量，m 为质量，c 为光速）．

这五点表明，在狭义相对论中，空间、时间、质量的特性都是相对的，时空是相互联系的，质能是相关的．这种质能关系意味着从原子核内部获取大量能量的可能．狭义相对论创立后，不断得到 π 介子衰变实验、飞行 μ 介子寿命增长实验、电子电磁偏转实验、核反应实验等实践的检验和证实，充分证明了它的科学性和正确性．在爱因斯坦创立相对论的过程中，也同样贯穿着方法系统的运用．他在《相对论发展简述》中谈论到关键问题时，还反复强调“从方法观点看”．他选定的目的方向是物体运动的相对论；他沿着理论分析的途径；他所采取的策略手段也是逻辑论证；其工具主要是演绎推理；并且严格地按演绎推理规则进行了操作．爱因斯坦运用了对其研究颇为有效的方法系统，在前人成果的基础上导出自己的全新结论，获得了成功．在狭义相对论的基础上，建立广义相对论的

过程,其所用的方法系统,基本上与建立狭义相对论的方法系统类型是相同的.广义相对论也得到水星近日点的进动观测结果、光线弯曲观测结果以及引力红移观测结果等的实践检证.

从以上相对论创建过程可以明确,科学活动是不能没有方法系统的运用的.实际上,人的任何活动,皆莫非如此,这是无须一一论述的.这里特别要指出的是,在以往关于方法的定义中,对方法的五个环节,往往缺乏全面的系统的概括,有的把方法仅仅定义为"手段";有的把方法仅仅定义为"途径",有的把方法仅仅定义为"工具"或"操作程序".再概括的多些的,也不过把方法定义为"途径和手段"等等.这些定义,都是"挂一漏万"、"只见树木不见森林"的.尤其是,几乎所有的方法定义,都把目的方向这一首要方法环节排斥在方法定义之外,似乎在活动的目的方向上就不存在方法问题.事实上,在目的方向的问题上,不仅有方法问题,而且有最主要的方法问题.弗·培根(F. Bacon)早就强调了"探讨目标"的重要性.[①]把目的方向的方法问题排除在方法定义之外,则不构成方法系统了,那只能是某些方法片断,根本不成其为系统.不成系统的方法,是不会有效的.作为指导人的活动的方法系统,实质上是人的认识活动过程和实践活动过程一般规律的概括.这种概括必须涵盖活动方法的所有内容和所有方面.

1.2 方法的本质特征

由五个层次要素所构成的方法系统,具有着如下三个方面的本质特征.

1.2.1 主体能动性与客体必然性的高度统一

作为系统的方法,它是人所特有的,特别是就在科学意义上的方法系统来说,更是如此.虽然高等动物也有某些本能活动方式,

---

① 培根著.新工具,转引自《十六—十八世纪西欧各国哲学》,商务印书馆,1975:30.

很类似人的活动方法,甚至在悟性(知性)活动的一些形式上是雷同的.但是,在其性质上却有本质的区别,这一点虽然在某些动物心理学家那里还有不同见解的争论,但基本上是为人类学家们和哲学家们所明确了的.例如恩格斯(F.Engels)就曾肯定过黑格尔(G.W.E.Hegel)关于此点的看法,恩格斯写道:“整个悟性活动,即归纳、演绎以及抽象……,对未知对象的分析(一个果核的剖开已经是分析的开端),综合(动物的机灵的动作),以及作为二者的综合的实验(在有新的阻碍和不熟悉的情况下),是我们和动物所共有的.……——相反地,辩证的思维——正因为它是以概念本性的研究为前提——只对于人才是可能的.”[①]这里首先一个本质区别就是,在高等动物那里,这些活动方式是与生俱来的,仅仅是本能的;而就人来说,则并不停留在这种本能上,而是在实践活动的基础上(在动物,谈不上什么实践),自觉地发展了这些悟性活动方式,将之加以科学化(例如制定出逻辑规则系统来),揭示出这些悟性活动方式的本质;明确出其必然性和必要性及其局限性,并把它们纳入辩证思维模式系统中.这就使得这些悟性方法,在整体科学思维方法大系统中,变成了一个必要的环节.因而在本质上已不同于本能意义上的活动方式了,这也就是自发与自觉的本质区别.再者,人类的活动方法是结合着知识(特别是理论知识)背景来运用这些方法的,而且在运用中能举一反三、触类旁通.在高等动物那里,这些活动方式,只局限在满足生理本能需要的有限物质对象上,根本就不是什么科学的认识活动和实践活动的方法,当然就更谈不上什么方法系统的选择了.

人所特有的方法系统,不仅是人的自觉能动性的标志,而且是人的主观能动性的最高标志.人之所以为人,不在于盲目地适应外在自然界,而在于凭借着自觉创造出来的方法系统,能动地改造世界,并且凭借着方法系统能充分地发挥人的主观能动性.同时也在

---

① 马克思恩格斯选集,第三卷,人民出版社,1973:545.

改造世界的过程中不断地改造自身,完善自身,从而使自己成为主宰世界的精华.现代的高度物质文明和精神文明证明了,不仅由于人类运用了方法系统获得了这种现代的文明,而且是由于不断发展方法系统,使方法系统不断科学化,不断强化了他的改造能力,才创造了现代的高度文明的结果.方法系统的这种强大的创造力量,正是人的主观能动性的最集中的表现.

为什么方法系统具有如此强大的创造力?为什么方法系统对人类具有如此重大的意义?这不是因为方法系统是什么人的主观任意性的产物,也更不是什么神秘魔术般的高妙技巧,而在于方法系统的科学性,在于方法系统是主观世界与客观世界的联系的有力中介,在于通过科学的方法系统,实现了主体与客体的高度统一.这种高度统一的根本实质是,通过方法系统,得以实现正确地反映主客体以及主客体关系的本质特征及其发展规律性,从而驾驭了这种规律性.这正如黑格尔所指出的:"在探索的认识中,方法也就是工具,是主观方面的某种手段,主观方面通过这个手段和客体发生关系……在真理的认识中,方法不仅是许多已知规定的集合,而且是概念的自在和自为的规定性.这种概念之所以是中名词(逻辑推理的格中的中项),只是因为它同样也有客观东西的意义.……绝对的方法(即认识客观真理的方法)不是起外在反思的作用,而是从它的对象自身中采取规定的东西,因为这个方法本身就是对象的内在原则和灵魂."①这里所说的对象的内在原则和灵魂,就是客观世界的必然规律.人虽然不能从根本上改变这种客观必然性,但人却可以认识它以及它和人的关系,并根据它而创造条件,使它向有利于人的需要的方向发展变化.例如根据物体运动中的能量与质量和速度的必然联系($E = mc^2$)而获得原子能;利用价值法则控制市场导向,等等.如此,则人的方法系统,不仅能使人的

---

① 列宁.哲学笔记,人民出版社,1956:207~208.原文见黑格尔.逻辑学,中译本下卷,商务印书馆,1976:532~537.

活动正确地符合客观必然规律,而且能使人的主观能动性得到最大限度地发挥,实现主客体的高度统一.

1.2.2 层次有机性与功能互补性的高度统一

方法系统的巨大作用,除了因为它是主客体的高度统一之外,还在它是一个多层次的有机体,它的多层要素的功能是相互补充的、合力的.方法系统内涵着:关于人的活动的目的方向的方法层次;关于达到目的方向所要通行的途径的方法层次;关于达到目的方向的策略手段的方法层次;关于实现目的方向的工具及其操作程序的方法层次.只有这些方法层次的有机结合,才能起到整体功能的作用,发挥创造性的力量.这五个层次的方法要素,既不能缺少任何一个,又不能相互取代,而且层次顺序也是不能改变的.它们之间的这种有机的层次关系,同各个层次要素功能的互补关系一样,都有其客观的规定性和特质性,它们相辅相成,相互制约,浑然一体.一定的目的方向,规定着一定的途径;一定的途径,规定着一定的策略手段;一定的策略手段,规定着一定的工具和一定的操作程序.反过来看也一样,一定的操作程序,只适用于一定的工具;一定的工具,只适用于一定的策略手段;一定的策略手段,只适用于一定的途径;一定的途径只适用于一定的目的方向.如果无视方法系统的这种层次有机性与功能互补性的统一特征,而任意取其某个或某几个层次,予以任意地运用,则将破坏其有机的整体性功能,而失掉方法系统的作用.例如为了增产粮食,仅仅只选定这个目的方向是不够的,而且即使还选定了扩大耕地面积的途径以及科学种田的策略手段,但却没选定有力的工具,或者连有力的工具也都选定了,但却不懂操作程序,不能进行操作,那么,增产粮食也就会落空.其他活动也都是如此,道理是显然的.

1.2.3 系统的多样性与选择性的高度统一

人的活动是多种多样的,因而指导活动的方法系统也是多种多样的.多种多样的方法系统,对于某种特定的具体的活动来说,并不一定都是合适的有效的.有效的合适的方法系统,一般地说,

总是从多样性的方法系统中选择出来的，总是体现着方法系统的多样性与选择性的高度统一的特征.

处于与自然界的复杂关系以及与社会的复杂关系下的人的活动，不仅受着环境条件的客观制约，同时也受人本身的生理的心理的以及知识的等等主观条件的制约，因而，人的活动及其所依据的方法系统，也就有多种可能性.究竟从事何种活动，运用什么方法系统指导活动，能够最佳地满足需要，这就存在着很大的选择性.例如，对人生有决定意义的社会职业的选择就是如此.摆在一个人面前的职业是多种多样的，但一个人不可能同时从事多种多样的职业，总须在多样性的职业中作出恰当的选择.职业的选择，就是方法系统的关于目的方向的方法层次的运用，并且还必须相应地作出从事选定职业的其他方法层次的选择，这种选择的正确与否，关系到成功或失败.同样的道理，可以推广到人的一切活动，包括一切个人的活动和群体的一切活动.

就方法系统总体来说，有个多样性与选择性的统一特征问题，就方法系统的各个层次环节来说，也存在着多样性与选择性的统一特征问题.关于目的方向的方法层次的选择，是第一层次的选择，具体情况有如上述.但这第一层次的选择，对其下属各层次影响甚大，有很强的制约作用.当然，这种制约不是绝对的，因为其下属各层次也各有其相对独立性，而且也都各有其多样性.关于途径的方法层次的多样性表现为“捷径”与“曲径”、“畅通”与“不畅通”等等的区别上，甚至“捷径”、“畅通”的途径，还有个具体的程度的差别的多样性问题，因此存在着很大的选择性.关于策略手段的方法层次，有恰当与不恰当、与恰当的程度等等的多样性问题；关于工具的方法层次，有有力与无力以及有力的程度等等的多样性问题；关于操作程序有个能行不能行、以及能行的程度的多样性问题，等等.总之，有效的方法系统，总是在多样性的方法系统中选择出来的，不论是方法系统整体还是系统的各个层次.

方法系统的多样性与选择性的高度统一，是任何具体的有效

的方法系统的一种现实性和直接性的表现.它以方法系统的主客体高度统一、层次有机性与功能互补性的高度统一为基础和前提,并以其现实性与直接性集中地反映着主客体的高度统一和层次有机性与功能互补性的高度统一.所以,我们才在方法系统的定义中,把"选择系统"作为最高范畴来给"方法"下定义.

2 方法的来源与发展

2.1 方法系统的来源

具有上述内在结构和特征的方法系统,是从哪里来的?它不会是来源于人与一般高等动物的本能活动,也不会是来源于人的盲目性活动;而是来源于人的认识活动和实践活动,特别是直接来源于在实践基础上的认识活动所获得的结果——知识.

人类发展史表明,从类人猿发展为人的根本转化环节是劳动.而劳动的典型标志是制造劳动工具,制造劳动工具就是一种方法系统的运用.没有方法系统的指导和运用,是不可能制造出确切意义上的劳动工具来的.制造劳动工具,首先就有个目的方向、途径、手段、工具及其操作程序的选择问题.这一点无论是人类祖先制造简单的石器工具也好,也无论是现代人制造高、精、尖电子仪器也好,莫非如此.人的劳动实践是由多种相关因素构成的,在从事劳动实践之前以及在劳动进行过程中,不断地、逐渐地认识了这些相关因素,其中最重要的是对劳动对象、对人自身以及人与劳动对象的关系、人与人之间的关系的认识.有了这些认识,才能据以明确如何处理这些问题,并进而在此基础上,实现进一步的认识上的升华,构造出能够控制、改造对象,控制改造人与对象的关系,控制改造人们间的关系,以及控制、改造人类自身的有效的方法系统.如果没有对上列诸种事物及其关系的一定的认识成果,即没有有关的系统知识,那么就无以建立什么系统的方法.例如,如果没有对

某些植物果实的性质、生长条件及其生长规律的知识；没有果实对人体的营养价值关系的知识，那么也就不可能明确获取果实和选择何种果实的目的方向；也就更无从明确遵循什么途径，采取什么手段，运用什么工具和操作程序，来进行培植、耕作等方法系统了．同样的，如果没有关于原子核裂变、聚变的规律的知识，没有这种裂变或聚变能释放巨大能量的作用和价值的知识，也就不可能制定出研制原子弹、核电的目的方向、途径、手段、工具及其操作程序的方法系统了．可以说，方法系统不仅不是与生俱来的，而且也不是直接产生于人的实践活动本身，而是直接来源于知识，是知识的升华，是对知识的创造性运用的产物．

这里所说的知识，起码是在一定程度上反映了事物本质特征及其规律性的较系统的知识，而不是一知半解的知识．即使是经验知识，也须是较系统的，在一定程度上符合事物本质特征及其规律性的经验知识，在经验知识的基础上，可以总结、概括出经验的方法系统．例如中医药的许多方法系统，就是这类经验方法系统．而真正科学性的方法系统，则只能产生自对事物的科学理论的系统知识，即在理论水平上把握了事物的本质特征及其规律的科学知识．例如建立在元素周期律理论系统之上的化学方法系统，建立在量子化学理论基础上的量子化学方法系统等等．

这里所说的，方法系统是知识系统的升华，首先是意味着知识系统本身还不就等于方法系统．方法系统是以知识系统为前提条件，并运用知识系统，来选定活动的目的方向、途径、手段、工具及其操作程序等方法系统．方法系统须依知识系统来选定，不仅就方法系统整体说是如此，而且方法系统诸层次要素的选定也是如此．例如关于途径的选定，由于事物的发展变化，在不同的条件下，有着多种可能性转化为现实性，这就须具有关于主客观条件的知识，有关于具体事物的可能性与现实性的联系的知识等等才能做到最佳的选定．其他如策略手段、工具及其操作程序的选定，皆须具备有关的特定知识．所以，在这种意义上说，方法系统就是知识系统

的运用,是由知识系统转化而来的.当知识系统转化为方法系统的时候,就具有了控制改造主客观世界及其关系的创造性的功能,因此说,方法系统是知识系统的升华.知识系统之转化、升华为方法系统,在近现代以来的科学技术活动中,表现为越来越大量,越来越突出.可以说大多数新兴的边缘学科方法系统,都是由相关的学科知识系统的汇合而来的.并且这种方法系统一旦形成,就常常带来新学科的创立.这真可谓方法系统与知识系统相互联系相互转化,相互创造.如果从广义上说,方法系统本身也是一种知识系统,那么方法系统是一种具有创造性、改造性功能的知识系统,因而它不同于一般的知识系统,宁可说方法系统是能驾驭知识的系统,是知识系统中的选择系统,是知识系统的动力系统.运用这种动力系统,就能够创造出新的精神产品(包括知识在内)或物质产品.

2.2 方法系统的发展

作为产生于知识系统基础上的方法系统,是随着认识世界和改造世界的活动的发展而发展的.它受制于社会生产力与生产关系;受制于社会文化、意识形态以及价值观念等等的条件;也还受制于人的生理的、心理的等等的条件.这些制约方法系统发生发展的条件的水平,决定着方法系统的水平.因此,为古代人所制定并运用的方法系统,只能是初级的简单的经验方法,例如古人的简单的狩猎方法、采集方法等等.进一步发展了手工业方法,则为较复杂化了的方法,但却仍属经验方法范畴,直到文艺复兴后的近代科学诞生之后,才有科学意义上的方法系统.即建立在科学理论知识系统基础上的方法系统.不过以近代科学为基础的近代方法系统,还仅仅是科学方法系统的初级形态.这种方法系统受着近代科学水平的制约,带有很大的局限性,其主要特点是静止、孤立、片面看事物的分析科学的性质.这类方法系统只能揭示对象的一般抽象性或对象的某些侧面的特征和规律性,而不能综合地把握对象的深层本质和广泛的多方位多层面的普遍必然联系规律.因而在哲

学上把这种近代方法系统称之为形而上学方法.形而上学方法虽然已不属于经验方法范畴,而属于科学方法范畴,并且对分析型科学是必要的,但对更深刻的认识事物就不够用了.所以,恩格斯曾指出:"一切差别都在中间阶段融合,一切对立的东西都经过中间环节而互相过渡;对自然科学发展的这种阶段来说,旧的形而上学的思维方法便不够用了.辩证法不知道什么绝对分明的界限,不知道什么无条件的普遍有效的'非此即彼',它使固定的形而上学的差异互相过渡,除了'非此即彼'又在适当的地方承认'亦此亦彼',并且把对立的东西调和起来,辩证法是唯一适合于自然科学现在这个发展阶段的更高级的思维方法.自然,对于日常应用,对于科学的小买卖,形而上学的范畴仍然有其效力."[①]这就是说,形而上学方法对分析型科学还是有作用的,但是如果把形而上学当作世界观,把它绝对化,则成了反科学的哲学方法了.随着近代分析型科学向现代综合型科学发展的同时,则出现了分析与综合相统一的并以综合型为主导的现代科学方法系统,这就是辩证方法系统.这种方法系统是建立在物种进化理论、能量转化理论、细胞理论等等自然科学基础之上,并且得到了微观物理学、量子力学、相对论以及天体演化学等现代前沿科学成果的证实.辩证方法是由黑格尔集前人成果之大成创立起完整的理论体系的,但这个体系是在他的客观唯心主义框架之内.后来经过马克思(K.H.Marx)和恩格斯的创造性的改造,建立了唯物辩证方法.这种唯物辩证方法,是自古以来各派哲学家相继努力的结果,是人类认识世界和改造世界的最高结晶,它是具有最普遍意义的方法系统.当然这种唯物辩证方法系统,只能建成于近现代.就近现代最新的方法系统成果来说,还有为贝塔朗菲(Ludwig Von Bertalanffy)等自然科学家所创立的系统方法论的方法系统.这种方法系统,在一些重要的方面上对唯物辩证法作出了更具体的发挥、补充和发展,对现代认识世界和

---

① 恩格斯.自然辩证法,人民出版社,1955:175.

改造世界起到了巨大的作用.

从方法系统的发展历史来看,方法系统的发展,呈现了从简单到复杂,从片面到全面,从感性到理性,从分析到综合等等的规律性.如果立足于现代科学技术活动和社会改革活动等现实实际来看,方法系统发展的趋势,有如下两大特点:第一,方法系统呈现出大一统的趋势.这很类似于爱因斯坦所预言的大一统物理学.方法系统的发展越来越突破它的局部性和孤立性,而呈现出各种方法系统的相互结合、相互渗透、相互转化;往往是在一个或几个领域内所创建的方法系统,却可以推广到其他领域,甚至推广到一切领域.这一点且不说哲学方法和逻辑方法是如此,就是植根于生物学、通讯学等等的系统方法,也越来越显示出它的普遍性效应.这就是说,创建于部门科学领域的方法系统往往具有较大的哲学方法性质.从而大大地充实丰富了哲学方法,使哲学方法越来越深入到一切具体的认识活动和实践活动中去.

第二、与上一趋势相联系的另一个方法系统的发展趋势是,实证方法与理性方法的紧密结合,并且越来越侧重在实证方法基础上的理性方法.这种发展趋势的特点,特别表现在现代的尖端科学上,例如微观粒子科学,宇宙学,相对论,脑神经科学……等等的研究,主要靠实证基础上的理性思辨.爱因斯坦的相对论,主要靠的不是一般的物理实验,而是靠的“思想实验”,靠的是逻辑推理方法.这种趋势,是根源于现代科学之从宏观向微观的发展.像微观粒子、宇观天体的研究,仅靠实证是无济于事的,尽管现代科学仪器和设备已空前的精良,也不能不如此.

3 方法和方法论的类型

3.1 方法系统的类型

经过漫长的发展历程,方法系统到现代已形成了种类繁多、丰富多彩的类型.它们各具特色、相互联系,共同构筑了现代方法系统的整体网络体系.这个网络体系具有着多种属性、多种特点、多种层面,包罗着既相联系又相区别的各种各样的子系统和分支系统.因而可以从不同的角度,依据不同的标准,进行多种不同的分类.

方法系统是人的活动的方法系统,因此一般地说,有多少种人的活动,就有多少种方法系统.从人的大的活动类型来看,首先划分为认识活动和实践活动.根据这种区分,就可有认识方法系统和实践方法系统,进而又可对这两大系统分别进行多层次的划分.

就认识方法系统来说,可以根据认识形式的不同,而分为感性认识方法系统和理性认识方法系统.感性认识方法系统又可根据其感性认识形式的不同,而分为感觉、知觉、表象、想象、联想等方法系统.同样地,理性认识方法系统,可以根据理性思维形式的不同,而分为逻辑思维方法系统、形象思维方法系统和直觉思维方法系统.而逻辑思维方法系统,又可根据逻辑思维形式的不同,而分为形式逻辑的思维方法系统和辩证逻辑思维方法系统.进而还可根据这两种逻辑思维方法的基本组成要素的不同,而划分为两种逻辑思维方法的更具体的类型.例如形式逻辑思维方法可划分为概念的方法系统、判断的方法系统、推理的方法系统;概念的方法系统又可根据概念内涵与外延的方法区别,分为定义的方法系统和划分的方法系统,等等.同样地,其他的认识方法,都可以依据不同的标准,而划分为许多层次.

就实践方法系统来说,也可以依据不同的标准而分为诸多类

型.实践活动是一种变革主客体及其关系的物质性活动,它涉及到作为物质主体的人,涉及到作为客体的物质自然界,涉及到作为活动手段的物质工具,这些都是物质性的实体,这些物质性的实体的联结方式,就是方法系统.在方法系统的作用下,主客体及其相互关系则得到改造.因此,首先可以根据改造主客体和主客体关系的不同,而将实践方法系统划分为改造客体的实践方法,改造主体的实践方法,和改造主客体关系的实践方法.进而根据改造客体和改造主体和改造主客体关系的对象领域的不同,而将三者再划分为多个层次类型.例如改造客体的方法系统,可以根据其对象领域的不同,而划分为生产实践方法,科学实验方法;改造主体的方法系统,可以根据其对象领域的不同,而划分为教育方法、体育方法、医疗卫生方法等;改造主客体关系的方法系统,可以根据其对象领域的区别,而划分为经济方法、政治方法、法律方法、军事方法、管理方法、人际交往方法等.这些实践方法,还可作进一步的划分,例如生产实践方法,就可以根据生产对象的不同,而划分为农业生产方法和工业生产方法;农业生产方法又可根据其生产种类的不同,而划分为粮、棉、林、牧、副、渔等方法;工业生产方法亦可根据其生产种类的不同,而划分为重工业生产方法和轻工业生产方法;重工业生产方法,又可分为冶金工业、制造工业等方法;冶金工业方法又可分为有色金属生产方法与黑色金属生产方法,有色金属生产方法又可分为金、银、铜、镁、锡等的生产方法.如此,等等.

关于实践方法类型的划分中,须要说明的是,作为主体的人,在实践活动及其方法系统中,有时是处在主体的地位,有时也可以是处在客体的地位.例如在改造主客体关系的实践方法系统中,主客体都可以是人.像在经济、法律、军事、管理、社会交际等方法系统中,主客体都是人.当然,即使在这种情况下,主客体也都是作为物质实体而存在.因此,这类方法,仍属实践方法范畴.再者,关于改造客体的实践方法,也不是纯粹的只改造物质自然界,而是在一定程度上,也存在着改造主客体关系的作用.就改造主体的方法系

统来说,也不是纯粹的单只改造主体,实际上,改造主体的同时和结果,也会在一定程度上起到改造主客体关系的作用.这就是说,即使根据事物本质的分类,也不是绝对的,而是相对的.事物的差别性是以同一性为存在的条件,反之亦然.因此,在对待分类的问题上,必须明确两点,其一,分类是有意义的,它可以使我们有条理地把握对象;其二,它的意义不是绝对的,必须从对象的联系上、相互渗透上、发展变化上来对待分类.方法系统分类,可以用树图显示得更直观、更明确,如图 1-1.

上面所论述的方法系统分类及其树图显示,都只是大概的情况,并非包罗无遗的.而就方法树图来说,甚至尚未列出论述中所提到的所有方法系列的所有层次,只是把认识方法中的逻辑思维方法的形式逻辑方法系列全部列出,把实践方法中的重工业生产方法的有色金属生产方法系列全部列出.如此以"窥一斑,而知全豹".

3.2 方法论的类型

以上是就方法系统本身所具有的特征来进行的方法系统分类.这种分类对准确地有效地认识和运用方法系统都有重要的意义.如果就研究方法系统的理论学说来说,即就方法论来说,则也有多种多样的类型.随着人类社会实践以及科学理论(包括关于方法的科学理论)的发展,方法论到现在已形成了多层次的许多学科和分支.如数、理、化、天、地、生等学科的方法论及其分支学科方法论;经济、政治、法律、管理等学科的方法论及其分支学科方法论;逻辑思维、形象思维、直觉思维等学科的方法论及其分支学科方法论;认识心理、情感心理、意志心理、个性心理等学科的方法论及其分支学科方法论;文学、艺术、戏剧、音乐等学科的方法论及其分支学科方法论;计算机科学、人工智能、知识工程等学科的方法论及其分支学科方法论;自然语言、人工语言、情报、传播等学科的方法

- 方法系统
  - 认识方法
    - 感性认识方法
      - 感觉方法
      - 知觉方法
      - 表象方法
      - 想象方法
      - 联想方法
    - 理性认识方法
      - 逻辑思维方法
        - 形式逻辑思维方法
          - 概念方法
            - 定义方法
            - 划分方法
          - 判断方法
          - 推理方法
        - 辩证逻辑思维方法
      - 形象思维方法
      - 直觉思维方法
  - 实践方法
    - 改造主体方法
      - 教育方法
      - 体育方法
      - 卫生方法
    - 改造客体方法
      - 生产方法
        - 工业生产方法
          - 重工业生产方法
            - 冶金生产方法
              - 有色金属生产方法
                - 金生产方法
                - 银生产方法
                - 铜生产方法
                - 锡生产方法
              - 黑色金属生产方法
            - 制造业生产方法
          - 轻工业生产方法
        - 农业生产方法
      - 科学实验方法
    - 改造主客体关系方法
      - 经济方法
      - 政治方法
      - 军事方法
      - 法律方法
      - 道德方法
      - 管理方法
      - 文艺方法

图 1-1　方法系统分类树图

论及其分支学科方法论;还有系统论、信息论、控制论、协同论、耗散结构论、突变论等学科方法论.在这些学科方法论的基础上,还形成了三大学科领域的方法论,如自然科学方法论、社会科学方法论、文艺学方法论,以及哲学方法论.同时也分别形成了以各种学科及其分支学科方法论为前提的生产物质产品和精神产品的各种工程技术方法,如电子、能源、超导、激光等工程技术方法;如小说、诗歌、音乐等创作工程技术方法,等等.并在所有这一切方法论基础上又形成了总括一切方法论的方法论原理系统.如此看来,方法论科学,已经形成了一个庞大的学科群体.这个学科群不是散在杂陈的,而是一个包括多层次、多系列子系统的有机的整体大系统.它是人类智慧的最高结晶,它光芒四射,照耀着人类开拓、创造的宏伟途程.

这个方法论整体大系统,是把前面3·1节中所论列的各种方法系统作为研究对象的.认识方法系统和实践方法系统,包括二者的各层子系统,都分别在各种方法论中加以分析研究和综合研究,揭示出各种方法系统的本质特征及其规律性以及它们的价值性和应用性.当然,有的方法论系统既包括认识方法系统又包括实践方法系统.例如自然科学方法论系统中的工程技术层次方法论,就既包括认识方法又包括实践方法.还有的方法论系统只包括认识方法,而不包括实践方法,例如哲学方法论、思维科学方法论等等.为了把这个方法论整体大系统看得更直观更清楚一些,可以根据各种方法论的相互应用关系而划出下列五个层次的分类树图如图1-2.限于篇幅,图中并未把各个学科方法论详尽列出.例如社会科学方法论的有些具体学科方法论以及文艺学方法论的有些具体学科方法论,只有删节号来表示.图中的斜线表示纵向隶属关系,横线表示横向并列关系.它们之间皆有相互作用关系.

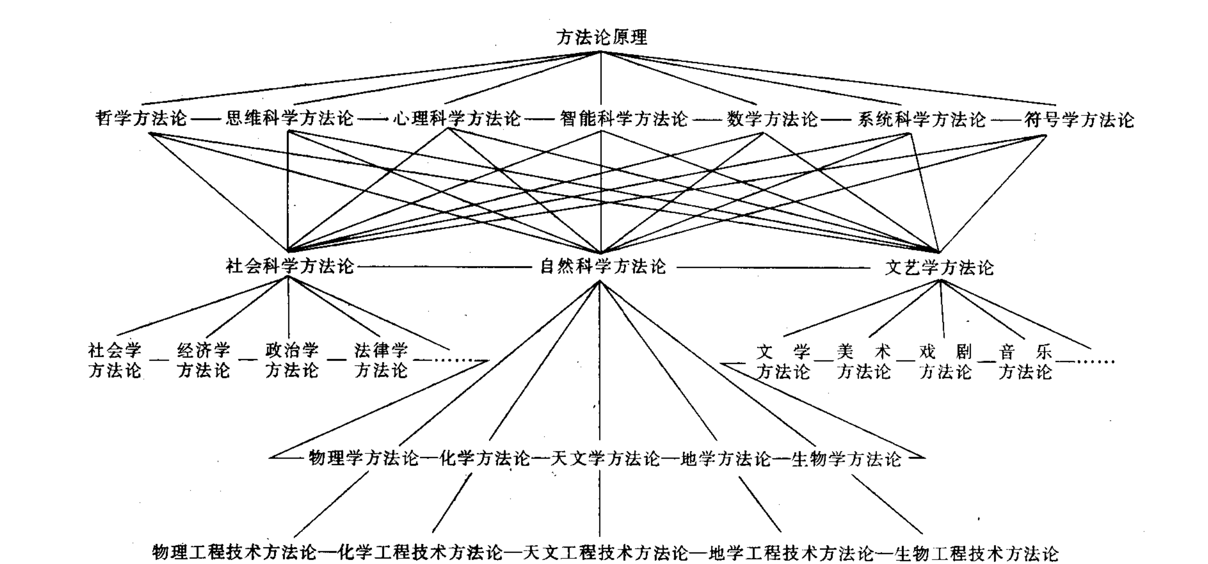

方法论原理
哲学方法论
思维科学方法论
心理科学方法论
智能科学方法论
数学方法论
系统科学方法论
符号学方法论
社会科学方法论
自然科学方法论
文艺学方法论
社会学方法论
经济学方法论
政治学方法论
法律学方法论
……
文学方法论
美术方法论
戏剧方法论
音乐方法论
……
物理学方法论
化学方法论
天文学方法论
地学方法论
生物学方法论
物理工程技术方法论
化学工程技术方法论
天文工程技术方法论
地学工程技术方法论
生物工程技术方法论

图 1－2 （方法论类型树图）

方法论体系中的各种方法论,还可以根据具体应用等情况,而作出其他类型的划分.例如把方法系统划分为研究方法和表述方法.还可以根据应用范围,划分为一般方法、特殊方法、个别方法,等等.在这里所作的五个层次的划分,也是大致的、基本的划分.实际上,划分是无限的,随着认识和实践的发展以及具体实际的需要,还可以有第六层次、第七层次、……等多层次的划分.

4 方法和方法论的评价

方法论中所论述的各种方法系统,是对认识活动和实践活动中,自觉和不自觉运用的杂多的方法,进行总结、提炼、升华的结果,是条理化、规范化、系统化了的理论形态上的方法系统.这种方法系统.要比自发的、散在的方法强而有力得多.因为理论化、科学化了的方法系统,更加符合对象的本质特征及其规律,因而方法的功能也就得到了加强,方法的作用也就更能得到充分的发挥.

所谓方法论的评价,主要是指对系统化、科学化了的方法系统的功能的评价.方法系统的功能,也就是人运用方法系统于对象,而发生主客体相互作用的功能.人在活动中运用方法系统于对象,或则达到认识对象,使人们认识符合于对象的实际;或则引起对象的改变,造成人所需要的结果.总括地说,就是人对主客体对象及其关系进行加工、制作和改造的能力.在现代方法论的总体系统中,包括着许多层次、许多类型的方法系统.而各种方法系统,都有其独特的结构和特征,因此,它们的功能、价值也各不相同.正确评价各种方法系统,无论在认识上,无论在运用上,都是方法研究上的重要一环.

方法论总体中,最高层次是方法论原理,它是所有方法论的总体概括,它概括的是一切方法论、方法系统的共同本质特征及其发生发展的规律.它为正确地认识、把握和运用各种方法系统提供了根本的理论基础.

在各种类型的方法论总体系统中,处在第二层次的是哲学方法论、思维科学方法论、心理科学方法论、智能科学方法论、数学方法论、系统科学方法论、符号学方法等.这些方法论所提供的方法系统,都具有普遍的应用价值.它们都以各自特殊功能被应用于自然科学、社会科学、文艺学的各种方法论之中.哲学方法论所提供的方法系统,是关于自然、社会、思维的最一般的运动规律的认识方法.例如唯物辩证方法,它根据唯物主义本体论原则,提出了"实事求是"的方法;根据矛盾运动法则,提出了"矛盾分析"方法、"全面看问题"方法、"具体问题具体对待"方法等等.唯物辩证方法,是人类认识世界和改造世界的总体概括,是哲学方法的最高成就.相比之下,它比任何哲学派别的方法论都优越的多,其他哲学方法,如影响较大的现象学方法、实用主义方法、实证主义方法、结构主义方法、科学哲学方法等虽然也各有其独到之处,也都在一定范围内有其功能、价值,但总的来说,都不如唯物辩证方法那样深刻、全面、客观.因而不管人们自觉不自觉,愿意不愿意,都不能不在实际活动中遵守它、运用它.当然,必须明确,包括唯物辩证法在内的一切哲学方法(如美学、道德学等),都是属认识方法范畴,虽然哲学方法和其他认识方法一样,都要在不同程度上渗透到、运用到实践过程中去,但它们本身仍然是不属于实践方法范畴.

思维科学方法论,是关于各种思维的活动形式及其规律性的方法系统的理论,其中包括逻辑思维方法、形象思维方法和直觉(或灵感,顿悟)思维方法.思维方法也具有普遍的应用性,特别是逻辑思维方法,更是如此,就是形象思维方法和直觉思维方法,也须以逻辑思维方法为基础.之所以如此,是因为人是理性动物,而理性的根本体现是逻辑思维,可以说没有逻辑思维,人也就不成其为人了.所以自古以来,逻辑思维方法就被首先地进行了研究,并且较早地建成了科学方法系统,例如亚里士多德(Anistoteles)的《工具论》.在《工具论》中,亚里士多德就把逻辑定义为:关于科学研究的方法和原则的科学;关于证明的科学.它提出了关于概念、

判断、推理、论证等系统的理论和运用规则,创立了完整的形式逻辑方法系统.随着近现代数理科学的发展,在形式逻辑中引进了数学方法,并创造了符号化、形式化、系统化的数理逻辑以及时态逻辑、道义逻辑、量子逻辑……等三十来个应用逻辑分支系统,这充分反映了现代认识和实践对逻辑思维方法的广泛的迫切的需求,也反映着人类的活动越来越向高精度的理性水平发展.当然尽管有如此多种形式逻辑方法出现,仍然不能满足现代思维的需要,因而在形式逻辑方法的基础上,又创建了辩证逻辑方法.因为形式逻辑方法只能反映事物的抽象性和事物的外在简单关系,而只有辩证逻辑方法,才能全面反映事物的内在深层本质及其发生发展的规律性.从而在形式逻辑方法可获得的抽象真理的基础上,获得具体真理.形象思维方法和直觉思维方法,也是具有特殊功能的思维方法.形象思维方法以意象等形象形式反映事物,主要适应文学、艺术、戏剧、音乐、影视等文艺创作活动的特殊需要.直觉思维方法,主要是表现在科技发明创造的活动中,它是一种突发型、飞跃型的思维方法,往往能够解决百思不得其解的问题,具有"偶有感触,豁然开朗"之功效.

心理科学方法论,也是具有普遍应用价值的方法论,它提供关于认识和运用人的心理(知、情、意等方面)的方法系统,心理方法适用于人的一切活动,包括认识活动和实践活动.对认识活动之不能离开人的心理因素及其方法且不必详论,只就实践方法来说,也离不开心理因素,例如改造人主体的活动就离不开心理方法,特别是发展和教育心理方法与心理咨询和治疗方法.至于关于自然、社会、文艺等等科学研究和创作就更须运用心理学方法了.

智能科学方法论,与心理学方法论有较密切的联系,但智能科学方法主要是研制和运用计算机、人工智能、知识工程等的方法.这种方法系统对于研究自然、社会、文艺都有用,特别对现代科学技术很有用.甚至这种方法系统本身就是一种最尖端的工程技术,是一种智能开发和应用的重要手段和工具.所以它也是具有普遍

应用价值.

数学方法是关于数量和空间关系的研究和运用的方法系统.这种方法系统,是一切认识活动、一切科学活动所不可缺少的方法.对事物的定量认识,是现代科学认识的重要标准之一.凡是科学的认识,都须是定量认识与定性认识的统一.没有定量的认识,不可能达到精确的科学的定性认识,因为事物的量与质是统一的.当然,只有定量分析而无定性认识,那也是片面的,只限于形式上的认识.在一定的意义上可以说,精确的定量是为了达到精确的定性.

为贝塔朗菲等所创立的全面地运用数学方法的系统科学方法,也是一种普遍性很大的现代科学方法系统.这种方法系统在工程技术上得到了广泛的卓有成效的应用,并逐渐被普遍地运用于一切领域.特别是对大型的技术工程和经济工程,以及对社会工程、军事工程,都有很大的效果.正是由于系统科学方法具有如此普遍的高效的功能,因而有些人认为它也是一种哲学方法,但这是不确切的.哲学方法主要是关于研究世界本原的唯物辩证方法,也还包括认识论、道德论、美学等方法,而系统科学方法却不包含这些方面的方法内容.就系统方法与唯物辩证方法的比较而言,系统方法在系统的结构、层次、要素、功能等等方面,要具体得多.然而,系统方法却未及唯物辩证方法那样深刻地揭示了事物的矛盾运动法则;也未能确切地揭示出事物发展的内在辩证否定机制和辩证关系.

符号学方法论,是近年来发展很迅速的一种带有普遍应用性的方法系统理论.这种方法主要是为了精确地运用语言、信号而发展起来的.为了避免自然语言的模糊性和歧义性,而创制出人工符号语言,并从语法、语义、语用这三维上来分析研究人工符号语言;从语法的维面上构造出运用人工符号,按一定的能行规则进行操作运算的形式化系统.因此,可以把这种方法称之为形式化的方法.这种形式化的符号操作,能使思维活动大为方便、简捷、精确,

因此,这种形式化的符号方法,不仅在一切科学研究中得到广泛的应用,而且在许多技术实践中也得到了广泛的应用.它不仅具有认识方法功能,而且具有实践方法功能.与人工符号语言相类似的其他各种指号,是应用得最广泛的,例如在技术设备上的指号、符号、信号等的应用.

上述这些具有普遍应用价值的方法论,除了哲学方法是以普遍世界为对象外,其它方法论都是从研究某类事物或其某些侧面的科学理论中总结出来的.但它们一旦形成,它的应用价值就具有普遍性,都是这样那样地贯穿于特殊的和个别的活动之中和有关的方法论之中;而这类具有普遍应用性的方法之间,也往往是互补的,都是处在相互作用的关系之中.

第三层次的方法论,即自然科学方法论、社会科学方法论、文艺学方法论.这三个大的学科领域方法论,是各自概括了其本领域所有实证的具体学科及其分支学科和技术学科的共同性的方法论问题而形成的.因而适用于本领域的各个学科,它们也带有较大的普遍性.例如自然科学方法论中的实验方法,社会科学方法论中的调查研究方法,文艺学方法论中的典型化方法等等.

第四层次的方法论,即各个大学科领域中的学科方法论及其分支学科方法论.例如自然科学方法论领域中的物理、化学、生物、地理、……等方法论;社会科学方法论领域中的经济、政治、法律、军事、教育、……等方法论;文艺学方法论领域中的文学、戏剧、美术、……等方法论.这类第四层次的方法论一般都包括一些分支学科、边缘学科方法论,例如物理学方法论中的核子物理方法论和物理化学方法论;经济学方法论中的工业经济方法论和经济管理方法论;文学方法论中的外国文学方法论和影视文学方法论等等.这第四层次方法论,特别是分支学科、边缘学科方法论,往往带有一定的应用技术科学或工程技术方法论的成分,即属于实践方法的成分.例如物理、化学的实验,分支的、边缘的物理、化学的应用技术方法成分等等.

第五层次的方法论,是工程技术方法论,其主要内容是关于科技应用、产品开发等技术方法.这个层次的方法,实际上就是科学技术转化为直接的生产力的方法层次.这是这个层次方法系统的主要功能特点.这个特点表明着工程技术方法,主要的是属于实践方法,当然也包括着认识方法.例如,集成电路的设计、研制、生产程序等问题,都包括在集成电路的工程技术方法论之中,其中主要的是实践方法.因此,科学技术的经济效益和社会效益,都要在这第五层次方法论中具体表现出来.它是认识世界、改进世界最活跃最直接的方法层次.

总观方法论整体大系统的五个层次,可以明确,方法论大系统是一个上下左右贯通的有机大系统.高层次的方法原则,逐层地贯穿于低层次的方法论之中;反过来看,低层次的方法系统不断地以其所获取的生动的新鲜的内容,充实着、丰富着高层次的方法,不断地促进方法大系统的发展.

5 方法和方法论的运用

如前所述,方法系统本身就是一个关于目的方向、途径、策略手段、工具及其操作程序的选择系统.那是就方法系统内在结构的各个环节的有机构成上说的.如果就在具体活动中运用方法的角度说,究竟运用什么方法,也有个选择问题.因为,就某种具体活动来说,一般的可能存在着多种方法,究竟何种方法论所提供的方法系统对当前的具体活动能产生最佳效果,这就要作出恰当的选择和有效的运用.因此,就必须遵循如下的一些选用规则:

(1)针对活动特点,准确选用恰当方法.

方法之是否恰当,一般地说,是指方法是否适合特定活动的需要.从大的类别看,认识活动就必须选用认识方法;实践活动就必须选用实践方法;从具体活动类型来说,例如理性认识活动,用感性经验方法不会有效;如果是工业生产活动,用农业生产方法也无

济于事.再就某种具体活动具有多种方法存在的情况来看,那就更具有很大的选择性,那就更必须准确选用最恰当的方法.例如计算机或电视机的制造,可以是用电子管或晶体管来制造的方法,可以是用集成电路的方法,还可用大规模集成电路方法,甚至可用超大规模集成电路来制造的方法,在这种情况下,就要具体针对生产产品的诸多具体情况来准确选定有效的方法系统.

(2)注意方法系统的完整性,避免片面性.

适用于特定活动的最佳方法系统,绝对不会是单一层次的简单方法.因此,在运用过程中,必须把方法系统构成的每一个层次都准确地有效地加以运用,因为各个层次的功能是互补地有机地联系着的.再一种情况是,一个方法系统,往往是个方法系统的网络,是大系统中包含着若干子系统,如果只选用了一个子系统,或者没有完全选用子系统,这都不会奏效.例如理性认识方法,仅用形式逻辑方法系统是不够用的,必须在哲学方法原则指导下,还要运用辩证逻辑方法,只有完全用上理性认识的方法网络,才能获得具体真理.第三种情况是,大型的系统工程活动,所需要的是大型系统工程方法.这类大型系统工程,不仅其方法系统是个多维的方法网络,而且其工程又具有明显的先后衔接的阶段性.这就需要既注意方法系统的多维性,又要注意方法系统的阶段性,从而完全掌握这种多维方法和阶段方法.例如美国权威系统工程专家华勒(A.D.Hall)认为:系统工程具有知识维、逻辑维和时间维的系统.知识维即指有关系统工程的一切知识,包括对工程本身的认识和有关的专业知识;逻辑维是关于目标的选定、方案的优化、决策和实施等的系统分析和综合;时间维是把工程分为各个进展阶段,其中包括制订规则、初步设计、研制、生产、安装、运行、更新等七个阶段.对待类似这种大型系统工程,如果只注意到一维或二维,而忽略了其他,那是不可能完成工程的,即使注意到了三维,但对其阶段性的方法不明确,不能做到准确选用,那也是不能获得成功的.

(3)重视方法系统的移植和开拓.

在创造性的活动中，往往旧方法已不足用，或已完全不适用.在这种情况下，就必须引进或移植其他相关方法系统.例如研究化学元素的深层结构，旧的化学方法已不足用，因而就必须引进量子力学方法，创建量子化学方法，并且因而创建了量子化学新学科.类似这样引进、移值相关方法，开创新方法新学科，是现代新兴科学的特点，很普遍.例如关于心理学的研究，由于引进、移植了社会学方法而创建了社会心理学；在语言学的研究中引进、移植了数理方法，而创建了数理语言学；在逻辑科学中引进了辩证方法而创建了辩证逻辑，如此等等，彼彼皆是.

根据各种方法系统之间的互补性、同一性，对某种旧方法的补充、完善，以及引进、移植相关方法而创建新方法新学科，这是方法系统发展的动力源泉，是新学科(包括新方法论)的创立的生长点.因此，重视方法系统的引进、移植和开拓，不仅是为了解决某种具体活动的方法选用的问题，而且也是新方法论、新学科的生机所在.

(作者：李志才)

1988年初稿，1997年第五稿

参考文献

[1] 亚里士多德著，李匡武译.工具论，广州：广东人民出版社，1984.
[2] 培根著，许宝骙译.新工具，北京：商务印书馆，1984.
[3] 笛卡尔.方法谈，载十六一十八世纪西欧各国哲学，北京：商务印书馆，1975.
[4] 康德著，兰公武译.纯粹理性批判，北京：三联书店，1957.
[5] 黑格尔著，杨一之译.逻辑学，北京：商务印书馆，1974.
[6] 恩格斯.自然辩证法，北京：人民出版社.1971.
[7] 列宁.哲学笔记，北京：人民出版社，1957.
[8] 许良英等译.爱因斯坦文集，北京：商务印书馆，1977.

[9] 塔尔斯基著,周礼全译.逻辑与演绎科学方法论导论,北京:商务印书馆,1963.

[10] 鲍亨斯基著,童世俊译.当代思维方法,上海:上海人民出版社,1987.

[11] Lakatos, I: Falsification and the Methodology of scientific Research Programmes, Cambridge University Press 1970.

[12] Popper, k.R. Objective Knowledge, Oxford University Press1972.

[13] 钱学森.论系统工程,长沙:湖南科技出版社,1983.

[14] Simon, H.A. 'Information – Processing Theory of Human Problem Solving' in W.K.Estes(ed) Handbook of Learning and Cognitive Procsses(Vol.5)1978.

[15] 美国科学、工程和公共政策委员会编,佟丕济译.科学技术的前沿学科展望,北京:科学出版社,1986.

[16] 诚阪俊吉.Iし个个トロニクスを中心としに年代别科学技术史,第2版,日刊工业新闻社,昭和59年9月.

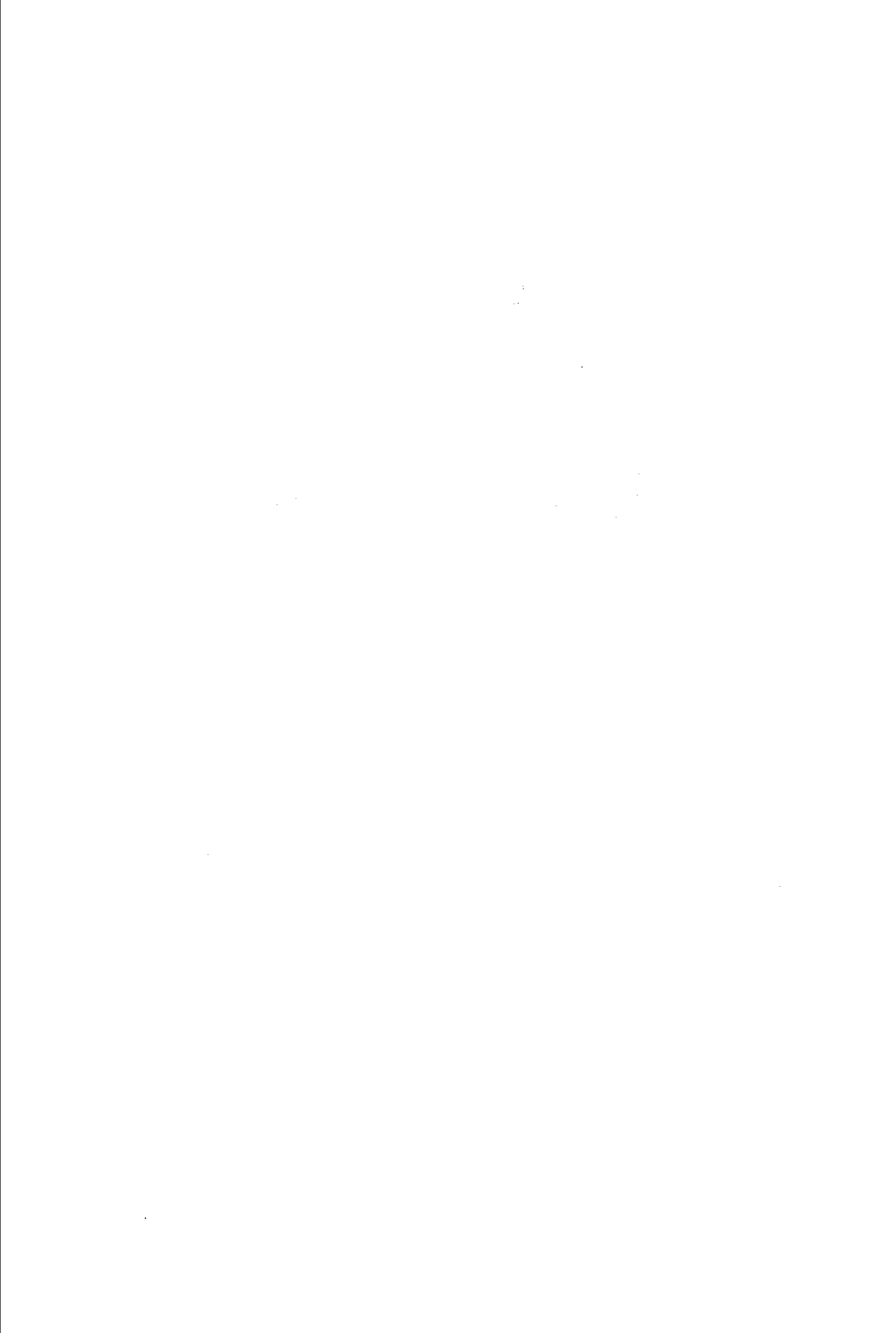
[17] 富塚清.生活の中の科学技术,第1版,株式会社山海堂,昭和57年4月.

[18] 李约瑟.中国科学技术史,北京:科学出版社,上海:上海古籍出版社,1975.



第二部

哲学方法论



一　哲学方法概论

哲学,在古代一般都认为是关于智慧的学问,在哲学的三大源流——中国、希腊、印度各国的解释上,大致是相同的.如中国古代文献中的解释:"哲,智也.无所不知,故能官人,惠爱也."(《孔氏传》)在希腊,则把哲学解释为"爱智"之学,亚里士多德(Aristoteles)认为:"智慧就是有关某些原理与原因的知识","哲人"是"具备最高普遍知识的人","能识万物原因的人","哲学为唯一的自由学术."(《形而上学》)在印度,通常把哲学称之为"见"或察,前者意为"见解"、"思想"、"观点",后者意为"探究的学问".近代德国哲学家黑格尔则认为:"哲学可以定义为对事物的思维着的考察."(《小逻辑》)而马克思、恩格斯则认为:哲学是关于自然界、社会和人类思维及其发展的最一般规律的学说.(《自然辩证法》)即关于世界观的理论系统.

哲学的内容是多方面的,如关于世界的本原及其存在形式的问题,关于精神与物质的关系问题,关于如何认识世界的问题,关于社会发展的动因及其规律问题,关于人的伦理关系问题,关于审美问题,关于思维形式及其规律问题,等等.这些哲学问题,分别为本体论、认识论、社会发展论、伦理学、美学、逻辑学等所研究.虽然这些哲学学科,随着历史的发展愈益显现其相对独立的特性,但总的来看,它们仍属于广义的哲学范畴.哲学对任何认识世界和改造世界的理论和实践(包括具体的实证科学和物质的精神的生产工程技术的理论和实践),都是必不可少的,不管人们主观上对它承认与否.

哲学方法,是关于如何研究哲学问题以及如何运用哲学的普遍性原理,来认识和解决具体问题的方法系统.哲学方法与哲学原

理是互为前提的，一定的哲学原理决定着一定的哲学方法；反之，一定的哲学方法又对一定的哲学原理起着某种决定性的作用．所谓“有什么样的世界观就有什么样的方法论”，反过来在一定意义上也可以说“有什么样的方法论就有什么样的世界观”．世界观和方法论是对立统一的，即二者既有着相互的差别，又有着相互联系和相互转化．例如，在探索世界本原等问题上，是从世界存在的实际出发，还是凭主观臆断？这就是探索哲学问题的方法问题．从世界实际存在出发的方法，首先就是承认有个不依主观意志为转移的客观存在，承认这种客观存在，就是肯定“世界的物质性”和“物质第一性、意识第二性”的哲学原理．而只凭主观臆断的方法，则是断定主观意识决定一切的方法，这就首先须肯定主观决定客观，或只肯定主观而否定客观的哲学原理．前者为唯物主义哲学，后者为唯心主义哲学．再就运用哲学原理来认识和解决具体问题的方法来说，如果运用“运动”、“联系”的辩证法哲学原理，则为辩证的哲学方法；如果运用“静止”、“孤立”的哲学原理，则为形而上学的哲学方法，如此等等．

在哲学的发展历史中，不同的时代，有着不同的哲学原理和不同的哲学方法，而且同一个时代，也有不同的哲学原理和不同的哲学方法．这些不同的哲学原理体系和不同的哲学方法系统，构成了丰富多彩的人类理性的灿烂图景，闪烁着理性王国的光芒，照耀着人类认识世界改造世界的途程，为创造物质文明和精神文明做出了不可磨灭的贡献．在哲学本身的发展中，各种哲学观点和各种哲学方法之间，存在着纷繁复杂的彼此的批判斗争，这是哲学发展的必然规律，这也正是哲学本身发展的辩证法的体现．各种哲学观点方法相互斗争、相互渗透、相互转化，一般地说，这种哲学发展的结果，就出现了各种各样的各具特色的哲学观点方法体系．就整体来看，在哲学思想宝库中所存藏的，并非一家一派的财富，而是各家各派的共同结晶．但在这个哲学宝库中，最大的晶体明珠则是唯物辩证法，唯物辩证法是全人类理性的最集中的体现，它不会因这样

那样的曲解或在实践中的背离和阳奉阴违而失掉其固有的光辉. 唯物辩证法是人类一切哲学体系中的精华的总括和总结,其中不仅包括着唯物主义的哲学成果,也包括着唯心主义哲学中的积极成分;它不仅是历代辩证法的大成,也是形而上学的有意义的内容的发展.在一定意义上可以说,在整个哲学的发展中,没有唯心主义就不可能有科学的唯物主义;没有形而上学,也就不会有辩证法.这正如黑格尔所发现的:各种哲学体系并不是彼此推翻了,而是一种彼此的"扬弃",即在彼此相互吸收积极成果,彼此相互剔除谬谈的过程中,向更高的水平上不断发展的.我们应该遵循这种规律,沿着否定之否定的轨道,向前推进哲学观点方法的研究,让哲学的视野更加深邃更加广阔,让理性的光辉更加照亮人类文明的前程.

本书中的"哲学方法",只是简要论列了在近现代对人类哲学思想有大、小不同程度影响的哲学方法,并非包罗无遗.我们是本着客观的、实事求是的态度,来进行介绍的.

(作者:李志才)

二　辩证唯物主义方法论

唯物辩证法是关于自然界、人类社会和思维的最一般的发展规律的学说.它既是关于客观世界和主观世界的发展的理论,又是认识客观世界和主观世界的方法.在古代,唯物论和辩证法都自发地产生了,并在近代获得了高度的发展,但还没有被科学地统一起来.马克思主义的产生,把唯物主义和辩证法科学地结合起来,创立了唯物辩证法,并把它转变为认识世界和改造世界的根本方法.

1　辩证唯物主义方法的产生

辩证法一词,源于希腊文,意思是指交谈的技巧,因而同辩论、诘难,以至诡辩密切相关.古代人把在争辩中取得胜利的技巧,称作辩证法.要在辩论中获胜,必须揭露对方言谈中的矛盾,这就是历史上早已把矛盾学说看作辩证法基本内容的原因.古代朴素的唯物辩证方法、近代唯心辩证方法和现代唯物辩证方法是辩证方法发展的三个历史阶段.

1.1　古代的辩证方法

在古代,辩证法与唯物论一开始就有着朴素的结合,最初具有唯物主义本体论的意义.以赫拉克利特(Herakrit)为代表的古代哲学家在寻找事物的产生、变化的原因时,把发展、变化的规律性称作"逻各斯"(Logos),而且提出了对立统一的思想,认为变化的原因是事物自身所包含着的善与恶、生与死、热与冷、干与湿等矛盾现象.古代辩证法的另一种形态是论辩的艺术或技术,它是直接作为方法而出现的.在苏格拉底(Socrates)那里,这种论辩的方法被

称为"接生术".柏拉图(Platon)发展了苏格拉底的辩证方法,他在分析理念世界和现实世界的关系中,阐述了个别和一般、一和多、有限和无限的相互关系的概念辩证法.亚里士多德总结了古代希腊的辩证方法,并把它应用于逻辑学和范畴学说中去,"研究了辩证思维的最主要的形式"①.他构造了十个范畴,即:本质、数量、性质、关系、地点、时间、姿势、状态、活动、遭受,并探索了本质与现象、质料与形式、数量与质量、间断与连续、个别与一般等辩证关系,力图把概念运动的辩证法转变为辩证思维的方法,因而成为"带有流动范畴的辩证法派"的代表人物②

1.2 近代唯心主义辩证方法

从16~17世纪以来,形而上学方法占据着统治的地位.18世纪末和19世纪初,自然科学从搜集材料的科学进入了整理材料的科学,在科学方法上,要求把分析与综合、归纳与演绎、抽象与具体、经验与理性等有机地结合起来.以康德(I.Kant)为开端的德国古典哲学建立了唯心主义辩证法体系,动摇了形而上学方法的统治,促成了人类思维向辩证法的复归.康德以四个"二律背反"揭露了思维中的辩证矛盾,系统地研究了十二个范畴,阐述了概念的辩证法.黑格尔集德国唯心主义辩证法之大成,实现了辩证法、认识论和逻辑学这三者的统一,认为辩证法既是认识的方法,同时又是逻辑的方法.他认为,把辩证法转变为认识方法,最基本的就是分析和综合相结合的方法."这个既是分析的又是综合的判断的环节,通过它,那开始的普遍的东西从自身中把自身规定为自己的他物,它应该叫做辩证的环节."③由于黑格尔把辩证法只看作概念的运动,而且概念就是事物的本质,因此,这种辩证方法是建立在

① 马克思恩格斯.马克思恩格斯选集,第3卷,人民出版社,1972:58.

② 马克思恩格斯.马克思恩格斯全集,第20卷,人民出版社,1971:545.

③ 黑格尔.逻辑学,下卷,商务印书馆,1976:547.

唯心主义基础上的.尽管唯心主义的体系窒息了辩证法的彻底革命的批判的精神,但是,黑格尔的辩证方法仍然是唯物辩证法的直接的思想来源.

1.3 唯物辩证方法

马克思和恩格斯对黑格尔唯心主义辩证方法进行了革命的改造,吸取了黑格尔对辩证法的基本规律和范畴的理论,建立了唯物辩证法的理论体系.列宁(F.E.Liening)发展了马克思的辩证方法,提出了对立统一规律是辩证法的实质和核心的思想,认为具体问题具体分析,是马克思主义的活的灵魂,从而突出了矛盾分析方法.毛泽东对矛盾辩证法做了进一步的阐述和发挥,并把它应用于认识过程,阐述了认识过程的辩证法和认识的逻辑方法.唯物辩证方法的产生和发展,在人类思想方法论史上,是一次伟大的革命.这场革命,是历史观上的伟大变革的必然产物,正是唯物主义历史观否认了"纯粹思维"作为辩证法的前提,"为逻辑方法提供了一个出发点"[①],从而把唯心的辩证方法改造成为唯物的辩证方法."这就是从黑格尔逻辑学中把包含着黑格尔在这方面的真正发现的内核剥出来,使辩证方法摆脱它的唯心主义的外壳,并把辩证方法在使它成为唯一正确的思想发展方式的简单形式上建立起来.马克思对于政治经济学的批判就是以这个方法作基础的,这个方法的制定,在我们看来,是一个其意义不亚于唯物主义基本观点的成果.[②]"唯物辩证方法产生的革命变革的意义,不亚于历史唯物主义产生的革命变革意义,表明辩证法与唯物主义结合,完成了方法论上的伟大变革,使唯物辩证方法成为当代哲学方法论的最科学的形态.

---

① 马克思恩格斯.马克思恩格斯选集,第2卷,人民出版社,1972:121.

② 马克思恩格斯.马克思恩格斯选集,第2卷,人民出版社,1972:122.

2 唯物辩证方法的内容和核心

唯物辩证方法是认识方法和思维方法,同时也是指导人们从事实际活动的方法.恩格斯说:“恰好辩证法对今天的自然科学来说是最重要的思维形式,因为只有它才能为自然界中所发生的发展过程,为自然界中的普遍联系,为从一个研究领域到另一个研究领域的过渡提供类比,并从而提供说明方法.”①自然界和人类社会的运动和发展的辩证法是客观辩证法,概念的运动和发展的辩证法是主观辩证法,客观辩证法是第一性的,主观辩证法是客观辩证法的反映,从而表现为思维运动的辩证法,它是认识自然界和社会的运动规律的方法.

2.1 唯物辩证方法的内容

唯物辩证方法是唯物方法和辩证方法的统一.它不仅包括以辩证法的基本规律和范畴学说为理论基础的辩证方法,而且还包括以世界的物质统一原理为理论基础的唯物方法.辩证法的对立统一规律、质量互变规律和否定之否定规律,以及辩证法的各对基本范畴,都可以转化为各种方法,要求以全面的、发展的和联系的观点分析问题和解决矛盾;世界的物质统一原理要求人们从实际出发,实事求是,具体问题具体分析.这些方法,都是认识世界和改造世界的工具和手段,表现为唯物辩证方法的一般形态.此外,唯物辩证方法还有特殊的形态,它们都是一般形态的唯物辩证方法在不同领域中的具体应用.例如,在自然领域有自然辩证方法,在社会领域有历史辩证方法,在思维领域有辩证逻辑思维方法等,它们都是唯物辩证方法的重要组成部分.

---

① 马克思恩格斯.马克思恩格斯选集,第3卷,人民出版社,1972:466.

2.2 唯物辩证方法的核心

对立统一规律揭示了事物普遍联系的基本内容和事物发展的源泉和动力，它规定和影响着辩证法的其他规律和范畴，而其他规律和范畴则是对立统一规律的补充和具体化．列宁说："可以把辩证法简要地确定为关于对立面的统一的学说．这样就会抓住辩证法的核心，可是这需要说明和发挥．"[①]对立统一规律学说所提供的方法，就是矛盾分析方法．由此规定了辩证方法的主要内容，它的核心，就是矛盾分析方法，它要求人们对具体问题作具体分析，用不同的方法来解决不同性质的矛盾．

3 实事求是方法

唯物辩证法在回答思维与存在、意识与物质的相互关系问题时，既坚持存在、物质第一性，思维、意识第二性，存在决定思维、物质决定意识的观点，同时又强调思维对存在、意识对物质的能动的反作用．因此，按照实际情况决定工作方针，这是我们最基本的思想方法和工作方法．毛泽东说："应当从客观存在着的实际事物出发，从中引出规律，作为我们行动的向导．"[②]这就是从实际出发，实事求是，从分析具体情况中获得原则性的结论，指导我们工作的方法．

3.1 实事求是方法的出发点

从实际出发，首先要解决研究的出发点问题．这种出发点是指：

第一，从最广泛、最一般的意义上说，研究的出发点是客观存

① 列宁．列宁选集，第2卷，人民出版社，1972：208．

② 毛泽东．毛泽东选集，第3卷，人民出版社，1991：799．

在着的事实;第二,就事物的运动和发展的源泉来说,研究的出发点必须是对象领域中发展的最初动力和原因;第三,就本质和现象的关系来说,研究应该从现象出发,通过对现象的分析和研究,把握事物的本质;第四,从矛盾之间的关系来说,如果存在许多矛盾的话,那么,我们就全力找出其中的主要矛盾,使其他一切问题获得迎刃而解.若要把这种出发点进一步概括为一个范畴,那么,"普遍的存在"就是这样的范畴.毛泽东在分析《资本论》的研究出发点时指出:"商品这个东西,千百万人,天天看它,用它,但是熟视无睹.只有马克思科学地研究了它,他从商品的实际发展中作了巨大的研究工作,从普遍的存在中找出完全科学的理论来."[①]在资本主义社会中,商品就是这样的"普遍的存在",它是研究资本主义生产方式的出发点.

3.2 实事求是方法的内容

从客观存在着的事实出发,探求事物发展的规律,这就是实事求是方法.毛泽东说:"'实事'就是客观存在着的一切事物,'是'就是客观事物的内部联系,即规律性,'求'就是我们去研究."[②]我们在找到"普遍的存在"之后,就应该探求事物之间的内部联系,由此获得关于事物规律性的认识."实事求是"是马克思主义的基本点,因而是最根本的辩证方法.只有学会运用实事求是方法,才能使我们的主观认识符合客观的实际情况,取得革命和建设事业的胜利.

3.3 实事求是方法的技术

要做到从实际出发,实事求是,把握事物发展的规律,必须掌握以下的技术:

第一,正确解决主观与客观的矛盾,反对主观意志论.这就必

① 毛泽东.毛泽东选集,第3卷,人民出版社,1991:817.

② 毛泽东.毛泽东选集,第3卷,人民出版社,1991:801.

须不凭主观想象、不凭一时的热情,不凭死的书本,而要详细地占有材料,并对这些材料进行分析和综合相结合的研究,从中引出科学的结论.

第二,实现理论和实际的统一,反对教条主义.实事求是的基本要求是不能"唯书",只能"唯实".书本知识是可贵的,但必须将它同我们的实际情况结合起来学习和应用,反对本本主义.

第三,把经验条理化,反对经验主义.经验是可贵的,它能帮助我们更好地做到实事求是.但是,囿于有限的局部经验,把它凝固化,就会陷入片面性,成为经验主义者.有工作经验的人要向理论方面学习,认真读书,使经验条理化、综合化.

第四,要看实质,不要只看表面,反对形式主义.研究工作必须掌握丰富的和真实的材料,但是,材料仅仅是研究的基础.如果只看表面现象,抓不住事物的本质,那么,"求是"也是难以办到的.因此,我们必须对材料进行分析和综合的研究,揭示事物的内在联系,把握事物的本质,反对只作表面现象的罗列,陷于形式主义.

4 调查研究方法

实践是认识的基础.在实践中首先发生的是感性认识,在感性认识的基础上才飞跃到理性认识.感性认识的获得,唯一的方法是向实际作调查."没有调查,没有发言权."这句话,充分地表达了调查研究方法的极端重要性.调查研究方法包括三个方面,即:调查方法、研究方法和验证方法.

4.1 调查方法

进行社会调查,首先要有正确的态度."没有满腔的热忱,没有眼睛向下的决心,没有求知的渴望,没有放下臭架子、甘当小学生

的精神,是一定不能做,也一定做不好的."[1]要做好调查研究工作,不仅要有正确的态度,同时还要有科学的方法.

第一,制定调查纲目.任何一次调查,总有一个认识问题的目的.调查什么内容,包括哪些方面,这就是调查纲目中的大纲和细目,在调查前就必须把它们制定出来.

第二,开调查会.按照调查纲目,让到会的人充分发表意见,展开讨论,从而提高所获得材料的全面性和可靠性.

第三,典型调查.这就是"解剖麻雀"的方法.只要解剖一两只麻雀就可以从典型性的材料中,概括出一般的原理来.

第四,蹲点.比较长期地在一个地方或单位住下去,在那里生活和工作,并不断地总结经验,这是典型调查的有效方法.

第五,把握全面,抓住重点.周密的调查研究必须详细地占有材料,把握事实的总和.但又必须捉住主要矛盾,实现重点和全面的统一.

4.2 研究方法

通过调查占有丰富材料后,必须对材料进行研究.所谓研究方法,就是分析和综合相结合的方法.

第一,分析.把材料分解为各个部分,加以初步的整理,把它区分为精与粗、真与伪的不同部分.

第二,抽象.在区分材料的精与粗、真与伪的基础上,去粗取精,去伪存真,进而由此及彼、由表及里,舍弃现象,抽取本质,达到关于事物规律性的认识.

第三,比较."有比较才能鉴别."[2]所谓比较,就是辨别两种或两种以上的同类事物的同异关系.在进行分析和抽象时,必须比较精与粗、真与伪、表与里、此与彼.只有在比较中,才能使思维从分

---

① 毛泽东.毛泽东选集,第3卷,人民出版社,1967:748.

② 毛泽东.毛泽东选集,第5卷,人民出版社,1977:416.

析进入综合,从抽象上升到具体.

第四,综合.在思维中把各个部分或要素联结成一个统一体,称为思维的综合方法.通过分析和抽象后,思维获得了种种抽象规定;通过综合,把这些规定统一为一个整体,到达于对事物的总体认识.

4.3　验证方法

调查研究所得到的认识是否正确,已经部分地被证实,但还没有完全地被证实.要完全地验证这种认识的正确性,必须回到实践中去,看一看是否达到预期的目的.所谓验证,包括两个方面,一是证实认识内容的真实性,二是证明认识形式的正确性.对一种理论的检验,应有三个步骤:

第一,逻辑证明.运用逻辑规律和规则,检查理论系统的推演是否合乎逻辑,是否与现有的正确理论存在着逻辑矛盾,由此来断定理论形式的正确性.

第二,实践检验.逻辑证明只能解决理论形式的正确性问题,理论内容是否真实,最终应由实践来检验.只有在实践中达到了预期的目的,理论才最终地被证实.

第三,理论评价.根据逻辑证明和实践检验的结果,对理论的正误和优劣,作出科学的评价,对理论的适用范围和普遍性程度,作出确切的说明.

5　矛盾分析方法

毛泽东说:"辩证法的宇宙观,主要地就是教导人们要善于去观察和分析事物的矛盾运动,并根据这种分析,指出解决矛盾的方法."[①]马克思主义的活的灵魂,就是具体地分析具体矛盾,认识矛

① 毛泽东.毛泽东选集,第1卷,人民出版社,1991:304.

盾的具体性质,提出解决矛盾的具体方法.

5.1 矛盾分析方法的任务

认识世界的目的是改造世界.矛盾分析的任务,不仅是认识矛盾,而且是为了解决矛盾,这就是“指明问题的性质,给以解决的办法.”①

第一,指明矛盾的性质.要认识矛盾的性质,首先要暴露对立双方的特点,把握矛盾的总体;其次,认识各种矛盾的特点,区分主要矛盾和非主要矛盾;再次,分析矛盾的历史演变,揭示事物从低级向高级的发展,通过这些精密的分析之后,加以综合,从而把握矛盾的总体性质.

第二,提出解决矛盾的方法

解决矛盾的方法是由矛盾的性质所决定的.“用不同的方法去解决不同的矛盾,这是马克思列宁主义者必须严格地遵守的一个原则.”②制定解决矛盾的方法,必须回答“怎样做”和“不怎样做”的问题.首先,区分两类不同性质的矛盾,采取两类不同性质的方法;其次,区分不同运动形式的矛盾,采取不同类型的方法;再次,根据矛盾的历史发展,变换各种不同的方法;最后,善于分析矛盾的转化,制定解决矛盾的特殊方法.

5.2 矛盾分析方法的步骤

认识任何一件事物,第一步是观察和提出问题,形成关于这一事物的大体轮廓;第二步是分析问题,把整体分解为各个部分,研究它的各个细节;第三步是把各个部分的分析加以综合,指明问题的性质,给以解决的办法.因此,矛盾分析的三个步骤是:

第一,提出矛盾.由于观察的积累,感性材料日益丰富,经过大

---

① 毛泽东.毛泽东选集,第3卷,人民出版社,1991:839.

② 毛泽东.毛泽东选集,第1卷,人民出版社,1991:311.

略的分析,将统一物分解为两个方面,这是发现矛盾和提出矛盾.在这阶段上,对矛盾只是一个笼统的了解.

第二,分析矛盾.这是一个系统的周密的分析过程,其任务是暴露矛盾双方的内部联系.具体有以下四个方面的任务:寻找事物的内部根据;抽象矛盾双方的特殊本质;暴露各种矛盾的相互联系;预测矛盾的发展.

第三,解决矛盾.这是认识矛盾的综合阶段,它的具体任务就是指明矛盾的性质和给出解决矛盾的方法.在这两项任务中,都是实现认识的综合,前者为性质综合,后者为方法综合.

5.3 矛盾分析方法的技术

分析矛盾的技术,就是认识矛盾的具体方法,它是从唯物辩证法的基本规律和范畴的理论转变而来的.

第一,在同一中把握对立,在对立中把握统一,揭示矛盾双方都以对方为自己存在的条件,失去一方,另一方就失去了存在的前提.这就要求我们在分析矛盾时,必须从矛盾的一方中发现另一方,规定另一方的性质,把握矛盾双方的相互联结和彼此差别.

第二,把握规定质量的数量界限.首先,分析矛盾的特殊性,确定各种不同质的数量界限,把各种特殊的质区别开来.其次,掌握确切的百分比,区分主要矛盾和次要矛盾,制定正确的方针;再次,在数量上分析矛盾双方力量对比的变化,确定矛盾转化的时机.

第三,在肯定中包含否定的理解,不要肯定一切;在否定中包含肯定的理解,不要否定一切.首先,运用扬弃的方法,综合矛盾双方的积极因素,在旧事物中发现新事物;分析矛盾的两次转化,把握事物从低级向高级发展的“中介”.

6 历史辩证方法

历史辩证方法是辩证方法的特殊形态,它同样是唯物论和辩

证法的统一.我们只有运用历史辩证方法,才能正确认识人类社会的特征,把握历史发展的规律.

6.1 历史辩证方法的基本原则

历史辩证方法为我们研究人类社会的发展提供了最根本的原则.这些原则要求我们,从社会存在出发,从物质生活的矛盾中,从社会生产力和生产关系之间现存的冲突中去解释社会的变革.这些原则是:

第一,自然和社会统一原则.人类是生物长期进化的结果,因而人类社会是自然界长期发展的产物.自然和社会统一原则要求从自然界的发展来研究人类社会的产生,首先要探索人类的起源,其次要揭示人类意识是自然界反映特性的发展,再次是阐述劳动在从高等动物中分化出人类中的作用.

第二,自然历史过程原则.同自然界一样,人类社会也有着自己的客观的发展规律,表明"社会经济形态的发展是一种自然历史过程."[①]因此,自然历史过程原则要求我们,必须从生产方式出发,以社会的经济关系来说明社会的政治和思想关系,从而揭示社会发展的不以人们的意识为转移的客观规律.

第三,群众动力原则.人民群众是历史的创造者,他们是社会物质财富的创造者,是社会精神财富的创造者,是社会变革的决定力量.只有在肯定人民群众是创造世界历史的动力的前提下,才能充分肯定杰出人物对历史发展的重大作用.而且杰出人物只有通过人民群众,成为人民群众的组织者和领导者,他们的作用才能充分地得到发挥.

第四,社会有机体原则.人类社会不是一个彼此没有联系的静止要素的简单堆积,而是一个有机的整体."现代的社会不是坚实

---

① 马克思恩格斯.马克思恩格斯选集,第2卷,人民出版,1991:208.

的结晶体,而是一个能够变化并且经常处于变化过程中的机体."[1]把人类社会看作一个有机整体,运用系统的观点,研究社会的结构和发展,这就是社会有机体原则的基本要求.

6.2 历史辩证方法的基本内容

社会历史发展的原因是社会历史的内部矛盾.因此,历史辩证方法的基本内容是社会矛盾分析方法.社会基本矛盾分析方法、阶级矛盾分析方法和两类不同性质矛盾分析的方法,是社会矛盾分析方法的基本内容,因而也就是历史辩证方法的基本内容.

第一,生产力和生产关系矛盾分析方法.在生产力和生产关系的矛盾中,生产力的决定作用和生产关系的反作用的矛盾运动,构成了生产关系适合生产力状况的规律.因此,凡是推动生产力发展的生产关系,是先进的生产关系;凡是阻碍生产力发展的生产关系,是落后的生产关系.当生产关系阻碍生产力发展时,必须变革生产关系,解放生产力,促进生产力的发展.社会主义社会的改革,必须是改变不适应生产力发展的生产关系,进一步解放和发展生产力.

第二,经济基础和上层建筑矛盾分析方法.

在经济基础和上层建筑的矛盾中,经济基础是矛盾的主要方面,上层建筑是矛盾的次要方面.经济基础的决定作用和上层建筑的反作用的矛盾运动,构成了上层建筑适合经济基础状况的规律.因此,必须根据经济基础的性质和发展要求,不断变革上层建筑,充分发挥上层建筑的能动反作用.

第三,社会基本矛盾分析方法.生产力和生产关系的矛盾、经济基础和上层建筑的矛盾构成社会的基本矛盾,它是社会发展的根本动力.在分析社会基本矛盾时,首先要分别地分析这两对矛盾,然后,再将它们综合起来,抓住两对矛盾的联结点,即生产关系

---

① 马克思恩格斯.马克思恩格斯选集,第2卷,人民出版社,1972:202.

(经济基础).生产力通过对生产关系的决定作用,决定上层建筑的发展;上层建筑通过对经济基础的反作用,能动地反作用于生产力.在这两对矛盾中,必须抓住其中更根本的矛盾,即生产力和生产关系的矛盾.

第四,两类社会矛盾分析方法.敌我矛盾和人民内部矛盾是两类不同性质的社会矛盾.在进行矛盾分析时,首先要区分两种不同的性质,敌我矛盾是对抗性矛盾,人民内部矛盾是非对抗性矛盾.在一定条件下,这些矛盾的性质会发生相互转化.其次,根据矛盾的不同性质,采取解决矛盾的不同方法.解决敌我矛盾必须运用专政的方法,解决人民内部矛盾必须运用民主的方法,在人民内部实行民主集中制.

7 价值评价方法

主体和客体之间的价值关系,揭示了对象的有用性.价值评价的任务是:就客体对主体的有用性,做出价值判断,以指导价值的创造和实现.

7.1 价值评价的实质

价值是客体对主体的有用性,即客体以自己的属性满足主体的某种需要.从需要、目的和价值三者的相互关系来看,价值评价的实质是揭示主体和客体的价值关系,它包括有两种含义:

第一,价值对象的创造是否实现了人的对象化活动的目的.活动的目的是活动在结束时所要达到的结果在观念上的反映.活动的结果是否符合活动开始时的目的,必须进行科学的评价.

第二,价值对象是否最终地满足人的需要.价值对象被合乎目的地创造出来以后,必须以自己的价值来满足主体的需要,从而使价值得以实现.由于目的只是对需要的近似正确的反映,所以,被创造的价值对象不一定能够完全满足主体需要.因此,对价值对象

是否满足主体的需要及其满足的程度,须做进一步的评价,以确定主体对价值对象应取的态度.

7.2 绝对价值评价方法

绝对价值评价是揭示客体的绝对价值,确认客体具有哪一种或哪几种价值形式,即指明具有正价值,或零价值,或负价值,或兼有正价值和负价值.肯定客体对主体具有正价值,我们可以称作肯定评价;肯定客体对主体具有负价值,我们可以称作否定评价.绝对价值评价一般都属于对客体价值的总体评价.例如,“知识就是力量”,“科学是生产力”等,都是以人类为价值主体,以作为整体社会现象为价值客体所作的肯定评价.任何社会存在物,对于社会的人来说,都是“为我而存在”,因而都处于一定的价值关系中,为了在有用的形式上占有这些存在物,都要揭示这种价值关系,对客体作出绝对价值评价,把握它的价值形式.

7.3 相对价值评价方法

相对价值评价是揭示客体的相对价值,具体指明各种不同客体所具有价值的大小,断定各种价值客体属性满足主体需要的不同程度.

第一,揭示客体正价值的量的规定性.价值客体满足主体需要的程度,是随着历史发展而变化的.通过对不同价值客体满足主体需要的不同程度进行比较,确定它们所具有价值的优劣、高低、大小.

第二,揭示客体负价值的量的规定性.负价值的量是价值客体对主体需要有害性的程度.通过对具有负价值的客体的不同价值进行比较,逐次确定它们所造成的损害的不同程度,并在量上准确地计算出来,或作出大体估计.

第三,揭示客体双重价值形式的价值余量.客体有时既有正价值,又有负价值.这时,客体的价值是两种价值相互抵消后的余值.

一种活动给人们带来好处,同时又带来害处.我们不仅对这两种价值形式的价值量分别地做出判断,而且还要对这两种价值量作出比较,确定它们相互抵消后的价值余量,最终地断定这一客体具有正价值,或具有负价值.

第四,揭示价值形式相互转化的方向和条件,力争保证客体具有正价值.好事具有正价值,坏事具有负价值.好事转化为坏事,正价值转化为负价值;坏事转化为好事,负价值转化为正价值.我们应该分析各种价值转化的可能性及其实现转化的条件,防止正价值转化为负价值,争取负价值向正价值转化,始终保持客体的正价值量.

7.4 价值评价标准的选定

价值评价必须有评价的标准.由于价值是反映主体和客体的价值关系的范畴,是主体需要和客体属性的统一,价值评价的标准必须在这种统一的基础上建立起来.

第一,象喻标准.以某种众所周知的客体价值来形象比喻另一客体的价值.例如,把儿童象喻为花朵,把青年象喻为早晨八九点钟的太阳.

第二,绝对价值评价标准.用来确定客体具有何种价值形式的评价标准,它的基本内容是满足主体需要的客体属性的基本规定性,即有用性.

第三,相对价值评价标准.用来确认客体价值大小、程度的标准,它的基本内容,除了满足主体需要的客体属性的质的规定性以外,还包括这些属性的量的规定性,从而判断客体属性满足主体需要程度.

第四,实践标准.实践活动本身就是一种评价活动.当人们在实践中以有用的形式占有对象时,就表明这种对象具有某种正价值;反之,就不具有正价值.所以,主体和客体的实践关系是价值关系的确定者,一切评价标准都要以实践标准为基础.

8　历史主义方法

一切社会现象都处于变化和发展的过程中,都经历着产生、发展和灭亡的历史.以过程的观点、演化的观点和飞跃的观点来研究事物,就是历史主义方法.

8.1　历史因果关系方法

任何事物发展的历史规律都是客观的,事物发展的方向是由过程内部诸因素的相互作用和因果关系所规定了的,这就是历史决定论思想.运用历史决定论思想分析历史发展的过程和趋势,就是历史因果关系方法,或称历史决定论方法,它的基本要求是:

第一,揭示历史过程中的因果关系,确定不同层次的因果系列,直至过程的终极原因,说明历史发展的必然性.

第二,在必然性和偶然性的统一中,科学地说明历史发展的辩证法、现实历史过程的前进性和曲折性.

第三,正确地估计人类历史活动中自由意志和杰出人物的作用,把握历史过程的客观规律性和主观能动性的相互关系,避免历史宿命论.

第四,根据历史决定论所揭示的历史过程必然性,预见历史发展的总趋势和总方向,以及不同历史时期的可能特征,指导人民群众创造历史的活动.

8.2　历史和逻辑相统一的方法

历史事件的出现都有它特定的时间序列.这些序列在思维中的反映,表现为思维的程序,即逻辑.所以,历史和逻辑既是有区别的,又是相互统一的.历史决定逻辑,逻辑反映和修正历史,这就是历史和逻辑的对立和统一关系.用这种对立统一来认识事物,就是历史和逻辑相统一的方法.它的主要内容有:

第一,以范畴(概念)的内涵自身中的矛盾,揭示历史发展的内在动力,表明历史的"自己运动".

第二,以历史材料为出发点,制定范畴及其转化的形式,揭示历史过程的必然规律,以把握历史发展的全部过程.

第三,以反映完全成熟的典型形态的范畴体系,揭示历史过程中过去、现在和将来之间的联系,从而把握历史的整体联系,以推断过去和预见未来.

8.3 历史评价方法

正确地运用历史评价标准,对历史作出科学性和革命性相统一的评价,是马克思主义的历史评价方法.这些方法主要内容有:

第一,从历史事实出发,充分占有材料,实事求是地评价历史.

第二,运用阶级分析方法,深入研究各种社会矛盾,全面地评价历史.

第三,区分历史时代,确定历史范围,根据历史的内在联系,准确地评价历史.

第四,以发展的观点来分析历史时代的变化,把握历史价值的演变,在形态转化中评价历史.

第五,以比较方法研究历史现象的异同,把握它们的共性和个性,形象而合理地评价历史.

9 阶级分析方法

在阶级社会中,社会基本矛盾集中地表现为阶级矛盾和阶级斗争.因此,对阶级社会中历史现象进行研究时,必须运用阶级分析的方法.

9.1 阶级分析是社会基本矛盾分析方法的具体形态

阶级分析方法的现实根据是阶级社会中的阶级矛盾和阶级斗

争,而阶级矛盾和阶级斗争又根源于社会基本矛盾,所以,阶级分析方法是社会基本矛盾分析方法在阶级社会中的具体表现.

第一,阶级是一个历史的范畴,是私有制的产物.不同的阶级主要是由他们对生产资料的占有关系不同所决定的.所以,阶级首先是一个经济范畴,其次才是政治范畴,阶级矛盾是由经济关系中的矛盾所决定的.

第二,社会的阶级结构决定于经济结构,各个社会的经济结构又是由社会基本矛盾所决定的.一般说来,反动的阶级代表落后的生产关系,革命的阶级代表先进的生产力,由此决定了各社会阶级结构中的两大基本阶级:奴隶主与奴隶、地主与农民、资本家和工人等.

第三,社会基本矛盾是人类社会发展的动力.由于阶级社会中社会基本矛盾表现为阶级矛盾,因此,阶级矛盾和阶级斗争是阶级社会发展的直接动力.

可见,阶级分析方法是运用阶级矛盾和阶级斗争的观点分析社会历史现象的方法.

9.2 阶级分析方法的目的和内容

阶级分析方法能使我们从纷繁复杂和变动不居的阶级关系中,把握基本的阶级关系,从看起来是迷离混沌的社会状态中发现社会发展的规律性.

第一,阶级分析方法是调查研究的基本方法.社会的各阶级是我们作社会经济调查的对象,只有通过调查,才能了解社会各阶级的经济政治情况,做出正确的阶级估量.阶级分析方法“乃是了解情况的最基本方法.”[①]

第二,分清敌我友,是阶级分析方法的目的.阶级分析方法的“终极目的是要明了各种阶级的相互关系,得到正确的阶级估量,

① 毛泽东.毛泽东选集,第3卷,人民出版社,1991:789.

然后定出我们的斗争策略、确定哪些阶级是革命斗争的主力,哪些阶级是我们应当争取的同盟者,哪些阶级是要打倒的."①

第三,阶级的经济地位和政治态度,是阶级分析的内容.由于经济决定政治,阶级分析应从分析阶级的经济地位入手,由此来决定各阶级的不同政治态度.

第四,正确地运用阶级分析方法,注意阶级关系的新变动.只有及时地分析阶级关系的变化,才能使我们的斗争策略,适应变化了的情况.

9.3 社会主义社会阶级矛盾分析方法

社会主义社会中仍然存在着阶级矛盾和阶级斗争,因此,阶级分析方法仍然是研究社会现象的科学方法之一.但是,由于阶级矛盾已不再是主要矛盾,因此,在分析社会主义社会的阶级矛盾时,要防止把阶级矛盾扩大化的倾向.

社会主义社会的阶级矛盾仍然根源于社会主义社会的基本矛盾.在社会主义社会中,由于反社会主义的敌对势力的存在,资产阶级意识形态的存在,国家机构中某些官僚主义作风的存在,使一些社会矛盾部分地带上了阶级矛盾的性质.我国现阶段的阶级斗争主要表现为人民同敌对分子的斗争.

在社会主义时期,人民内部矛盾大量的不带有阶级斗争的性质.为了正确地运用阶级分析方法分析社会主义社会的阶级矛盾,必须善于区别和正确处理两类不同性质的矛盾.

10 群众路线方法

群众路线是我们党的组织路线和政治路线,同时也是我们党的基本的领导方法和工作方法.

① 毛泽东.毛泽东选集,第1卷,人民出版社,1991:115.

10.1 一切从群众出发

人民群众是历史的创造者.我们的工作不仅要依靠群众,而且都是为了群众,为人民群众的根本利益而斗争.因此,贯彻群众路线方法的宗旨,就是一切为了群众;为了实现这个宗旨,又必须一切依靠群众.

第一,一切为了群众.全心全意地为人民服务,一切从人民的利益出发,而不是从个人或小集团的利益出发.懂得向人民负责和向党的领导机关负责的一致性.

第二,一切依靠群众.人民群众的事业只有依靠人民群众自己的斗争才能实现.任何恩赐的观点、代替群众斗争的观点都是错误的.为了依靠群众,必须动员群众和组织群众,向人民群众指出斗争的正确方向,帮助人民群众自己动手,争取和创造自己的幸福生活.

10.2 从群众中来,到群众中去

"从群众中集中起来又到群众中坚持下去,以形成正确的领导意见,这是基本的领导方法."①

第一,从群众中来,到群众中去,是贯彻组织路线的方法.我们党的组织原则是民主集中制,即在民主基础上的集中,在集中指导下的民主.这就是"从群众中来,到群众中去"的方法.

第二,从群众中来,到群众中去,是制定和执行政治路线的方法.从群众中来,到群众中去,就是从实践中来,到实践中去.只有这样,才能形成正确的意见,反映人民的利益,制定党的方针和政策,并回到实践中去贯彻执行,检验它的正确性.

第三,从群众中来,到群众中去,是基本的领导方法.要领导群众,必须宣传和组织群众.这首先要学习群众,然后才能去宣传群

---

① 毛泽东.毛泽东选集,第3卷,人民出版社,1991:900.

众和组织群众,调动群众的积极性,把工作做好.

10.3 领导和群众相结合

在"从群众中来,到群众中去"的过程中,必须实行领导和群众相结合的方法."我们共产党人无论进行何项工作,有两个方法是必须采用的,一是一般和个别相结合,二是领导和群众相结合."①

第一,一般号召和个别指导相结合.任何工作都需要有一般号召,动员广大群众行动起来.同时,领导人员又必须具体地直接地从若干组织将所号召的工作深入实施,突破一点,取得经验,然后利用这种经验去指导其他单位,考验自己提出的一般号召是否正确,充实一般号召的内容,不至于使一般号召归于落空的危险.

第二,领导骨干和广大群众相结合.一切工作任务的完成,都必须形成一个以该单位的首要负责人为核心的少数积极分子的领导骨干,并使这一领导骨干和广大群众密切结合.只有领导骨干的积极性,无广大群众的积极性相结合,便将成为少数人的空忙.如果只有广大群众的积极性,无有力的领导骨干去恰当地组织群众的积极性,则群众的积极性既不可能持久,也不可能走向正确的方向和提高到高级的程度.

第三,分工和统一相结合.做好任何工作,都必须有分工而又统一的一元化的领导.应当使总负责人和分负责人都知道,都负责,使一件工作经过总负责人推动很多干部,有时甚至是全体人员去做,可以克服各单个干部不足的缺欠,而使许多人都变为积极参加该项工作的干部.

(作者:孙显元)

① 毛泽东.毛泽东选集,第3卷,人民出版社,1991:897.

参考文献

[1] 马克思恩格斯.马克思恩格斯选集,第1-4卷,北京:人民出版社,1972.
[2] 列宁.列宁选集,第1-4卷,北京:人民出版社 1972.
[3] 毛泽东.毛泽东选集,第1-4卷,北京:人民出版社 1991.
[4] 毛泽东.毛泽东选集,第5卷,北京:人民出版社 1977.
[5] 黑格尔.逻辑学上、下卷,北京:商务印书馆 1976.
[6] 捷.伊.奥伊则尔曼主编.辩证法史(德国古典哲学),北京:人民出版社,1982.
[7] 马.莫.罗森塔尔主编.马克思主义辩证法史(从马克思主义产生到列宁主义阶段之前),北京:人民出版社 1986.
[8] 格.阿.库尔萨诺夫主编.马克思主义辩证法史(列宁主义阶段),北京:人民出版社,1987.

三　实用主义方法论

实用主义是现代西方影响最大、流行最广的哲学流派之一.实用主义(Pragmatism)这个名词起源于希腊文,意思是行为、行动.因此,实用主义代表人物也以此标明自己的哲学是一种强调行动,注重行动效果的哲学.

实用主义是一个哲学流派的总称,它概括了实用主义代表人物的共同哲学倾向.但是,由于各个代表人物所处的历史条件和社会背景的不同,因而他们在具体观点及其表达方式上也存在着某些差异.于是在实用主义发展过程中,它又获得了其它一些名称:实效主义(Pragmaticism)、人本主义(Humanism)、实验主义(Experimentalism)、工具主义(Instrumentalism)等等.

1　实用主义的发展

实用主义产生于19世纪下半叶的美国,而到19世纪末20世纪初开始广泛流行于整个西方世界,对解放前旧中国的思想界也有很大影响.1908年,当实用主义刚形成不久,列宁就指出:“在最新的美国哲学中,‘最时髦的东西’可以说是‘实用主义’了…….在哲学杂志上谈论得最多的恐怕也要算是实用主义了.”①

实用主义是一种以经验论为核心的唯心主义哲学流派.它既与贝克莱(George Berkeley 1685~1753)、休谟(David Hume 1711~1776)的唯心主义经验论传统有亲缘关系,又与孔德(Auguste Comte 1798~1857)、马赫(Ernst Mach 1838~1916)的实证主义传统有血统

---

① 列宁.列宁全集,第14卷,人民出版社,第361页注.

关系.但它作为现代经验主义,可以说是属于实证主义思潮的一个变种.不过,它也承袭了叔本华(Authur Schopenhauer 1788 ~ 1860)、尼采(Friedrich Wilhelm Nietzsche 1844 ~ 1900)等人的意志主义和狄尔泰(William Dilthey 1833 ~ 1911)、柏格森(Henri Berg Son 1859 ~ 1941)等人的生命哲学的反理性主义思想,因此,它与老人本主义思想也有师承关系.此外,特别需要指出的是,与上述其它唯心主义哲学相比,实用主义在思想理论上还有这样两个特点:①它把边沁(Jeremy Bentham 1748 ~ 1832)的功利主义伦理学说上升为自己哲学的基本原则;②它把达尔文(Charles Darwin,1809 ~ 1882)的生物进化论的基本原理发挥成为实用主义的哲学信条.这些都集中地表现在它强调"生活"、"行动"和"效果".它把"经验"和"实在"归结为"行动的效果",把"知识"归结为"行动的工具",把"真理"归结为"有用"、"效用"或"行动的成功".因此,它标榜自己的哲学是一种"行动哲学"、"实践哲学".

实用主义的创始人是美国哲学家兼逻辑学家的皮尔士(Charles Sanders Peirce 1839 ~ 1914).他于 1871 ~ 1874 年间,在哈佛大学组织了一个哲学协会,取名为"形而上学俱乐部".参加的成员有哲学家兼心理学家的詹姆士(William James 1842 ~ 1910)等十余人.1872 年,皮尔士在俱乐部的大会上作了报告.五六年后,他把报告整理成两篇文章,即《信念的确定》和《怎样使我们的观念清楚明白》,分别登载于 1877 年和 1878 年的《通俗 科学月刊》上.在这两篇文章中,他提出了一个原理:一个观念的意义就在于它所引起的一切可能的或实际的效果.这个"效果决定观念的意义"的原理,便是他提出的最早的实用主义原理.詹姆士称之为"皮尔士原理".这个原理便为实用主义奠定了理论基础.

不过,皮尔士的实用主义原理,并未系统发挥,未能成为较完整的实用主义理论体系,在当时也并未引起人们的注意.直到 20 年后(1898 年),詹姆士在加利福尼亚大学作题为《哲学概念与实际结果》的哲学讲演中,把它重提出来并加以阐发时,才受到了人

们的注意.于是,实用主义就传播开来,并在美国形成了"实用主义运动".此后,詹姆士又写了许多文章,以实用主义原理分析哲学上的各种问题,特别是把它应用到宗教和真理的问题上,从而发展了皮尔士的原理,扩大了它的应用范围.1907年,他的最主要代表著作《实用主义——某些旧的思想方法的新名称》一书出版,实用主义的基本观点已经得到了相当完整和系统的表述,它作为一个哲学流派也就形成了.

在阐述和传播实用主义方面,杜威(John Dewey 1859~1952)所起的作用比詹姆士更大.他不仅把实用主义进一步系统化,而且把它广泛运用到社会、政治、道德、教育等各个领域,从而大大扩张了它的应用范围.在皮尔士和詹姆士死后,杜威还被美国学术界称为"实用主义神圣家族中的家长".

实用主义就是这样经由皮尔士创始,詹姆士和杜威的系统化,而成为美国哲学中最为"时髦"的流派,占据着美国哲学以至整个精神文化领域的统治地位.因此,人们曾把皮尔士、詹姆士、杜威喻为美国实用主义"神圣家族"中的苏格拉底、柏拉图和亚里士多德.

二次大战以后,特别是在杜威死后,实用主义作为一个哲学流派,在美国的地位有所下降,并逐渐为从欧洲传入的逻辑实证主义所取代.但是作为一种哲学思潮,它在美国和西方世界的影响并未衰退,相反,它的根本精神却为后来在美国产生的、或者从欧洲传入的唯心主义哲学流派所吸收.当前在美国哲学界出现的逻辑实证主义与实用主义的合流,就是一个明显的例证.以莫里斯(Charles Morris 1901~)为代表的指号学、以刘易斯(Clarence Irving Lewis 1883~1964)为代表的概念论实用主义、以布里奇曼(Percy Williams Bridgman 1882~1961)为代表的操作主义、以奎因(Willard Van Orman Quine 1908~)等人为代表的逻辑实用主义等流派,就是这种逻辑实证主义实用主义化、或实用主义逻辑实证主义化的结果.不仅如此,甚至当前西方最时髦的哲学流派——现象学、存在主义、解释学和科学哲学中的历史学派等,也都在和实用

主义攀亲认戚,表现出一种相互交融、相互结合的趋向.这些事实说明,实用主义作为一种在美国土生土长的、典型的美国哲学,是有能力适应不断变化着的各种情况,并同化各种不同的、外来的哲学思潮,从而始终保持着自己的生命力和影响.无怪乎,当代著名的美国哲学家桑塔亚那(George Santayana 1863～1952)曾感慨地说,美国哲学家们不管采用什么样的名称,他们在本质上全都是实用主义者.①

2 实用主义的方法及其应用

在整个实用主义理论中,方法论问题占有十分重要的地位.其创始人皮尔士和主要代表人物詹姆士、杜威,都特别重视方法论问题.为了强调它的重要性,他们甚至把全部哲学问题看作只是一种方法论问题.皮尔士最初提出实用主义时,就再三声明:"实用主义不是一种形而上学,而是一种方法."②詹姆士在《实用主义》一书中也声称:"实用主义不代表任何特别的结果.它不过是一种方法."③为此,他还特意将《实用主义》一书的副标题叫做"一些旧思想方法的新名称".杜威则更是竭力鼓吹他的实用主义是一种科学方法.他之把实用主义改称为"工具主义",又称为"实验主义",都是要表明他的哲学是与科学方法相一致的.因此,他的学生、当代美国实用主义者胡克(Sidney Hook 1902～1988)说:当杜威使用"实用主义"的时候,"他只是想指在最广泛意义上的科学方法的逻辑."④

什么是实用主义的方法呢?在《实用主义》一书中,詹姆士指

① [苏]Π.Η.米特洛欣等编.二十世纪资产阶级哲学,商务印书馆 1983:70.

② 《皮尔士文集》,第5卷,第13节注释,哈佛大学 1931～1935 年英文版.

③ 詹姆士.实用主义,商务印书馆,1979:29.

④ 胡克.杜威在现代思想界的地位.引自洪谦主编.西方现代资产阶级哲学论著选辑,商务印书馆,1964:206.

出:"实用主义的方法是试图探索其实际效果来解释每一个概念."[①]这实际上是对实用主义方法的一个概括和总结.尽管实用主义各个代表人物在运用这种方法时的侧重点和表述不尽相同,但所遵循的基本原则却完全一致.谁最先创造了这种方法? 詹姆士认为,如果追溯以往的历史,不难发现实用主义方法形成的线索.古希腊的苏格拉底和亚里士多德就是运用这种方法的老手,近代的洛克(J·Locke)、贝克莱和休谟也"用这个方法对真理作出了巨大的贡献".但是实用主义的这些先驱者只是零碎地运用了这种方法.真正使这个方法形成为一种哲学流派的方法,那是从19世纪下半叶开始的.皮尔士在1878年发表的《怎样使我们的观念清楚明白》里指出:要弄清一个观念的意义,我们只须断定它可能引起什么样的实际效果.这就是最初提出的实用主义的意义理论和意义方法.詹姆士继承了上述思想,并作了进一步发挥,他把皮尔士的作为观念意义的标准的"实际效果"解释为"满足人的需要的实际功效",从而改变了皮尔士对意义的抽象表述.詹姆士自己的表述是:"实用主义的方法,不是什么特别的结果,只不过是一种确定方向的态度.这个态度不是去看最先的事物、原则、'范畴'和假定是必需的东西,而是去看最后的事物、收获、效果和事实."[②]杜威在论述实用主义方法时,更倾向于皮尔士的观点.他认为皮尔士所主张的方法,由于具有更多客观和科学的色彩,所以容易使人接受,而詹姆士所主张的方法,由于过分强调实际的功效,容易造成误解.为此,他极力仿效皮尔士,企图把工具主义变成一种科学方法论,这最突出地表现在他著名的"思想五步法"中,说这是一种以实验研究为模式的假设、求证和健全思想的科学方法.中国实用主义者胡适在转述杜威的"思想五步法"时,吹捧它是"科学的方法","科学实验室里的方法".

---

① 詹姆士.实用主义,商务印书馆,1979:26.

② 詹姆士.实用主义,商务印书馆,1979:31.

从上可见,实用主义各个代表人物对于实用主义的方法,基本观点大体相同,他们都遵循着用实际效果来解释概念的原则.下面对实用主义方法的具体应用作些介绍.

2.1 澄清观念意义的理论

在实用主义发展的初期,它主要是被当作一种澄清观念意义的方法.皮尔士在《怎样使我们的观念清楚明白》的文章中指出,要使一个观念清楚明白,就在于弄清它的意义,而要弄清一个观念的意义,就在于断定它会引起什么样的可以设想到的实际效果.为此,他提出了澄清意义的实用主义方法以及作为其核心的实用主义意义论.皮尔士阐述说:

"考虑一下我们认为我们的概念的客体具有一些什么样的效果——这些效果是可以设想为具有实际意义的.这样,我们关于这些效果的概念,就是我们关于这种客体的概念的全部."①

"为了确定一个理智上的概念的意义,人们应当考虑一下从那个概念的真理性中必然会产生什么样的可以设想的实际结果,这些结果的总和就构成为这个概念的全部意义."②

总之,在皮尔士看来,一个概念的意义,就在于它所引起的实际效果,一切有实际效果的概念,都是有意义的概念.突出概念的意义与效果的联系,强调概念的意义在于效果,以效果作为判定概念意义的标准,这正是作为一种意义方法的实用主义所独具的特征.

皮尔士认为,为了揭示一个事物的概念的意义,我们只须把一个普通单称陈述翻译成一个有条件的或假设性的陈述,也就是"假如……那么……"的陈述.这种"翻译法"通常称为"条件陈述法".试以"硬"和"重"为例说明:

---

① 皮尔士文集,第5卷,第402节.

② 皮尔士文集,第5卷,第9节.

什么叫“硬”？皮尔士认为，说一个东西是硬的，仅仅意味着：假如一个人企图用手去划破这个东西的表层，那么他将不可能获得成功．“划不破”，就是这个概念对人所产生的实际效果，亦即这个概念的意义．

什么叫“重”？说一个东西是重的，仅仅意味着：假如移去支持它的力量，那么它将跌落下来．“跌落下来”，就是这个概念对人所产生的实际效果，亦即这个概念的意义．

皮尔士的上述条件陈述法表明，要揭示一个概念的意义，只须确定一下它将产生的实际效果，而要确定它的实际效果，则须借助于行动．因为概念的意义在于效果，而效果则是在行动中产生的．只有通过行动的考察和检验才能判定概念的意义和真伪．皮尔士所讲的行动，也就是实践，而且主要是指科学家的实验活动或实验操作，同时也包括人们的日常生活和行为活动．他非常重视科学实验的实践，强调它在规定意义过程中具有重要的作用．他认为，如果人们通过科学的实验所取得的实验现象，能够证实一个概念所指谓的对象，那么这个概念就是有意义的，否则，它就是没有意义的．他一再声称，他所创立的这种澄清意义的实用主义方法，是仿效科学的方法并以科学实验为基础，因而是一种使概念清楚明白的科学方法．皮尔士的上述观点后来为布里奇曼所继承和发展，并使之成为操作主义理论．

皮尔士还把人类的生活活动纳入实践的范围，认为它也能起到检验概念有无意义和正确性的作用．他认为，在人类的现实生活中，凡是能引导人们达到预期目的的概念，那它就是有意义的和正确的概念，反之，则相反．概念的意义和正确性，在人类行为或生活经验中是可以验证的．

皮尔士还把他的意义方法应用于考察形而上学和神学．按照他的意义方法，一个概念或命题，只要能对其进行实用主义翻译，即从普通陈述翻译成条件陈述，又能对其进行科学实验并取得实际效果，那么，它就是有意义的，反之，它就是无意义的．根据这一

精神,他指出,传统的思辩形而上学和神学的命题都是没有意义的,因为它们既无法翻译,又不能为科学的实验及其结果所证实,所以都是一些本质上不清楚无意义的抽象命题.为此,他竭力主张,必须彻底抛弃这些无意义的命题,否则将不利于弄清概念的意义,进行科学的哲学探讨.于是,他对传统的形而上学展开了批判.

皮尔士认为,传统的形而上学的错误首先在于它使用了错误的定义方法,即抽象语词定义法.他指出,在传统的形而上学那里,一个词由其他的词来定义,而这些其他的词又需要另外一些词来定义,如此不断追溯,永无止境,是决不会把握到任何真实的概念的.在他看来,传统的形而上学的一切哲学命题,诸如世界的本源,抽象的实体等,既无法从逻辑上得到论证,又不能在经验中得到证实.因此,它们不是无意义的废话,就是荒谬的命题.它们除了导致哲学概念的混乱,引起无聊的形而上学论辩之外,是不会有任何其他用途的.

总之,批判形而上学,弄清观念的意义,对于科学地进行哲学探究,是有重要意义的.

2.2 “怀疑——信念”的探索理论

在实用主义发展的初期,实用主义亦被当作一种确定信念的方法.在 1877 年发表的《信念的确定》一文中,皮尔士集中地论述了这一方法.在他的实用主义理论中,这一方法与上述澄清观念意义的方法有着内在的必然联系,因为澄清观念意义的目的在于帮助人们确定信念,而确定信念的最终目的则在于引导行动.他认为,为了有效地行动,必须确定坚定的信念,否则,人们就不知道应该如何去行动.因此,他把确定信念当作思维的唯一功能,认识的根本任务,并认为实用主义作为一种方法,也就是一种确定信念的方法.

什么是信念? 皮尔士解释说它具有三种特性:“第一,它是我们所觉察的某种东西;第二,它平息了怀疑的焦躁,以及第三,它包

含有这样的意思,即:在我们的本性中建立起一种行动的规则,或者说得简单一点,建立起一种习惯."[1]这就是说,信念在本质上是一种行动规则或行动习惯.由于信念总是以思想的形式出现,所以信念就是作为行动规则或行动习惯的思想.因此,确定信念就在于提供行动规则,建立行动习惯.但是,要确定信念,首先必须消除怀疑.按照皮尔士的观点,"怀疑"和"信念"是思维活动中的两种基本状态."怀疑"是由于现实生活中出现了新的情况,人的行动受到阻碍,而又面对各种可供选择的行动方案取舍不定,犹豫不决,从而陷入无法采取行动的不平静状态."信念"则明确地确定了所要采取的行动及其方式,从而平息了怀疑的焦躁,达到了心理平静的状态.因此,如果不消除怀疑,人们就不可能获得行动的决心,确立行动的信念.

皮尔士认为,排除怀疑,确立信念必须借助于探索.因为当人们处于怀疑的焦躁状态时,必然要通过探索寻找出路,以排除怀疑,确立信念.所以,从怀疑到信念的过程就是探索的过程.它开始于怀疑的刺激而终止于信念的确立.按照这一理论,探索的过程就是思维的过程,因此,探索的目的也就是思维的目的.

在进行探索活动的过程中,皮尔士仔细考察了古往今来确定信念的四种方法,并分析了它们的优劣和利弊.

第一,固执的方法.就是主张每一个人应该坚持他所要坚持的任何主张,相信他所要相信的任何东西,并把个人的这种信念当作自己行动的准则,而可以不管其他一切.这种方法的唯一可能的标准,就是看它在确定信念上是否有效验.不过,皮尔士本人并不倾向于这种方法.他认为这种方法在实践中并不是完全行得通的,因为它过于固执,容易遭到他人和社会的反对.

第二,权威的方法.就是主张依靠国家、教会或其他强力机关的规定来确定信念,并对一切不按照这种规定方式来思想的人施

---

① 布迟勒编.皮尔士的哲学,伦敦,1950:28.

以残酷的镇压,由此来达到整个社会的信念的完全一致.皮尔士认为,这种方法胜过于固执的方法,因为它是由国家或其他权威机关而不是由个人来确定信念,所以它具有更大的优越性,成功的机会也比较大,而且事实上已经证明它是确定社会舆论的一种有效方法.不过,皮尔士认为,这种方法也并非绝对有效.因为国家不能事事都管到,而且也很难防止人们相互交换意见和了解其他国家和其他时代的不同情况.如果一旦出现这种状况,就会在人们的思想上引起混乱,产生对确定的信念的怀疑.

第三,先验的方法.就是主张从理性原则出发,通过众人的讨论、协商、对话来确定一种合乎理性的信念.这实际上是一种传统的“形而上学的方法”.皮尔士认为,这种方法既不像固执方法那样任性,也不像权威方法那样专横,因而在理智上更可敬得多.但是,由于这种方法是从先验原则出发,通过演绎推理来确定信念,而不顾及它是否与经验事实相一致,所以仍带有较大的主观性,个人的兴趣和爱好往往起着重要作用.因此也不是最好的方法.

第四,科学的方法.就是主张不凭什么人性的东西,但凭外在的永恒性,不受思想的影响,来确定我们的信念.这种方法肯定存在着不以我们的意见为转移的现实事物,这些事物按照永恒的规律而作用于我们的感官,并能为所有人根据感觉和思考所认识,从而取得一致的意见,得出相同的结论.皮尔士认为,这种方法是确定信念的唯一可靠的方法,因为它既排斥个人主观偏见,又反对盲目崇拜权威,也摈弃一切先验原则,而只依据不受人的意识影响的外在的客观事实,并借助于实验,在众人一致同意的基础上来确定信念.

总之,皮尔士认为,只有科学的方法才是最好的方法.他一再标榜自己的实用主义是建立在科学基础上的,是一种所谓“科学实验室的态度”.

不过,确定信念本身还不是目的,确定信念的最终目的是要采取行动.因此,皮尔士特别强调信念与行动的联系,认为信念是产

生行动的前提,信念的本质就在于建立行动的习惯.信念本身包含着促使人们行动起来的因素,决定着人们行动所要采取的方式.比如,“房中空气混浊有损于人体健康”这个信念,就包含有促使你尽快打开窗户,以呼吸新鲜空气的行动因素和行动方式.又如,“生命在于运动”这个信念,就包含有促使人们经常注意体育锻炼的行动因素和行动方式,等等.有什么样的信念,就会有什么样的行动.信念不同,行动也会有差异.因此,不同的信念也就可以由其所引起的不同的行动来区分.信念和行动紧密相联,它们构成人类生活链条上两个彼此交接的基本环节.

皮尔士固然重视行动,但是他并不主张行动就是一切,就是生活的全部目的.在他看来,行动应该顾及它所执行的思想,不应该为行动而行动.思维的功能固然在于产生习惯,而习惯在于引导行动,但引导行动则要以产生某种能够感觉得到的结果为目的.

确定信念,采取行动,从而获得实际效果,这就是皮尔士所创立的实用主义的基本思想.

2.3 调和者的哲学

在实用主义发展过程中,实用主义也被引申为一种解决形而上学争论的方法.最先对此作系统论述的是詹姆士,后来杜威也发表了类似的看法.在《实用主义》一书第二章论实用主义的意义中,他明确宣称:“实用主义的方法主要是一个解决形而上学争论的方法,否则,争论就无尽无休.”比如,“世界是一还是多?是宿命的还是自由的?是物质的还是精神的?这些概念的任何一对中的任何一个都既可能适用于、又可能不适用于这个世界,对于这些概念的争论是无止境的.”[1]在这种情况下,詹姆士认为,只要采用实用主义的方法,这些争论就会自然地平息.

实用主义是采取什么方法来解决形而上学的争论?詹姆士先

① 詹姆士.实用主义,第26页.

从一个故事讲起,他说:一次外出野营时,遇见大家正在争论关于松鼠的问题:一只松鼠,假定它攀在一棵树干的一面,树干的另一面站着一个人.这人绕着树干跑,想见那只松鼠,而那松鼠却以同样的速度也绕着树干跑,不让那人看到.于是就产生了一个形而上学问题,即这个人是否绕着松鼠跑?双方争论激烈,各不相让,大家都来争取他的支持.为了解决这场争论,他提出了一个裁决的意见,他说:"哪一边对,要看你们所谓'绕着'松鼠跑的实际意义是什么.要是你们的意思是说从松鼠的北面到东面,再到南面和西面,然后再回到北面,那么这个人显然是绕着它跑的;因为这个人确实相继占据了这些方位.相反的,要是你们的意思是说先在松鼠的前面,再到它的右面,再到它的后面,再到它的左面,然后回到前面,那么这个人显然并没有绕着这个松鼠跑,因为,由于松鼠也相对活动,它的肚子总是朝着这个人,背朝着外面.确定了这个差别后,就没有什么可争辩的了.你们两边都又对又不对,就看你们对'绕着跑'这个动词实际上是怎么理解的."①

这个故事说明,对于形而上学的争论,实用主义是试图通过"探索其实际效果来解释每一个概念"的方法来加以解决的.要是这一个概念真而那一个概念不真,对一个人来说实际上会发生什么差别呢?如果找不到任何实际差别,那么这两个概念实际上就是一回事,全部争论就是废话.因此,遇到一个争论激烈时,我们不应当只说这一方对或那一方对,而应当指出某一方对了以后的实际差别.换句话说,确定哪一个问题是对的,最后要看这个问题所产生的实际效果.这就是实用主义解决形而上学争论的方法.在詹姆士看来,没有这个方法,争论就永难解决.正因此,在《实用主义》一书中他把这个方法概括为"是一种确定方向的态度.这个态度不是去看最先的事物、原则、'范畴'和假定是必需的东西;而是去看

① 詹姆士.实用主义,第25页.

最后的事物、收获、效果和事实."[1]显然,这是对皮尔士上述思想的进一步发挥.

从上述观点出发,詹姆士认为,传统形而上学中的许多争论,之所以会陷于无休止和徒劳无益,其主要原因就在于这些争论都不是"实际效果"的争论,而只是"抽象理论"的争论.而之所以会发生这类争论,归根到底又是由于哲学家的不同气质所造成的.他认为哲学家的气质可分为柔性和刚性的两大类,属于柔性气质的,是从原理出发的理性主义者,是唯心主义的、有宗教性的、意志自由论的、一元论的;属于刚性气质的,是从事实出发的经验主义者,是唯物主义的、无宗教性的、宿命论的、多元论的.正由于哲学家有两种不同的气质类型,从而就形成了两种对立的哲学派别.结果是,双方各持一端,互不相让,争论不休.在他看来,要解决这些源出于气质的形而上学的抽象理论的争论,就只有采用实用主义的方法.因为采用这种方法,人们就不会把理论当作追求的终结,而必须把实际的兑现价值表现出来.换句话说,任何一种理论,无论是经验主义还是理性主义、是唯物主义还是唯心主义、是有神论还是无神论、是一元论还是多元论、是独断论还是怀疑论,只要能产生某种为人所需要的实际效果,实用主义就都可以加以接受,从而也都可以加以调和折衷、兼收并蓄."事实的确是好的——给我们多多的事实吧,原则是好的——那就给我们多多的原则吧.从一个角度看,世界无疑的是一,而从另一个角度看,世界无疑的是多.既是一又是多,那末我们就采取一种多元的一元论吧.各种事物自然都是必然确定了的,但是我们的意志也当然是自由的.一种意志自由的决定论,才是真正的哲学.无可否认,局部是恶的,但是全体不能都是恶,所以,实践的悲观主义可以和形而上学的乐观主义结合起来,余此类推."[2]詹姆士声称,实用主义的这种调和折衷的态度,

---

① 詹姆士.实用主义,第31页.

② 詹姆士.实用主义,第10页.

正是大多数人所乐于接受的态度.因为大多数人总不喜欢采取极端的态度,而喜欢在界线的两面都取得些好的东西.所以,实用主义是大多数人所赞成的"可以满足两种要求的哲学".

为了形象地说明实用主义哲学的这种特征,詹姆士把实用主义比做旅馆里的一条公共的、任不同的人随意进出的走廊.这种"走廊理论"不过是要说明实用主义是一种调和派的哲学.在《实用主义》一书第一章里,他就明确指出:"我希望我能引导你们发现实用主义正是你们在思想方法上所需要的中间的、调和的路线."①

2.4 有用就是真理

在实用主义发展过程中,实用主义又被陈述为一种真理论.詹姆士在《实用主义》一书第二章中说:"实用主义的范围是这样的——首先是一种方法,其次是关于真理是什么的发生论."②实用主义者把真理问题规定为他们哲学的主要问题之一,说明他们对这个问题是非常重视的.在实用主义者中,詹姆士在阐发皮尔士的实用主义原理时,首先把它应用于考察真理问题,从而提出了实用主义的真理论.以后杜威又进一步发挥了詹姆士的观点,提出工具主义的理论.

实用主义真理论的基本观点是:真理是观念的一种性质,因此,判断一个观念是不是真理,不是看它是否反映了客观实际,而是看它是否对人有用.有用是真理的唯一标志.詹姆士作了以下论述.

判断一个观念是不是真理,首先要看它在引导我们时,是不是能有助于使经验与经验完满地联系起来.他援引了杜威和席勒(F.C.S.Schille)的主张说:"只要观念(它本身只是我们经验的一部分)有助于使它们与我们经验的其他部分处于圆满的关系中,有

---

① 詹姆士.实用主义,第24页.

② 詹姆士.实用主义,第37页.

助于我们通过概念的捷经，而不用特殊现象的无限相继续，去概括它、运用它，这样，观念就成为真实的了．譬如说，……如果一个概念能够很顺利地从我们的一部分经验转移到另一部分经验，将事物完满地联系起来，很稳定地工作起来而且能够简化劳动，节省劳动，那末，这个概念就是真的，……真到这种地步：从工具的意义来讲，它是真的．"[①]从这一段话中，可以看出，实用主义者都把真理看作是观念的一种性质，是观念作用的一种结果．然而，把真理看作是观念有效地引导经验，完满地联络经验，就必然要否定真理是观念和客观实在的符合，否定客观真理的存在．

从上述观点出发，实用主义反对理智主义的"摹写说"的真理观．詹姆士认为，虽然实用主义者和理智主义者都承认"真理是我们某些观念的一种性质；它意味着观念和实在的'符合'，而虚假则意味着与'实在'不符合"，但是在对"符合"的理解上，他们的分歧就开始了．[②]理智主义者认为，"一个真的观念必须临摹实在"．[③]詹姆士反驳道："试闭上眼睛，想想那边墙上挂的钟，你所能想象出来的只是那钟面的一幅真实的图像或摹本；可是你对于钟的机件的观念（除非你是一个钟表匠）就不足以成为一个摹本了；……在谈到钟的'计时功用'和发条的'弹性'等等时，那就更难看出你们的观念所能摹拟的到底是什么了．"而"如果我们的观念不能准确地摹拟观念的对象，所谓和那对象符合又有什么意义呢．"[④]"詹姆士先把理智主义所说的"符合"等同于"摹写"，然后就论证这种"摹写"的不可能性，并批评"摹写说"是一种惰性的静止的观点．显然，他是借批判理智主义的"摹写说"来攻击唯物主义的反映论．

詹姆士强调实用主义所理解的"符合"，不是静止的符合，而是

---

① 詹姆士．实用主义，第 32～33 页．

② 詹姆士．实用主义，第 101 页．

③ 詹姆士．实用主义，第 102 页．

④ 詹姆士．实用主义，第 102 页．

作用的符合，即不是摹写，而是引导.他把“符合”同“引导”等同起来.他说：“广义说，所谓与实在‘相符合’，只能意味着我们被一直‘引导到’实在，或到实在的周围，或到与实在发生实际的接触，因而处理实在或处理与它相关的事物比与实在不符合时要更好一些.”摹写实在固然是与实在符合的一个很重要的方法，但决不是主要的方法.“主要的事是被引导的过程.任何观念，只要有助于我们在理智上或在实际上处理实在或附属于实在的事物；只要不使我们的前进受挫折，只要使我们的生活在实际上配合并适应实在的整个环境，这种观念也就足够符合而满足我们的要求了.这种观念也就对那个实在有效.”①十分明显，詹姆士对“符合”所作的这种解释，仍然从根本上否定了真理是观念同客观实在的符合.

判断一个观念是不是真理，其次要看它是不是给人带来好处，是不是大有用处.“有用”是检验真理的唯一标准.詹姆士认为“‘它是有用的，因为它是真的’；或者说，‘它是真的，因为它是有用的’.这两句话的意思是一样的；也就是说这里有一个观念实现了，而且能被证实了.‘真’是任何开始证实过程的观念的名称，‘有用’是它在经验里完成了的作用的名称.”②杜威也说，“真理就是效用”.

实用主义者特别强调拥有关于事实的真实观念，对于人类生活是非常重要的.詹姆士认为，生活在一个众多实在的世界里，这些实在对我们可能极为有用，也可能极为有害.如果有一些观念能告诉我们哪些经验是可以预期的，那末，这些观念在最初的证实范围内就可以算作是真实的.因此，凡人掌握了真实的观念就等于拥有了无价的行动工具.用他的话说，“要是真观念对人生没有好处，或者真观念的认识是肯定无益的，而假观念却是唯一有用的；那么，认为真理是神圣和宝贵的，认为追求真理是人生的责任等等这些流行的看法是永远不会成长起来或成为信条的.在那样的世界

① 詹姆士.实用主义，第109页.

② 詹姆士.实用主义，第104～105页.

里，我们的责任就会是回避真理."[1]因此，"如果某种生活真是我们应当过的较好的生活，而且如果某种观念，我们信仰了它，就会指引我们去过这种生活，那么除非信仰了它会有时和其他更重要的利益相冲突，我们最好是去相信那个观念"，"我们最好去相信的观念就是真的".[2]他甚至认为，"只要有实际的后果，实用主义还愿意考虑神秘的经验.实用主义愿意承认那生活在污浊的私人事务里的上帝."[3]"上帝这个名称最少给你一种精神上休假日的好处."[4]把"有用"、"好处"当作判断真理性的标准，这就取消了真理的客观性，而把它当作以人的利害为转移的工具，这正是实用主义的真理论的实质所在.

判断一个观念是不是真理，其三要看它是不是能为经验所证实.詹姆士在批评"摹写说"的真理观时，指出这种真理观似乎只要得到了实在的摹本，事情就算完结了，相反，实用主义却要问："假定一个观念或信念是真的，它的真，在我们的实际生活中会引起什么具体的差别呢？真理怎样才能实现？……简而言之，从经验上来说，真理的兑现价值究竟是什么呢?"[5]接着，他回答道："真观念是我们所能类化，能使之生效，能确定，能核实的；而假的观念就不能.这就是掌握真观念时对我们所产生的实际差别."[6]所以，"一个观念的'真实性'不是它所固有的、静止的性质.……它的真实性实际上是个事件或过程，……就是它的证实过程，它的有效性就是使之生效的过程."[7]在实用主义者的著作中，这类话是很多的.

实用主义所指的"证实"和"使之有效"又意味着什么呢？詹姆

① 詹姆士.实用主义，第 42 页.
② 詹姆士.实用主义，第 42 页.
③ 詹姆士.实用主义，第 44 页.
④ 詹姆士.实用主义，第 58 页.
⑤ 詹姆士.实用主义，第 102 ~ 103 页.
⑥ 詹姆士.实用主义，第 103 页.
⑦ 詹姆士.实用主义，第 103 页.

士说:“它们又意味着被证实和被认为有效的观念的某些实际后果.”而“这些后果正是在我们说我们的观念和现实‘符合’时,在我们心里想着的东西.它们通过行动和它们所缴起的其他观念把我们引进、引上或引向经验的其他部分,就是我们一向感到原来的观念与之符合的那些部分.”而“这个愉快的引导作用,就是我们所谓一个观念的证实作用.”①

在詹姆士看来,真理虽然需要证实,但完全的证实很少需要,只要信赖它们就行了.因为观念的真理性并不需要每个人都去直接证实,只要曾经某些人证实过了,其他人就可以不必再去证实.“间接证实和直接证实是同样地有效.要是有足够的间接证实,即使没有目击的见证也行.”②这样,“间接的或潜在的证实过程可以像完全的证实过程同样地真实.它们像真的过程一样地有效验,给我们同样的益处,以同样理由要求我们予以承认.”③

基于此,实用主义把真理比作一种信用制度.詹姆士说:“真理大部分是靠一种信用制度而存在下去的.我们的思想和信念只要没有什么东西反对它们就可以让它们成立;正好像银行钞票一样,只要没有谁拒绝接受它们,它们就可以流通.”④于是,“你接受我对某种事物的证实,我接受你对另一事物的证实.我们就这样在彼此的真理上作买卖.”⑤实用主义把真理当成了市场上流通的货币.

2.5 工具主义理论

在实用主义发展过程中,后来,它亦被解释为一种工具主义的理论.杜威对这一理论作了最系统的发挥,甚至把实用主义改称为

---

① 詹姆士.实用主义,第103页.
② 詹姆士.实用主义,第106页.
③ 詹姆士.实用主义,第107页.
④ 詹姆士.实用主义,第106页.
⑤ 詹姆士.实用主义,第106页.

工具主义.关于工具主义的思想,詹姆士在他的哲学著作中早就提出过了.他写道:“我们的一切理论都是工具性的,都是适应实在的精神方式,而不是神圣创造的宇宙之谜的启示或神智的答案”,“因此理论成为我们可以依赖的工具,而不是谜语的答案.我们并不向后靠,依赖这种工具,而是向前推进,有时借着这种工具的帮助去改造自然.”[①]后来,杜威进一步发展了詹姆士的上述观点,从而系统地提出了工具主义的理论.

杜威的工具主义理论,是同他的经验自然主义的世界观密切相联的.杜威与詹姆士一样,认为世界上最根本的东西,既不是物质,也不是心灵,而是纯粹经验或原始经验.但是他又给经验披上了自然主义的外衣,强调经验与自然是连续在一起的,它们是一个不可分割的统一整体,并且对之作了生物学的解释,认为这个统一整体是经验和自然,经验者和所经验的对象,亦即人类有机体和环境相互作用的结果.这正是杜威经常说的,经验就是生活,生活就是应付环境.既然在杜威的经验自然主义理论中,经验就是应付环境,那么作为经验的方式之一的认识的使命,不在于揭示客观实在的本质,而在于探讨怎样对付周围的环境,探求对环境的最好的反应或适应的手段.

正是从这种观点出发,杜威把人的一切认识都归结为适应和改造环境的工具.感觉不是对客观世界的一种反映,而是人对环境的一种直接的反应.它的作用是给人提供行动的信号,促使人对环境的刺激作出反应,在这过程中不断调节行动,转变行动的方向,激起理性的探索活动,从而使人改变行动的进程以适应环境中所发生的变化.因此,它属于直接的刺激反应的项下,而不属于认识的项下.思维也不是对客观世界的一种反映,而是人对环境的一种间接的反应.它的作用是对经验进行“理智的驾驭”,为人提供适应和改造环境的“行动纲领”和行动方法.因此,它是“作为展开一个

① 詹姆士.实用主义,第100,53页.

迟延的但是更适当的反应的工具”,[1]是“控制环境的工具”[2].基于上述观点,杜威对“所有的概念、学说、系统,不管它们怎样精致,怎样坚实,必须视为假设,就已够了.它们应该被看做验证行动的根据,而非行动的结局.……它们是工具,和一切工具一样,它们的价值不在于它们本身,而在于它们所能造就的结果中显现出来的功效.”[3]

既然科学的概念、理论只是一种应付环境的工具,那么真理当然也是一种应付环境的工具,一种好的或有效的工具.杜威同詹姆士一样,认为判断一种概念、理论是不是真理,不是看它是否正确反映了客观实在,而是看它在应付环境中是否有效用.他说:“如果观念、意义、概念、学说和体系,对于一定环境的主动的改造,或对于某种特殊的困苦和纷扰的排除确是一种工具般的东西,它们的效能和价值就全系于这个工作的成功与否.如果它们成功了,它们就是可靠、健全、有效、好的、真的.”[4]所以,一种概念或理论的“正误真伪都包括在它的活动的性质里面.能起作用的假设是‘真’的,所谓‘真理’是一个抽象名词,适用于因其作用和效果而得着确证的、现实的、事先预想和所期愿的诸事件的汇集.”[5]总之,在杜威看来,作用和效果是衡量一个概念或假设所含真理的尺度.

鉴于詹姆士对实用主义真理论所作的解释,不断遭到嘲弄和非难,杜威力图用工具主义来为它辩护.他在《哲学的改造》一书中说,实用主义的真理论之被人厌恶,除了人们受古典传统思想的影响之外,一个重要原因是“它的新奇和陈述上的缺点”,从而为人所误解.例如,“当真理被看作是一种满足时,常被误会为只是一种情绪的满足,私人的安适,纯个人需要的供应.但这里所谓满足却是

---

① 杜威.实验逻辑论文集,英文版,芝加哥 1916:227,230.

② 杜威.实验逻辑论文集,英文版,芝加哥 1916:227,230.

③ 杜威.哲学的改造,商务印书馆,1958:78.

④ 杜威.哲学的改造,商务印书馆,1958:84.

⑤ 杜威.哲学的改造,商务印书馆,1958:84.

观念的和行动的目的和方法所由以产生的问题的要求和条件的满足,这个满足包含公众的和客观的条件.它不为乍起的个人念头或个人的嗜好所左右."①又如,"当真理被解释为效用的时候,它常被认为对于个人目的的一种效用,或特殊的个人所着意的一种利益.把真理当作满足私人野心和权势的工具的概念非常可厌,可是,批评家们竟将这样一个臆想归诸健全的人们,真是怪事.其实,所谓真理即效用,就是把思想或学说认为可行的拿来贡献于经验改造的那种效用.道路的用处不以便利山贼劫掠的程度来测定,它的用处决定于它是否实际上尽了道路的功能,是否做了公众运输和交通的便利而有效的手段.观念或假设的效用所以成为那观念或假设所含真理的尺度也是如此."②总之,杜威认为,实用主义所讲的满足和效用是有公众的和客观的基础的.不过,只要杜威把真理看作是对付环境的工具,把"有用"和"满意"看作是真理的标准,那么他就不可能改变实用主义真理论的唯心主义本质.

2.6 科学探索方法

在实用主义发展过程中,后来,它又被表述为一种科学探索的方法.杜威对这一方法作了最为详尽的论述.他在《我们怎样思维》一书中所提出的"思想五步法",就是对这一方法的具体描述.所谓思想五步法,就是科学探索的五个步骤:(1)暗示,(2)问题,(3)假设,(4)推理,(5)试验.按照胡适的解释,这五步是:"(一)疑难的境地;(二)指定疑难之点究竟在什么地方;(三)假定种种解决疑难的方法;(四)把每种假定所涵的结果,一一想出来,看哪一种假定能够解决这个困难;(五)证实这种解决使人信用,或证明这种解决的谬误,使人不信用."③胡适还常常把这五步简略地概括为三步:

---

① 杜威.哲学和改造,商务印书馆,1958:85.

② 杜威.哲学的改造,商务印书馆,1958:85.

③ 胡适.胡适文存,卷二,上海亚东图书馆,第120页.

"细心搜求事实，大胆提出假设，再细心求证实."[①]有时他干脆把这五步简化为两步十个字："大胆的假设，小心的求证."[②]十分明显，杜威的上述观点不过是对皮尔士的"怀疑——信念"的探索理论的进一步发挥和系统化.

杜威的科学探索理论，是同他的工具主义理论完全一致的.按照工具主义理论，"经验就是生活，生活就是应付环境"，"知识思想乃是应付环境的工具."[③]由此，在方法论上，杜威的上述五个步骤，自然也就是一套应付环境的步骤.胡适在介绍杜威的"思想五步法"时，就曾说过："从第一步感觉困难起，到最后一步解决困难止，步步都是一段经验的一个小部分，都是一个'适应作用'的一个小段落."[④]

(1)疑难的境地——科学探索或思想的起点.杜威认为，如果人类是生活在一种处处如意，毫无障碍的环境里，那么人们就可以按照原有的习惯和生活方式生活下去，用不着思想了.但是人类的生活环境总是不断发生变化，并且会产生许多意料不到的事情，使人们经常陷于困难境地.于是，旧的习惯或生活方式已不中用了，人们便开始思想，寻找对付困难的办法.这就是杜威所讲的"思起于疑".

(2)确定疑难之点究竟何在——把感觉到的疑难，化成为一个待解决的问题，弄清问题的性质.杜威认为，每一个疑难都包含一个它所特有的问题.然而，有些疑难问题是容易确定的，而有些疑难的问题究竟在什么地方，一时却不易确定，因此就须要认真地思考，仔细地分析，以找出问题之所在.只有这样，才好对症下药，否则，以后的一切努力都是白费的.所以，这一步很重要.

---

① 胡适.胡适文集，二集，卷三，第 99 页.

② 胡适.胡适论学近著，第一集，第 645 页.

③ 胡适.胡适文存，卷二，第 117，118 页.

④ 《五十年来之世界哲学》，载《胡适文集》，二集，卷二，第 262 页.

(3)假定种种解决疑难的方法——提出解决问题的各种可能的方法,亦即假设.杜威认为,一经确定疑难之点在什么地方,人们就自然会从已有的经验、知识、学问中提出种种可能解决的方案.这些方案在付诸实施、得到证实以前都是试探性的,拿不稳的,所以是假设.在整个科学探索过程中,这第三步的假设很重要,它居于承上启下的关键地位.因为前两步只是在于引起假设,后两步则只是在于选定和证实假设.

(4)根据假设进行推论——选定假设.杜威认为,推论是根据各种假设之间的关系而发展它们所蕴含的内容,即对各种假设进行研究,推想出它们可能导致的结果,然后加以比较,看哪一种假设最能解决问题.因此这一步是要对所提出的假设进行批判性的考察,以便从中引申出经验的结论.按照胡适的解释是,一个疑难的问题,有时能引起好几个假设,因此就必须把每个假设所涵的结果,一一推演出来,看哪一个假设能解决这个疑难的问题,便对它加以选择和采用.

(5)证实假设——进行试验的检验.杜威认为,通过第四步的推论所选定的假设,是否真实可靠,尚不能十分确定,因此还必须经过试验的检验,或者实地的证明.所谓试验就是建立必要的条件,以便看清理论上所指出的那些实际结果会不会发生.凡是经得起试验的、能得到证实的假设,便是真的、可信用的,否则,便是假的、不可信用的.然而,杜威这里所说的试验的检验或实地的证明,只是指这些假设是否能充当应付环境的有效工具,使人取得成功,获得实际效果,而不是指它们是否要与客观事物及其规律相一致.所以,他的这种观点,同马克思主义关于实践是检验真理的标准的观点,显然是有区别的.

应当承认,杜威的科学探索方法,特别是其五步法,包含有某些合理因素.可以说,它在一定程度上揭示了科学研究中的一些必要的思维过程,同时对于批判从先验原则出发的唯理论和把经验等同于感觉的经验论也有积极意义.可是,他的科学探索方法是建

立在工具主义认识论的基础上的,由于他的认识论排斥了认识的客观性,因而在借鉴他的科学探索方法时,应摒弃它的唯心主义和形而上学的实质.

(作者:翁熙)

参考文献

[1] 哈特肖恩和维斯编.皮尔士文集,哈佛大学 1931~1935 年版.
[2] 布迟勒编.皮尔士的哲学,伦敦 1950 年版.
[3] 詹姆士著,陈羽纶、孙瑞禾译.实用主义,北京:商务印书馆,1979.
[4] 詹姆士著,庞景仁译.彻底的经验主义,上海:上海人民出版社,1965.
[5] 詹姆士著,唐钺译.心理学原理,北京:商务印书馆,1963.
[6] 杜威著,许崇清译.哲学的改造,北京:商务印书馆,1958.
[7] 杜威著,傅统先译.经验与自然,北京:商务印书馆,1960.
[8] 杜威著.实验逻辑论文集,芝加哥 1916 年版.
[9] 杜威著.我们怎样思维,波士顿—纽约—芝加哥 1910 年版.
[10] 杜威著,蘅子译.美国实用主义的发展,载《资产阶级哲学资料选辑》第二辑,上海:上海人民出版社,1965.
[11] 胡克著,郑之骧、叶秀山译.杜威在现代思想界的地位,载《西方现代资产阶级哲学论著选辑》,北京:商务印书馆,1964.
[12] 怀特编著,杜任之译.分析的时代,北京:商务印书馆,1981.
[13] [苏]П.Н.米特洛欣等编,李昭时等译.二十世纪资产阶级哲学,北京:商务印书馆,1983.
[14] 胡适文存,卷二.
[15] 胡适文集,二集,卷三.
[16] 胡适论学近著,一集.

四　逻辑实证主义方法论

1 概　　述

逻辑实证主义，又被称为新实证主义、逻辑经验主义、科学经验主义、现代经验主义，是现代西方科学哲学的主导流派，占有十分重要的地位．主要由所谓“维也纳学派”及其继承者所倡导和论证．在此之前，罗素(B.Russell)和维特根斯坦(L.Wittgenstein)提出了逻辑原子主义思想，对逻辑实证主义的形成具有重要的影响．20世纪20年代，德国哲学家石里克(Moritz Schlick)在奥地利的维也纳大学任教期间，组织了一个哲学小组，经常讨论罗素和维特根斯坦的哲学思想，逐渐形成了维也纳学派，同时柏林小组和华沙小组也在形成之中，其观点基本类似．维也纳学派所主张的逻辑实证主义观点自30年代以后开始流行，逐步影响科学界和哲学界，并从欧洲大陆转移到美国，与美国的实用主义思想合流，使美国成为逻辑实证主义的一个中心．逻辑实证主义的主要代表人物，除了石里克以外，还有卡尔纳普(R.Carnap)、艾耶尔(A.J.Ayer)、纽拉特(Otto Neurath)、莱辛巴赫(H.Reichenbach)、亨普尔(C.Hempel)等．他们中大部分人对数理逻辑感兴趣，注意吸取现代科学和逻辑学的最新成就，充实其哲学观点和方法论，使他们的哲学带有鲜明的新科学特征，并使用大量科学术语、定律和逻辑符号．卡尔纳普是继石里克于1936年去世以后公认的逻辑实证主义流派的领导人．

逻辑实证主义哲学方法论的特点是提出了著名的关于科学命题的意义标准，即以经验证实原则来判定一个命题的科学与否，是否有意义，一个命题的意义就是证实它的方法，并对意义标准的几

种提法作了详细的阐述,论证了经验的直接证实与间接证实的关系.该派哲学还对科学理论的内部结构、观察与理论的区别进行了独到的分析,在概率论的基础上提出了一切科学真理都是概率地真的著名论断,论证了归纳法的概率逻辑问题.逻辑实证主义哲学家还把科学发现的过程与辩护的过程区别了开来,对科学说明类型和模式作了深入的分析和考察.所有这些都表明逻辑实证主义对当代科学方法论和哲学方法论作出了重要贡献.

2 一个命题的意义就是证实它的方法

逻辑实证主义者指出,这一流派的主要目的在于就人的认识提出一种清晰而精确的经验主义理论,这种理论既为人们的日常知识,又为科学知识提供说明.因此,逻辑实证主义既是一种经验主义的科学哲学,又是一种科学方法论.其基本命题或原则是孔德(A.Comte)所创立的实证主义原则的直接继续,即认为世界上的任何陈述或假设,都必定是可以用描写我们经验观察所确立的事物的句子来直接或间接检验的.一个命题的意义就在于它能否经由经验证实,凡是可以由经验证实的命题,都是有意义的、科学的,而不可由经验证实的命题都是无意义的、形而上学的陈述.逻辑实证主义者把一个命题的意义、科学性、可检验性和可证实性密切联系在一起,并为捍卫这个证实原则进行了长期的论证.

石里克进一步把逻辑实证主义的基本原则归结为方法论的标准,即一个命题的意义就是它的证实方法.他的许多论文都以论述意义标准的证实原则为中心,详细阐述了与此有关的一些基本问题.他区分了“逻辑的证实”与“经验的证实”,“形式真理”与“经验真理”,指出“形式的真理”是以分析命题为根据,分析命题如同分析科学和数理逻辑一样,都是以纯形式定义的假定为理论基础的.这种理论在演绎推理的过程中,结论的证据早已包含在前提之中,在所有这些演绎推理中,实际上是表示着一种符号的语言关系,是

以同值的形式加以变换.石里克认为,当我们陈述一个句子究竟意味着什么时,实际上是在说明在哪些情况下可以使用这个句子,也就是在什么样的条件下这个句子是一个真命题."陈述一个句子的意义,就等于陈述使用这个句子的规则,这也就是陈述证实(或证伪)这个句子的方式.一个命题的意义,就是证实它的方法."[①]而他所说的"经验真理",则是指包含实际知识的命题,是一种表达生活和科学事实的命题.经验命题属于综合命题,是后天的,必须与事实相符合.

关于科学命题的经验证实问题,传统的实证主义者一般都要求完全的证实,即无论从逻辑上,还是从经验上,都要求作出明确无误、确凿无疑的说明.对此,石里克提出了修正,因为完全确定无疑的证实是办不到的.他指出,逻辑实证主义者所说的证实不是完全的证实,而只是一种"可证实性",即一种证实的可能性.艾耶尔则进一步发挥了石里克的这一思想,把完全证实称为"强证实",把指出证实的可能称为"弱证实".

卡尔纳普进一步发展了经验证实原则,特别是对证实的具体方式作了论述.由于狭隘的证实原则有可能把一些暂时还不能证实或比较抽象的科学命题排除在科学之外,卡尔纳普便放宽经验证实原则的范围.他说,我们必须肯定两种证实:直接证实与间接证实.所谓"直接经验证实",就是"当下经验的证实,例如亲眼看一看这块金属的色泽,亲手掂掂其重量",等等.而"间接经验证实"是在直接经验的基础上,通过演绎推理的方法证实.为了具体说明直接经验证实与间接经验证实的关系,卡尔纳普举了"这把钥匙是铁做的"这个命题作为例子,说明间接证实的具体过程.

卡尔纳普把这一证实过程分析为5个命题:

(1)"这把钥匙是铁做的",这是一个有待证实的命题.

(2)"铁制的东西放在磁铁附近就会被吸引",这是一个已经被

---

① 洪谦编.逻辑经验主义,上卷,商务印书馆,1982:39.

证实的物理定律.

(3)"这是一块磁铁",这也是已被证实的命题.

(4)"把这把钥匙放在磁铁附近",这可以通过行动由直接经验证实.

(5)"这把钥匙会被磁铁吸住",这是一个预言,也可被直接经验证实.卡尔纳普指出,如果这个预言被直接经验证实了,命题(1)就得到了间接的证实,反之就被间接地证伪了.①

卡尔纳普进而认为,间接证实是不可靠的,因为它们的"确证"只是或然的,而不是必然的.这是因为:

(1)"磁铁能吸铁",这是一个从过去的经验中归纳出来的命题,它是否适用于今天,只有或然性没有必然性.

(2)"铁能被磁铁吸引",这只是铁的一个属性,不是它的全部属性,铁的属性是无限的,因而对它的确定性的间接证实也是不可能的.因此,逻辑实证主义者从以前的确定性的绝对证实最终转向以或然性为基础的相对的间接证实,反映了他们在方法论中更多的灵活性和相对性.

3　物理主义

由于证实原则方面的某些困难以及卡尔纳普所作的修正,逻辑实证主义者便转向对科学命题进行逻辑分析.卡尔纳普认为,这种逻辑分析仅仅局限于对科学的语言进行逻辑句法分析,而不管科学命题的实际内容是什么.在他看来,对象问题与逻辑问题不是一回事.所谓对象问题是指科学研究的内容涉及到所研究的具体对象及其性质与关系,而逻辑问题是指科学语言的形式所涉及到科学语言的句子及其相互关系.卡尔纳普强调,哲学并不研究自然,只研究自然科学,因而也不研究自然科学所研究的对象,而只

① 卡尔纳普.哲学与逻辑句法,英文版,1935:11~12.

研究自然科学的语言的逻辑句法.这样就不必在对科学命题的形式进行逻辑分析的同时,还对其内容进行意义证实."哲学要被科学的逻辑所取代,即被科学中的概念和句子的逻辑分析所取代;因为科学的逻辑无非就是科学语言的逻辑语法."①

这种仅仅涉及科学语言的形式而不涉及其内容的科学的逻辑句法,是以数理逻辑为范例而建立起来的.卡尔纳普希望通过人工构造一种可适用于一切科学领域的形式语言,制定出一套说话规则的系统.这套系统有两条基本规则:"形成规则"与"变形规则"."形成规则"规定了某一语言系统的句子如何由各种不同的符号构造出来."变形规则"规定如何将给定的句子变形,使之成为其他句子,或者怎样从已有的句子中推出其他句子来.由这些规则可以把所有不下定义的原始谓词都变成可观察的东西,一切其他谓词都可还原为原始谓词;同时,由这两个规则构成的语言系统可以包含无论怎样复杂的句子,以及用"所有"、"有些"、"和"、"或"等逻辑常项构成的复合句子,都不会超出可验证的命题范围.

卡尔纳普致力于选择这样的人工语言.他认为,选择人工语言系统是随意的,因而人工语言系统可以有许多,而不是唯一的.特别是系统的形成规则与变形规则是人们任意自由选择的,不受任何约束.他把这种观点称为"容忍原则".按此原则,人们可以任意地构造和采用各种不同的逻辑和语言系统,只要每个系统能自圆其说,首尾一致,就有权利存在.究竟要采用哪一种语言,则是根据学者们的约定.

人为地选择一种理想语言,用以为一切科学提供准确的逻辑句法,是卡尔纳普后期方法论的一个重要任务.在另一位逻辑实证主义者纽拉特的影响下,卡尔纳普选择了物理语言,把它作为统一科学的语言,并在此基础上接受了纽拉特提出的物理主义.他之所以选择物理语言,原因是认为这种语言与其他人工语言相比至少

① 卡尔纳普.语言的逻辑句法,序言,第13页.

具有两大优点：一是它有“主体间性”(subjectivity)，二是具有普遍性.“主体间性”指的是使用这种语言的任何人，都会明白这种语言的意义，而不会发生误解和差错，更不会互不理解.其普遍性指的是采用物理主义的语言中的基础命题所描述的事情是人人都可以观察的物理对象，它所使用的语言是每个人都能领会的，因而是公共的语言，各门科学的语言都可以翻译成为物理语言.

物理主义正是卡尔纳普后期的主要倾向，他相信采用物理语言可以在一定时间一空间坐标系中对物理事件加以定量描述.当然，采用物理语言也只是一种手段和工具.利用物理主义这种工具既可以达到解决科学命题的意义标准问题，解决科学知识的基础问题，还可以解决各门科学之间的相互关系，进而达到建立统一科学的目的.卡尔纳普认为，科学是一个统一的体系，在这体系里没有根本不同的对象的领域，因此自然科学与精神科学并不是分裂的.卡尔纳普力图通过物理主义来为作为整体的科学提供统一的方法论基础，用物理语言可以直接与物理事物相联系，甚至可以把心理的描述归结为物理的描述，因而他认为这种物理主义是“方法的唯物主义”，与“形而上学”唯物主义根本不同.但这种物理主义方法论也具有把一切科学命题最终归结为物理命题的还原论倾向.

4　归纳的逻辑

逻辑实证主义者对科学方法论的具体问题十分感兴趣，尤其是与归纳法有关的逻辑问题.传统的归纳主义者认为，归纳逻辑既是科学发现的逻辑，也是科学证明的逻辑，由归纳推理得出的结论具有必然性.而逻辑实证主义者则与这种古典归纳主义者有所不同.他们认为，归纳逻辑所要研究的仅仅是科学证明的逻辑，而不是科学发现的逻辑；而且，归纳推理的结论不能保证必然为真，但有可能为真，并且支持的证据越多，结论为真的概率就越大.逻辑

实证主义者还强调归纳逻辑的高度形式化和定量化,并对此作了若干重要的尝试,其中以莱辛巴赫和卡尔纳普的逻辑理论最为突出.

莱辛巴赫把逻辑实证主义与实用主义结合在一起,提出了实用主义的归纳表征,把归纳结论的或然性定义为概率的频率.他构造了一个概率演算的公理系统,并采取了这样一种概率定义,即在长序列中某事件的相对频率极限.科学实验告诉我们,一个事件在一系列试验中出现的相对频率随着试验次数的增加而趋近某一常数,这个常数就叫做该事件的相对频率的极限.当然,事件的频率极限是无法观察到的.这是因为事件序列可以无限地延续下去,而被观察到的只能是该序列中非常有限的一段.因此,要确定概率值必须依赖于某种经验推论的方法.莱辛巴赫把自己的这种方法叫做渐近认定(approximative posit)的归纳方法.

这种方法是这样使用的:在给定序列的一段中,观察到某事件发生的频率是 m/n,于是我们就认定该事件在包括以后的全部序列中的频率都是 m/n,即就此确定该事件的频率.但这种认定可以根据以后的观察不断加以纠正.比如在开始 100 次观察中事件出现 60 次,在 200 次观察时事件出现了 125 次,于是我们可以认定事件的概率分别为 60% 和 125/200,由此无限推演下去,我们可以找到该事件的最终概率.但我们并不能完全确定在无限延续下去的序列中一定有频率极限存在.莱辛巴赫认为,即便如此,使用渐近认定的归纳方法也是合理的.

莱辛巴赫认为,任何一个命题实际上都对应于由单称命题组成的一个命题序列,因此,一个命题的真实性程度可以表示为它所对应的命题序列的概率,即该序列中出现真命题的频率极限.以牛顿的万有引力定律为例,该定律说的是,对于所有的物体,在任何时间和任何地点,下述关系成立:

$$f = K\frac{m_1 m_2}{r^2}. \tag{1}$$

在(1)式中,f 是引力,m_1 和 m_2 分别是两个物体的质量,r 是它们之间的距离,K 是一个常数.下面用 x 表示一组个别事件,包括对物体的指定及其时空坐标的指定.如果式(1)对某个个别条件成立,我们就写 $Q(x)$,若不成立,就写 $\overline{Q(x)}$.假定我们首先根据火星在各个位置上的情形对式(1)加以检验,并把各次检验的结果排成一个序列,即(2)的第一行;接着我们又以其他行星或其他物体检验这条定律,从而得到另一些序列;所有这些检验结果可以形成下述的格式:

$$\begin{array}{lllll} Q(x_{11}) & Q(x_{12}) & \overline{Q(x_{13})} & \overline{Q(x_{14})} & \cdots \\ Q(x_{21}) & \overline{Q(x_{22})} & Q(x_{23}) & Q(x_{24}) & \cdots \end{array} \qquad (2)$$

假如 $Q(x)$ 在其中出现的频率为 P,我们就认定,P 就是 $Q(x)$ 出现的概率,那么牛顿的万有引力的概率就是 P,P 初步反映了该定律的真实性程度,以后还可以在此基础上考虑更广泛的条件,从而形成更高层次的概率认定.

莱辛巴赫用他的频率理论来说明科学假说的概率,把一个普遍假说作为一个由众多单称命题组成的命题序列或命题集合来完成的.这和把普遍假说作为全称命题是有原则区别的.因为全称命题并不只是众多单称命题的集合,而是众多单称命题的合取,即

$$(x)Q(x) = Q(x_1) \wedge Q(x_2) \wedge Q(x_3) \wedge \cdots \qquad (3)$$

这样看来,等式(3)的右边只要有一个合取式是假的,那么全称命题 $(x)Q(x)$ 就是假的.在这里 $(x)Q(x)$ 只有真假两值,而不存在任何像概率这样的中间值.正因为如此,在莱辛巴赫看来,把科学假说当作全称命题是错误的,他进而分析道:

“所有天鹅都是白的” (4)

这一全称命题可以根据换质位规则变换为

“所有非白物都是非天鹅” (5)

对于任何一个不是白色并且不是天鹅的物体(例如一朵红花)的发

现都能给命题(5)以支持.既然(5)与(4)等值,那就应该也同时给命题(4)以支持.这个结论显然是荒谬的.这就是著名的确证悖论.莱辛巴赫认为,如果我们将(4)和(5)这两个全称命题分别由两个以概率表示的统计命题来代替,即

“几乎100%的天鹅是白的” (6)

“几乎100%的非白物是非天鹅” (7)

那么两个式子间的逻辑等值关系就不存在了,因为完全可能出现这样的情况,即(6)是假的,而(7)是真的.比如在无比众多的非白物中只有极少极少的一部分是天鹅,而这些非白天鹅在天鹅这一类中所占的比例却是相当可观的.在此情况下,(6)是假的,而(7)却是真的.既然(6)和(7)并不等值,它们的确证事例就不能通用,这样一来,确证悖论就不存在了.因此,在莱辛巴赫看来,像“所有天鹅都是白的”这样的全称命题只是科学假说的概略表述,只有像“几乎100%的天鹅是白的”这类统计命题才是科学假说的精确表达.

莱辛巴赫用概率理论和概率表述来说明科学假说和命题的可靠性问题,并以此来说明归纳逻辑基础问题,是科学方法论取得的一项重要进展.其启发意义在于,科学家不应该将许多命题和假说都采用全称的表述方式,而应以概率表述为科学理论的发展留下广阔的余地.

卡尔纳普则认为,莱辛巴赫的概率理论对于解决归纳的合理性问题是不充分的,解决这一问题需要采用所谓概率的逻辑概念.他用以区别自己的概率概念和莱辛巴赫的经验概念的方式是提出概率1和概率2这两个概念.概率2是相对频率,而概率1是“确证程度”.证据在此已不是事实本身,而是关于观察结果的报告,h和e都可看作是长句子,确证程度仅仅表示了这两个句子间的某种逻辑关系.比如e代表句子“芝加哥的人口数为300万,其中200万人是黑头发的,d是芝加哥的一个居民”;h代表句子“d是黑头

发的”.在进行分析时,我们只需分析 e 和 h 这两句话的意义,便可计算出 h 相对于 e 的确证程度为 2/3.卡尔纳普认为,归纳推理正如从“所有人都会死”推出“x 这个人也会死”这种演绎推理一样具有先验的性质.因为上述确定 h 和 e 的确证程度的方式也不必确定 h 和 e 的事实内容,而仅需对这两个句子进行意义分析.演绎推理与归纳推理的区别仅在于,前者陈述了一种“完全逻辑蕴涵关系”,而后者则陈述了一种“部分逻辑蕴涵关系”.

卡尔纳普认为,逻辑概率被先验地确证的方式,类似于古典概率的情形.例如,同时抛出两枚硬币呈现为同一面的概率,从对两枚硬币出现的四种可能的结果的分析可以得出,在全部可能结果中有 1/2 属于两枚硬币同一面出现的情形,因此,此情形的概率为 1/2.但这种结论的前提是,所有四种可能性的概率是相等的,即都为 1/4.而做这种假设的根据是古典概率中的“无差别原则”,即如果我们没有任何理由可以认为两个事件中的一个比另一个更加可能发生,那么我们就必须认为这两个事件的概率是相等的.即使是在一种极端的情形中,假定我们对两个事件都处于完全无知的状况,那么根据无差别原则,我们也应当对这两个事件赋予相等的概率.这里相等的理由是相等的无知.因此,无差别原则带有一定程度的主观随意性,但在一定范围内却仍然是非常有效的.

卡尔纳普确定逻辑概率的过程仍借助于这一无差别原则.他假定一种语言系统 L 的基本命题函项具有形式 $P_i(x_i)$,将 L 的所有基本谓词和个体名称分别代入这个函项,就可形成 L 的所有基本句子.再构造出一个合取式,使得 L 中每一个基本句子或其否定式在其中出现.这个合取式就是所谓状态描述.L 中有若干个状态描述,每一个描述都可看作表达了相对语言系统 L 的一个“可能的世界”,因为它在 L 中最详细地描述了世界的一种可能状态.所有这些状态描述的集合穷尽了世界的一切可能性,因此所有状态描述的概率之和为 1.当然可以根据无差别原则赋予每个状态描述以同等的概率,如果 L 中共有 k 个状态描述,那每个状态描述

的概率就是 $1/k$. 卡尔纳普认为这样处理欠妥,因而提出了只应对"同构"的状态描述给予同等概率. 他根据状态描述在逻辑结构上的同异,把 L 中的状态描述分为 m 组,其中任何一组中的状态描述都是逻辑同构的,而不同组的状态描述是不同构的. 不同的组所包含的成员数 n_j 往往也不同.

卡尔纳普首先把概率平分于各个组,即每一组的概率都是 $1/m$,然后把 $1/m$ 的概率又平分给任何一组所包含的各个状态描述,每个状态描述的概率是 $1/mn_j$. 由于各组成员数 n_j 往往不同,所以各组的状态描述的概率也就往往不同,但同一组内的各个状态描述的概率一定是相同的. 由此可见,这里先后两次使用了无差别原则. 第一次使用的结果是赋予每一组以相等的概率,第二次使用的结果就是赋予任一组内各个状态描述以相等的概率. 按照这种方法,L 的每一个状态描述的概率便"先验"地被确定下来了. 状态描述的概率一旦确定下来,L 的任何一个句子的概率也就随之确定了. 这是因为 L 中的任何一个非逻辑假设的句子 j 都等于一个由若干状态描述组成的析取式 j',而 j' 的概率恰恰是它所包含状态描述的概率之和. 卡尔纳普把句子 j 的先于任何事实证据的概率称为它的"空确证"(null confirmation),记为 $C_O(j)$. 此外,根据他的概率定义容易证明,一个假说 h 相对于证据 e 的确证度为:

$$C(h,e)=\frac{C_o(h,e)}{C_o(e)}.$$

既然在理论上任何 $C_o(h,e)$和 $C_o(e)$均可确定,那么,任何 $C(h,e)$自然也可确定. 这样,卡尔纳普就以他的独特方式论证了先验确定一个假说相对于证据的确证度的方法,并由此论证了归纳逻辑的概率问题,发展了科学方法论.

5 科学假说的提出和检验

逻辑实证主义者除了研究归纳逻辑以外,还对科学理论的结

构、科学假说的提出和检验、科学说明的模式等科学方法论问题作了详尽的研究.关于科学假说的提出和形成,亨普尔便认为,对此不能给出一般的规则来概括,也不能根据大量的观察材料,指明一种普遍的归纳推理原则,通过某些特定的程序,得出科学假说.亨普尔也像许多科学哲学家一样,力主必须明确区分验证的逻辑和发现的心理学,而那种认为可以找到一般规则或程序,找到普遍性判断标准,从个别经验事实中抽象出假说的观点是混淆了逻辑的东西与心理的东西.

亨普尔承认,形成假说的最终源泉是经验事实,但他强调对于从经验材料上升到科学假说,其中的每一个环节都离不开人们已经形成的猜想的影响.以往的哲学家认为,科学研究的过程大致有这样四步:①收集有关的全部事实;②对这些事实加以分析、比较、归类;③从这些事实中抽象出普遍性原理;④在事实中重新检验已经提出的假说.亨普尔则指出,事实本身是无穷无尽的,决不可能全都收集到.如果说收集与我们所研究的问题有关的事实,那么判断是否有关就是一个难题.因此,"经验的'事实'和发现只有参照一定的假说,而不是参照一定的问题才能说在逻辑上是有关或者无关."[①]对于事实之间的因果关系没有预先的猜测,就不能决定对某一问题应收集什么样的材料.离开了假说,对事实材料的分析和归类就是盲目的.而且,从事实材料中利用归纳推理得到假说,更是不可能的.亨普尔指出,对此只需举一个反对的理由就足以说明问题了:假说或理论包含一些全新的术语,这一类理论概念是不会自行从经验材料中涌现出来的.比如,牛顿(Esaak,Nuton)的万有引力定律、爱因斯坦的广义相对论,还有量子理论,决不是通过大量的观察从现象中归纳出来的,而是科学家在自己的头脑中构想出来的.当然更不会有这样的归纳法则:当事实搜集到一定的数量,按照一定机械性程序、新颖的概念、术语,崭新的理论就随手

① 亨普尔.自然科学的哲学,英文版,1966:12.

可得.

亨普尔认为,科学假说和理论不是从观察事实中导出来的,而是为了说明观察事实而发明出来的.它们是对现象之间可能获得的种种联系,是对于可能隐藏在现象后面的一致性和模式提出一些猜测.而“巧妙的猜测”显然需要巨大的独创性,这正是科学方法的魅力所在.因此,归纳的法则不能用于假说的提出,只能理解为对假说的验证.亨普尔对假说的验证提出了两个逻辑的格式,这些格式充分表明了一个假说和证实一个假说之间的不对称性.设假说为 H,其经验蕴含(即某种可观察)为 I:

如果 H 真,那么 I 也是真的,

1)但是(如证据表明的)I 不真,

因此 H 不真.

这种推论形式即形式逻辑上所称的“否定后件推理”,这是一种具有必然性的演绎推理,因此这种检验是可靠的.

如果 H 真,那么 I 也是真的,

2)(正如证据所表明的)I 真,

因此 H 真.

这种推理形式在逻辑上称为“肯定后件的谬误”,它在演绎上无效,因此不能由有利的检验结果来证实一个假说.而且正如这种逻辑格式所表明的,不论我们做了多少次成功的检验,都不能完全地、最后地证明一个假说为真.尽管如此,亨普尔仍强调,这种检验仍然有它的意义,因为它们毕竟对假说提供了某种程度的支持和不完全的验证,否则我们也许会放弃这个假说.

亨普尔还指出,可以用直观的方式大致描述证据支持假说的程度.他认为,具有某种特征的证据会增强支持假说的强度.而有利证据的单纯重复对于提高验证程度的贡献却不大.比如,千百万人每天听收音机,但这并没有极大地提高电磁波理论的可证实性.但不同种类的范围更广的证据却对假说提供了有力的支持,比如牛顿的万有引力定律在自由落体、行星运行、单摆、潮汐现象等各

个领域都得到观察的支持. 此外,有时提高观察和测量的精确性,使实验条件更为严格,也能增大验证的程度.

当然,在实际的科学研究活动中,对于假说的验证和否证并不像前面的两个格式表示的那么简单. 光靠一个单一的假说自身来检验,这是不可能的. 我们在检验一项假说时,必须借助于若干辅助性假说,这些假说合并起来才能蕴含一个可观察的事件. 这些辅助性假说中,有在当时已经得到公认的科学理论,有实验仪器处于正常状态、运转良好的必要前提,而设计和制造各种有关仪器并相信仪器指示的结果,又是以一大套先前的科学理论为基础的. 因此,在上述第一个验证的逻辑格式中,假说 H 应该由 H 和一串辅助性假说代替:

如果 H 和 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 皆真,则 I 也真

3)但(证据表明)I 不真,

因此 H 和 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 并非都是真的.

也就是说,如果检验结果是 I 为假,那还不能说明 H 也为假,只能说明 H 和各个辅助性假说有一个或几个必为假. 因此,科学家在得到一个否定性检验报告时,往往不是轻易地否定自己的假说,而是会仔细地检查实验的仪器设备,反复考察自己的实验设计,甚至重做实验,也就是考虑是不是其他的辅助性假说有问题,而不是一遇到否定性检验结果就抛弃假说.

因此,亨普尔认为,受到检验的不是单个的假说,而是这个假说与其他假说和理论组成的系统. 这样他就得出了整体论的结论,与逻辑实证主义的早期证实主义方法论已有了相当的区别. 这也说明逻辑实证主义本身的变化和发展,从单纯的经验检验发展到比较全面地考察和研究理论与假说受检验的过程,仔细地修改理论和假说系统中的有关部分.

6 理论的构成与归化

逻辑实证主义者对科学理论的构成和归化方式进行了深入的探讨.亨普尔认为,过去理论家把理论的唯一目的看作是在观察句中建立联系.然而,如果理论的目的确实仅止于此,那么理论术语就真的可以省略了.但令人满意的理论既应该说明过去和现在,又应该预测未来,它应该具有系统的简明性,并富有启发力.因此科学理论及其术语像观察术语一样是必要的.亨普尔为此提出了一个关于科学理论结构的模型,他用一个公式简单地表示为:

$$T=\langle C,R\rangle.$$

其意思是,任何科学理论$\langle T\rangle$由两组句子构成,第一是不加解释的公理演算系(C),它再由两部分组成,其一是一组特定的原始术语,它们不是在理论之内得到定义,理论中的其他术语(逻辑术语除外)通过定义从这些原始术语那里获得意义,其二是一组初始假说,由这组假说通过逻辑演绎而得到理论中的其他句子.理论 T 的第二部分是一组称为对应规则的句子(R),它把某些理论术语加以经验的解释,从而使这个形式化的公理演算系统具有经验内容.

亨普尔认为,这就像物理几何从纯几何那里获得实际运用一样.纯几何有一组初始术语,如点、线、角等,这些概念由公设构成一个纯演绎系统.纯几何并不表示物理世界中客体的性质和关系,但通过解释规则,我们给予纯几何系统的初始术语一种特殊的物理解释,比如把直线解释成光在均匀媒质中传播的路径,这样就把纯几何的公设和定理变成物理陈述,其正确性可以经受经验的检验.亨普尔指出:“科学理论可以比作一张错综复杂的空中之网,网结代表了它的术语,而连接网结的网绳一部分相当于定义,一部分相当于包括在理论中的基本的和派生的假说.整个系统好像是漂浮在观察平面上,并且由解释规则固定在观察平面上.可以把这些

解释规则看成一些细线,它们不是网的一部分,但是把网上的某些点和观察平面的特定位置连接起来.借助于这种解释性的连接,网就能作为一种科学理论起作用:从某些观察材料开始,我们可以通过解释性的网绳上升到理论之网的某些点,进而通过定义和假说达到其他一些点,而其他的解释性网绳使得可以从这些点下降到观察平面."①

到70年代以后,亨普尔对上述看法又作了某些更改,主要是觉得把科学理论看成一个不加解释的形式化的演算系统是不恰当的.他由此而提出了略微不同的对于理论结构的看法.在他看来,一个好的科学理论的特性,不能像他以前所想的那样,可以用精确的术语来表示.除了在经验上可以检验以外,它还应该对于经验现象提供简单统一的说明,它应该把多种多样的现象归结为同样的基本过程,并且用基本的规则来刻画这些过程.这就要求理论提供比一般经验定律更加深刻的对于自然界本质的理解.为此目的,理论要把经验现象视为隐藏在它们之后的一些实体和过程的表现,这些实体和过程的运动遵循着理论的规律,这些理论规律既可以对过去和现在的经验现象作出统一解释,又可以对新的现象和规律作出预测.

亨普尔便把自己关于理论构成的新见解用这样的公式来表示:

$$T=\langle I,B\rangle,$$

即一个理论由两组原理构成,第一组(I)称为内在原理,它们详细地说明了由理论假定的实体和过程,以及支配这些实体和过程的理论性定律.连接原理(B)指出了理论所假定的基本过程和可观察现象之间的关系.提出内在原理特别要用到理论词汇 V_T,这是一组在以前描述和概括经验现象时没有使用过的术语.在现代科学中,它们往往表示研究对象的微观层次的组成(如"电子"等).连

① 亨普尔.经验科学中概念形成的基本原理,英文版,1958:36.

接原理包含 V_T,同时包含一些我们已经了解其意义的、与描述和概括经验现象有关的术语,它们的用法受先于这个理论并独立于这个理论的原则所支配,亨普尔称之为前理论术语或先行术语.而先行术语不一定是观察术语,它们是在以前的科学理论的形成过程中我们已经理解的术语.

亨普尔还举例说,早期的氢原子理论是用来说明某些以前已确立了的定律的,如由灼热的氢气发射的光限于一组不连续的波长,这些波长遵循某些数学公式(如巴尔末公式).玻尔的理论的内在原理说的是,氢原子由一个原子核和一个电子组成,电子在一组不连续的轨道上绕核运行,并可以在不同轨道之间跃迁、发射或吸收一份能量,能量的多少完全由有关的两条轨道确定.连接原理把这些原子内部的过程和需要加以说明的、可以用肉眼观察到的现象连接起来.比如连接原理说明:电子从外轨道向内轨道跃迁引起了发射单色光,而光的波长完全由这两条轨道特性的差别来决定.连接原理既包括像"电子轨道"、"电子跃迁"这样的理论术语,又包括以前适用的术语,如"氢气"、"光谱"、"光的波长"、"能量"等等.后一类术语是在以前的物理理论中已经使用了的,像光的波动学说.这后一类术语并不一定表示直接可观察的现象,但是根据先前的理论,这些术语可以通过十分间接的程序与可观察现象联系起来.由此可见,正是连接原理使理论具有解释力,并使理论产生检验蕴含.亨普尔即以这种新的理论构成的观点发展了自己的科学方法论.

除了理论构成以外,逻辑实证主义者还对理论的归化问题作了论述.传统的关于科学进步的观点主要有这样三种:

(1)科学的发展改变了确认度.有些科学理论虽然曾被广泛承认,得到高度确认,但后来由于技术上的革新提高了观察与测量的精确度,使人们发现原科学理论所作的预见不合适,因此改变了确认度.如哥白尼(Kopernikus)太阳系学说中的行星圆形轨道理论,被开普勒(Kepler)的行星椭圆轨道理论所代替,此后牛顿发现行星

轨道也不完全是椭圆的,作了进一步修改.因此随着科学的发展,其理论确认度也在逐步提高.

(2)继续确认的理论扩展到更大范围.许多科学理论在原来范围内得到确证,但同时扩展适用于更大范围,如经典质点力学扩展到刚体力学.

(3)不同种理论被归化入更全面的理论之中.种种难以比拟的科学理论,都有很高的确认度,都被归化(或包括)在某种内涵更广的科学理论之中.

对这三种科学进步方式,逻辑实证主义者坚持认为主要是后两类方式使科学发展.因为当一个理论最初被提出并接受检验时,预见失败将会导致对它的摈弃和否证;但是如果理论在起初的范围内成功地通过了种种实验,那么理论就在这个范围内得到了很高的确证度.一旦它拥有高确证度,理论就很不可能再被否证.因为如果一个理论要被否证,就得预见它遭到失败,但这在起初范围内是不可能的,因为理论在那个范围内是高度确证的;也就是说,后来的否证是对起初范围以外新现象预见失败的结果,而这些新现象不同于先前检验过的现象.可是,那些现象是新的这一事实本身意味着进行检验要求有新的实验技术,这些技术必定作为新增加的对应规则引入理论 TC 之中.这样实际上是用一种关系密切的新理论 TC' 代替 TC,因而被检验的就是 TC',所发生的任何否证也即是否证了 TC',而不是否证了 TC.因此,一个理论一旦得到了很高的确证度,就不可能被否证;这就是说,任何否证都不过是否证把理论扩展到比原来更大的范围.某个理论一旦得到承认,那么科学进步就是努力把 TC 扩展到更大的范围,即产生 TC',TC'',等等.每步扩展都是一个新的理论,在承认它以前必须经受经验的检验,但一经通过检验,得到了很高的确证度,它也就相对地不受否证影响了.

这就是理论归化的一种形式,即理论范围的扩展.在此形式中,TC 所用的观察术语在 TC' 中也都以同样的意义使用.这类归

化可被看作是确立使用同质词汇的两组陈述之间的演绎关系.增添理论原理 T' 来把 TC 扩展到更广泛的范围也是这种形式的归化,而 T' 用的是和 TC 一样的理论术语,因而获得 $T'C$ 或 $T'C'$(这取决于是否也涉及新的对应原理).因此,这种形式的理论归化,表明一个理论的发展是以更全面的理论代替原来的理论(TC).

科学进步的第二种形式的理论归化,是一个理论被吸收进一个内涵更广或更全面的理论中.例如,热力学归化入统计力学,开普勒定律归化入牛顿力学.开普勒的第一定律"每颗行星沿椭圆轨道运行,太阳在其中的焦点之一",这只有太阳和行星之间的引力正好与它们之间距离平方成反比时才有可能.第二定律"太阳至行星的直线在同等时间内扫过同等面积",表明角动量守恒,但按照平方反比定律,行星在近日点运动得比远日点快.第三定律"行星的公转期的平方与离太阳的平均距离的立方成正比",是反比平方定律的必然推断.这就从牛顿力学导出开普勒定律,也就是后者被包含进前者.这种形式的归化是现代科学史上反复出现的.与第一种形式的归化不同,"二级科学"(被归化到一级理论中的理论)在它的定律和理论的表述中所使用的一些独特的描述性术语是不包括在"一级科学"(二级科学归化入的理论)的基本理论术语或有关的对应规则中的.二级理论中的理论术语不能包含在一级理论的理论术语中,就使这种形式的归化成了问题.因为这种形式的归化必须满足以下一些条件:

(1)两个理论的理论术语必须具有毫不含糊的相同的意义;

(2)对于二级理论中每一个一级理论中没有的理论术语 a,必须引入一些假定,要求 a 所表示的任何东西与一级理论中的理论术语所代表的性质有某种关系;

(3)借助于这些补充假定,二级理论中的所有定律必须都可在逻辑上从一级理论中的理论前提及其有关对应规则中推导出来;

(4)所有的这些补充假定必须有充分的证据支持.

当这些条件满足时,二级理论的所有定律和推断就都能从一

级理论中演绎出来,于是二级理论就被归化或合并到一级理论中.这样,这种还原就是用另一个理论来解释在某一研究领域建立的某一理论或一组实验定律.比如人们认为开普勒定律曾以这种方式被归化到牛顿运动力学中,并由牛顿运动定律来解释.

这种归化论所描绘的科学进步图景是,科学建立了一些理论,这些理论如果得到高度确证,就得到承认,并且继续得到承认,摆脱了以后被否证的危险.科学的发展使这些理论扩展到更广的范围(第一种形式的理论归化),以及得到确证的理论合并到更全面的理论中(第二种形式的理论归化).所以,科学是通过合并而发展,这种观点又叫科学发展的中国套箱观.箱子代表理论,科学的发展好比大箱子套在小箱子外面,逐渐增大,原来的箱子并不废弃.因此,在逻辑实证主义者看来,科学是一种积累的事业,以前的成就随着新成就的获得而扩展和增大;旧理论一旦得到承认,就不会被摒弃;它们只是被归化入更全面的理论之中.他们的这种累积式的理论进步图景,对当代科学方法论有相当大的影响,直到当代科学哲学中的历史主义者用科学革命的方法论取而代之.

7 科学说明的逻辑

科学说明的问题也是科学方法论中的一个重要问题,它主要研究科学家用以说明或解释科学现象的推理模式和逻辑.亨普尔就提出,科学说明必须满足两个基本要求,即说明的相关要求和可检验要求.说明的相关要求指提供的说明应该真正具有令人信服的充分理由.说明的可检验要求指科学说明要能经受经验的检验.亨普尔本人则提出了著名的演绎—规律说明模型.

著名的逻辑实证主义者内格尔(E. Nagel)提出了这样四种说明类型:演绎—规律说明、归纳—概率说明、目的论说明或功能说明、发生学说明.前两类说明模型将在稍后论述.而目的论说明或功能说明指的是对单称的历史事件以某种预期的自觉目的来做解

释.比如对“为什么古罗马的加西阿斯要谋杀凯撒国王?”这一问题,历史学家普鲁塔哈的解释是,加西阿斯对极权暴政非常憎恨.而对“人为什么有两个肺?”这一问题的一种生物学解释是,因为肺有呼出二氧化碳和吸进新鲜氧气的吐故纳新功能,这就是用器官所实现的功能来解释一般的规律,这就是功能说明.至于发生学说明,指的是对“为什么英语中有许多拉丁语词?”这样的问题,语源学的说明是说英语许多语词起源于拉丁语,这是用系统的过去状态来解释系统的现在状态,即发生学说明.

当然,科学说明中更为重要的模型是演绎—规律说明和归纳—概率说明.亨普尔等人对此作了比内格尔更系统而详细的论述.亨普尔认为,像“为什么发生这种现象”这样的问题,可以理解为“这个现象是依据哪些一般规律并在哪些先行条件下发生的?”因此,在任何一种说明中,有两类陈述是必需的,一类陈述由规律语句构成,一类陈述由先行条件语句构成,先行条件既包括使规律有效的边界条件,也包括在新解释的现象以前实现或与之同时实现的初始条件.科学规律则依其普遍性程度的不同而划分为两类,第一类是全称规律,这种规律断言某一种现象的规则性在所有的时间地点里都毫无例外地出现.第二类是统计规律,这种规律断言某一种现象的规则性并不是在所有时间、所有地点都毫无例外地出现,而是依一定的概率出现的.前面这种应用全称规律的说明即演绎—规律说明,后一种运用统计规律的说明就是归纳—概率说明.

亨普尔提出的演绎—规律说明模型简单表述为:

$$\left.\begin{array}{l} L_1, L_2, \cdots, L_r\text{(普遍定律)} \\ \underline{C_1, C_2, \cdots, C_k\text{(先行条件的陈述)}} \end{array}\right\}\text{说明语句}$$
$$E \qquad\qquad\qquad \text{被说明语句}$$

这种说明的实质是,把一种现象的出现归结到一些自然定律之下,或者为它们所包容.比如,要解释“划船的人为什么观察到他的桨是‘弯’的”这一现象,我们要运用光的折射定律以及水的密度比空

气的大这个定律.它们组成一般规律语句集 $L_1, L_2, \cdots, L_r$.我们还必须描述桨的状态,比如,桨是直的等一系列先行条件,它们组成先行条件语句集 $C_1, C_2, \cdots, C_k$.而被说明现象 E 能从 L & C 中推导出来.当然,演绎—规律说明模型通常以省略的形式出现,省略了那些预先假定的语句.

演绎—规律说明虽然要依据某个一般规律集,但这并不是说对某个现象找到一种科学说明的关键就在于发现某个一般规律,也不是说一种科学说明所提供的新知识主要就在一般规律.一种科学说明所提供给我们的新知识,有时是某个科学规律的发现,有时是先行条件的发现,有时是规律和先行条件两者,有时主要是预言和发现新的被说明现象,而有时则是从 L, C 到 E 中间的推理和演算.因此,演绎—规律说明的方式是多样化的.

1956年,亨普尔发表了《科学说明的诸方面》,具体论述了科学说明的另一种类型,即归纳—概率说明.比如,对“张三患感冒,打了青霉素后退烧”这个例子,对这一现象的解释是:青霉素的疗效极高.假定打了青霉素药针24小时后退烧的病人占90%,其说明模型是:

L:青霉素对流感疗效为90%

C:张三得了流感并在24小时前打了青霉素

E:现在张三退烧

令 P_x 表示病人 x 打了青霉素的药针,R_x 表示 x 退烧痊愈,P_r 表示概率,其值为 r,这里 $r=0.9$,并令 a 表示张三,则上例形式化为

$$\frac{L: P_x \rightarrow P_r(R_x) = r \qquad C: P_a}{E: R_a \qquad [r]}$$

归纳—概率说明和演绎—规律说明一样,将先行条件看作是

被说明现象的原因,将被说明现象视作先行条件的结果.并且两者都是通过规律将先行条件与被说明者联系起来.像演绎—规律说明一样,它对已知事实起到说明作用,对未知事实起到预言作用.当然,归纳—概率说明也有这样一些重要的特点:

(1)归纳—概率解释所依据的规律不是全称规律,而是统计规律,它只断言某种现象、某种联系以一定的或然性出现.

(2)在归纳—概率说明中,说明或者说明要素不是逻辑地必然蕴涵被说明要素,前提并不必然地决定结论,即它容许反例存在.

(3)归纳—概率说明具有归纳性质,前提真只使结论的真具有一定的概率.

逻辑实证主义者正是这样从证实原则、建立人工语言、还原为物理主义、论述归纳逻辑和科学理论的构成与归化,以及科学说明的逻辑等各个方面论述了自己的科学方法论,为当代西方科学哲学和具体科学这两个不同层次的方法论的丰富和发展奠定了基础.

(作者:顾肃)

参考文献

[1] 洪谦编,逻辑经验主义,上、下卷,北京:商务印书馆,1982.
[2] 洪谦主编,西方现代资产阶级哲学论著选辑,北京:商务印书馆,1964.
[3] 莱辛巴赫.科学哲学的兴起,中译本,北京:商务印书馆,1983.
[4] 亨普尔.自然科学的哲学,中译本,上海:上海译文出版社,1986.
[5] A.J. 艾耶尔.逻辑实证主义,英文版,自由出版社,1959.
[6] 亨普尔.科学说明的诸方面,英文版,自由出版社,1965.

五　分析哲学方法论

1　概论——分析哲学作为纯粹的方法

1.1　分析哲学的起源和发展

分析哲学运动是20世纪西方哲学的最重要思潮之一.它于本世纪初起源于英国,而后在中欧和北美获得发展,最后成为本世纪具有国际影响的最重要哲学思潮之一.

当代德国著名哲学家哈贝马斯(J.Habermas)在回顾20世纪哲学的发展时曾总结说:分析哲学是二十世纪英、美哲学的最重要思潮,它在哲学史上已经留下了最深刻的痕迹,并且已经找到了自己的历史学家和对自己的标准说明.分析哲学运动的奠基性著作在他看来是摩尔(G.E.Moore)的《伦理学原理》(1903)和罗素、怀特海(A.N.Whitehead)的《数学原理》(1903),而维特根斯坦的《逻辑哲学论》(1922)和《哲学研究》(1953)则标志着这个运动的转折和突破.①

1.2　分析哲学的理论背景

尽管还存在着一些不同的意见,但人们一般认为,分析哲学是对以维也纳学派为代表的新实证主义的继承和发展,或者至少认为,新实证主义是分析哲学的最重要思想来源并且为分析哲学提

---

① 参阅哈贝马斯.后形而上学思维,Nachmetaphysisches Denken,法兰克福/美茵,1988:11~12.

供原则基础.许多分析哲学者和实证主义的代表人物都不否认在这两种哲学之间存在着必然的联系.但同样已被公认的事实是:虽然对分析哲学的研究可以回溯到实证主义上去,分析哲学却不能被还原为新、老实证主义.一些人之所以将分析哲学与实证主义混为一谈[①],是因为有些重要的思想家如维特根斯坦、卡尔纳普等等既可以被视为实证主义的代表人物,也可以被视为分析哲学的代表人物.

导致分析哲学产生的另一个重要契机是分析哲学早期代表人物对德国古典唯心主义,尤其是黑格尔绝对唯心主义的反抗.摩尔、罗素等人的思想都经历过从黑格尔主义向反形而上学唯心主义的转变,尽管引起这种转变的动机不尽相同,反驳唯心主义所运用的论据也不尽相同.总地说来,整个分析哲学运动都具有与形而上学和绝对唯心主义相对立的特征,以至于我们可以将这个特征加入到对分析哲学的定义之中.虽然20世纪的西方哲学都或多或少地带有这种反传统的时代精神,但分析哲学在这方面无疑是走在前列的.

与分析哲学的形成密切相关的是逻辑学在19世纪末的发展.莱布尼茨(G.W.Leibniz)在17世纪所提出的"普遍数学模式"构想由于数学研究在此期间的飞速发展而得到了充实.对传统形式逻辑的变革要求和在现代"数理逻辑"方面的努力在一大批杰出的逻辑学家的工作中融为一体.在这些逻辑学家中,对分析哲学影响最大的是德国数学家和逻辑学家弗雷格(G.Frege),他从逻辑学上奠定数学基础的努力,为罗素、卡尔纳普、维特根斯坦等人所接受.此外,由于他的逻辑语言分析思想,弗雷格本人也被看作是分析哲学

---

① 主张分析哲学是实证主义的一个分支的例如有荷斯特曼(H.Horstmann),他认为:分析哲学"主要是当代在美国、英国和斯堪的那维亚国家中流行的实证主义的一种表现形态".(参阅:《哲学辞典》,Philosophisches Woerterbuch,莱比锡,第一卷,1976年,第70页.

的先驱.最后还须提到的是,大多数分析哲学代表人物同时都是著名的逻辑学家,这个事实从另一方面说明了分析哲学方法的逻辑学渊源.

1.3 分析哲学的方法特征

分析哲学这个名称已经表明方法在这门哲学中所占据的核心地位.以方法命名的哲学思想或流派在哲学史并非罕见,例如英国有经验哲学、实证哲学,德国有思辩哲学、批判哲学以及如此等等.但分析哲学这个名称的涵义中包含着以往这些哲学所不具备的方法论上彻底性.分析哲学的代表人物主张,分析哲学的对象不是事物、事件或事态本身,它的任务在于,通过多值逻辑或语言分析来对传统哲学的原理和陈述做出新的解释.用维特根斯坦的话来说,"所有哲学都是语言批判."①同样,用卡尔纳普的话来说,"哲学唯一正当的任务就是逻辑分析."②因此,从严格的意义上来看,分析哲学与其说是一门哲学,不如说是一种方法.至少从哲学的传统意义上来说,它不是一门哲学,因为,一方面,分析哲学不具有自己的对象,它不提出自己的理论和世界观.分析哲学所提供的不是"观点",而是"观察点";或者,用分析哲学家自己的话来说,分析哲学不想建造一座新的哲学大厦,而只打算对已有的房间进行清扫.这种以基础研究方法为主导的朴实做法使分析哲学有别于传统的体系哲学并使它有可能摆脱传统哲学在本体论、认识论、伦理学等方面的困境.作为一种方法,它无须再像传统哲学那样对自身做出"论证",而只须通过消除传统哲学的"困惑"来证明它自己的存在价值.

另一方面,分析哲学之所以在传统哲学的意义上不是哲学,是

① 维特根斯坦著,郭英译.逻辑哲学论,商务印书馆,1985.4.0031.

② 卡尔纳普.哲学与逻辑语法,引自:怀特,杜任之主译.分析的时代.二十世纪的哲学,商务印书馆,1981:225.

因为它也不具有自己的封闭的领域.可以说,分析哲学所采用的惟一方法是分析,无论这种分析是逻辑分析还是语言分析,是伦理学分析还是心理学分析,是行为哲学分析还是历史哲学分析乃至社会现象分析.分析哲学力图提供一种普遍有效的方法或方法态度,它可以被运用在所有可能的课题上.

在逻辑学范畴的意义上,分析意味着一种与综合相对立的分解,主要是指对概念的分解,或者说,分析是指将一分解为多.这也就是说,将一个整体分解为各个部分,将一个复合体分解为各个分子,将一个总的发生过程分解为单个的阶段,将一个意识内容分解为各个因素,将一个概念分解为各个特征;这种分解使新的概念定义得以产生.分析的种类至少可以归结为以下几种:要素分析将一个现象分解为各个局部现象,并考虑各个局部现象之间以及它们与整体现象的联系;因果分析对现象的分解着重考虑现象之间的因果联系;逻辑分析对现象的分解则着重考虑现象之间的逻辑联系,以及如此等等.分析的操作方式被称之为分析方法.通过分析方法而得出的分析判断在康德看来是先天的,因为它无须依赖后天的经验,在它的主词中已经包含着谓词.正因为如此,一般认为,分析命题不能给我们带来新的知识,它只能给我们带来对一个概念的明确定义.

分析哲学家们所理解和运用的分析概念和分析方法并没有消除或改变传统逻辑学的分析范畴:分析哲学所要做的工作仍然是对现象的分解.这里所说的现象是最广泛意义上的现象:认识现象、语言现象、科学现象、道德现象、社会现象等等.因此,尽管分析哲学声言要避开传统哲学而去寻找一条新的哲学之路,但它在自身原初的意向中以及在它以后的发展中却仍然或多或少地保留着任何哲学都具有的大全要求.这种要求与它所主张的作为普遍有效形式的方法是密切相关的.正如心理学分析将心理现象作为分析对象并将哲学问题归结为心理问题,精神分析以无意识为分析对象并将哲学问题归结为无意识问题,现象学分析以意识现象为

分析对象并将哲学归结为意向性问题一样，分析哲学以语言和逻辑为分析对象，并将哲学问题化归为语言和逻辑问题；并且，正如逻辑实证主义以“国家实证主义”、“法律实证主义”等等名义，现象学以“认识现象学”、“宗教现象学”、“伦理现象学”、“社会现象学”等等名义将分析的形式与分析内容相结合一样，分析哲学也在“语言分析”、“逻辑分析”、“分析历史哲学”、“分析伦理学”、“分析行为哲学”等等标题下提出它的总体哲学要求并行使它的普遍哲学功能.①

1.4 对分析哲学运动的界定

在涉及到对分析哲学运动的界定问题时，我们可以看出，哈贝马斯关于分析哲学运动已经找到自己的历史学家和标准说明的说法显然带有夸张的性质.因为对分析哲学本身的概念定义至今为止是众说纷纭的.实际上，一个为人们所公认的对“分析哲学”这个概念的定义是不存在的.

如果我们选择历史—发生性的界定，那么分析哲学运动至少可以分为四个阶段：

(1)逻辑原子主义阶段.这个阶段从本世纪初开始，至20年代结束，是分析哲学的雏形阶段.它在内容上以摩尔的概念分析和罗素的逻辑原子主义学说为阶段特征，其中心自然是在英国；

(2)新实证主义阶段.这个阶段在时间上横跨20年代和30年代，在空间上由维也纳(学派)、柏林(学派)、华沙(学派)构成三足鼎立之势，因而分析哲学在这一阶段的中心转移到欧洲大陆；

(3)日常语言分析阶段.这个阶段以30年代初为始，至50年

① 例如可以参阅：弗兰克纳，分析伦理学.(W.K.Frankena, Analytische Ethik, 1972)；丹图.分析的历史哲学.(A.C.Danto, Analytische Philosophie der Geschichte, 1973)和分析的行为哲学.(A.C.Danto, Analytische Handlungsphilosophie, 1979).

代止,中心又回到英国,以剑桥(学派)和牛津(学派)为根据地;

(4)逻辑实用主义和语言分析阶段.这一阶段始于50年代,或强或弱地一直沿续到今天,其领域从英国进一步扩展到北美洲等地区.

如果我们选择体系—描述性的界定,分析哲学运动也可以分为四个派别:①现象主义分析哲学.代表人物有罗素、维特根斯坦、卡尔纳普、石里克、艾耶尔等;②物理主义分析哲学.其代表人物有卡尔纳普、莱辛巴赫、亨普尔等;③日常语言分析哲学.其代表人物有赖尔(G.Ryle)、奥斯汀(J.L.Austin)等;④实用主义分析哲学.其代表人物有奎因、普特南(H.Putnam)等.[①]

此外,值得注意的是,在对以多元化为标志的20世纪西方哲学思想的论述中,一般更常见的做法是以各个著名哲学家的思想特征为研究课题和论述对象.我们在这里的论述也将基本按照这种形式进行.

2 分析哲学代表人物的思维趋向和发展

2.1 摩尔的分析哲学思想特征

分析哲学的广泛运动的出发点是乔治·爱德华·摩尔(1873~1958)的哲学思想.在他的哲学中几乎包含了分析哲学的所有基本特征和它日后发展的所有萌芽.这一方面是因为摩尔最先揭开了分析哲学运动的序幕并且在总体上规定了这场运动的性质,另一方面是因为摩尔几乎至始至终地参加了这场运动并且亲身经历或引发了这场运动的几个主要转折.

---

① 对这两种界定的较为详尽的论述可以参阅洪汉鼎:《语言学的转向.当代分析哲学的发展》,三联书店(香港)有限公司,香港,1992,第一章,第四节:"分析哲学的历史演变和四种分析类型",第40~48页.

贯穿在摩尔思想始终的一个特征是方法上的特征,即分析性.哲学的任务在于分析,分析哲学的这个主导思想首先在摩尔的哲学中得到表达.摩尔发表于1903年的主要著作《伦理学原理》便已致力于用意义分析的方法将一些通常被混杂在一起的问题区分开来,从而为解决这些问题提供条件.《伦理学原理》在它所得出的结论上显得并不重要,但它所运用的方法却产生出重大的影响.摩尔在这部书中开张明义地说:"照我看来,在伦理学上,正像在一切哲学学科上一样,充满历史的困难和争论,主要是由于一个十分简单的原因,即由于不首先去精确发现你所希望回答的是什么问题,就试图作答."因此,摩尔要求对哲学问题进行"分析和区别",力图在回答这些问题之前发现这些问题是什么."只要作了这种尝试,哲学上许多最触目的困难和争论也就消失了".①具体地说,对哲学问题的分析和区分是将一些出于自身的原因而存在的问题与我们为了行动而应当说明的问题.例如,什么是"善"? 什么是"善的行为"? 这是两个不同的问题.摩尔的工作表明,只有对这些问题进行细致入微的概念分析,人们才能清楚地看到,哪些问题是可以通过定义来回答,哪些问题是可以通过论据来回答的,哪些问题是不能通过定义或论据来回答的.摩尔竭力证明,传统的伦理学,尤其是伦理学中快乐主义所犯的一个"自然主义错误"在于,它们将不可定义的东西与这样或那样被定义的东西混为一谈.

所谓定义在摩尔那里是指对一个事物的属性和特征的列举.定义与分析是相关的,它意味着对事物各个部分的分解和排列,反过来说,对一个概念的分析也就是给一个概念以定义.当分解达到一定程度时,它便不能再进行下去,换言之,有一些最为简单的、终极的概念是不可定义的,它们是定义的内容,但本身却不能被定义,例如,伦理学中的"善"便是这样一个概念,它构成伦理学分析的最终不可分割的原子单位.如果人们试图对这些不可定义之物

---

① 摩尔著,长河译.伦理学原理,商务印书馆,1983:1.

做出定义,就会犯自然主义的错误,从而导致概念的混乱和哲学问题的混乱.

摩尔的这一思想也被称之为"逻辑原子主义",它与罗素以后提出的"逻辑原子主义"理论在很大程度上是相似的.这种逻辑原子主义的定义论为摩尔反驳唯心主义提供了方法依据.在同年发表的"反驳唯心主义"一文中,摩尔向当时仍处在主观唯心主义影响之下的英国读者表明,以不同形式表现出来的主观唯心主义论证是可以通过纯粹逻辑的分析而被反驳、被消除的.摩尔在这篇论文中所反驳的一个最典型的哲学命题就是贝克莱的"存在就是被感知".尽管摩尔并不认为他有能力否证这个唯心主义哲学基本命题,并且其他同时代的哲学家也不认为他的努力已经证明这个命题是不成立的,但摩尔这篇论文仍然用他独特的分析方法令人信服地指明,在"存在就是被感知"这个哲学命题中包含着一些似是而非的东西,它们可以通过意义分析而得到澄清.

摩尔所提出的一个重要哲学命题在于:哲学的任务不是去揭示我们关于世界的新的知识,它只是对我们已有知识的澄清.如果说摩尔在"反驳唯心主义"一文中所做的是对这个命题的反面证明,那么他在1939年所做的"关于外部世界的证明"的讲演则是对这个命题所做的一个正面论证.他以左右两只手的存在为例证明,外部世界的存在是比形而上学的哲学论证更为清楚明白、更为真实的东西.在这个证明中,摩尔的"常识世界观"得到了明确的表露.

诉诸"常识"(Common Sense)是摩尔哲学中的另一个最重要思想.摩尔自己将他的哲学也称之为"常识哲学",更有人据此而将摩尔的哲学思想概括为"分析与常识的二元论".摩尔认为,常识的命题是真实的命题并且是可能的逻辑分析真实与否的标准.任何与常识命题相违背的哲学论证在他看来都是不可靠的.在他发表于1925年的"保卫常识"一文中可以发现,构成摩尔的"常识世界观"的有三个普遍命题:①物质事物存在;②心灵现象存在;③人知道

这两种东西的存在.但这个思想也是摩尔哲学中最受争议的一个观点.至少我们可以看出,这些命题实际上已经建立在一种世界观的基础上,因而超越了摩尔对哲学的分析任务的理解.因此,在涉及到诉诸常识的问题时,摩尔无法克服他的不彻底性.这种不彻底性如艾耶尔所说表现在:"摩尔一方面没有追究关于进入常识世界观的那些命题的真实性,另一方面又非常怀疑对这些命题的分析."[①]这也是它的哲学被标志为二元论的理由之一:常识与分析在这里各执一端,平分秋色.

可以看出,摩尔的分析哲学思想并不以彻底性和完美性为特征,但他却是一个指明方向的人物.尽管以后的分析哲学思想家对他提出各种批判并且在许多方面超越了他,但他们的努力在很大程度上受益于摩尔所奠定的分析哲学方法基础.

2.2 罗素的分析哲学思想特征

伯特兰·罗素(1872~1970)是20世纪最重要的科学家之一,也是这一时期最重要的哲学家之一.他和摩尔被认为是分析哲学的创始人.在科学与哲学的关系问题上,罗素始终认为哲学必须进入科学并且必须参与对科学基础的改造.他在这方面的一个突出贡献便是与他的老师怀特海合著于1910至1913年的三卷本《数学原理》一书.这部书致力于将整个数学系统都还原为形式逻辑系统,或者也可以反过来说,它致力于通过关系逻辑而从形式逻辑的基本概念和公理中推导出全部纯粹数学,或推导出可以使这门数学得以成立的足够丰富的算术命题.逻辑与数学在这里达到统一.尽管罗素本人并不认为这个成就属于他在哲学上的主要功绩,但用训练有素的数学思维来进行哲学研究,或者说,他的分析思维的目的在于达到科学性,这是罗素哲学方法的一个特征,也是他有别于摩尔的一个方面.

---

① 艾耶尔著,李步楼等译.二十世纪哲学,上海译文出版社,1987:75.

也许正是这个特征导致了罗素和摩尔在语言哲学方面的分歧.虽然摩尔对常识和日常语言的偏爱在某种程度上也为罗素所接受,但罗素更主张建立人工的演绎系统而不关心他使用的术语是否与日常语言绝对符合.日常语言的合理性在罗素这里不再是确定无疑的;即:他开始怀疑它是否有权作为意义标准.必须建造人工的语言,才有可能对哲学问题作出清晰、明白的表述,从而导致对这些问题做出逻辑可靠的解答,这是以罗素为代表的一批分析哲学家所抱有的共同信念,他们在分析哲学运动的发展史上又被称之为"人工语言学派".

维特根斯坦在《逻辑哲学论》中曾经认为,"罗素的功绩在于,他能够指明,命题表面的逻辑形式并不必定就是它的真实逻辑形式."①表面的逻辑形式在罗素那里实际上指的是一个命题的语法形式.罗素本人甚至认为哲学的首要任务就在于揭示命题的真正逻辑形式,对这些命题进行分析,并且用"理想语言"来替代"日常语言",在这种理想语言中,一个命题、一个语言表述所具有的易被误解的语法形式已经被转换成为明白无疑的真正的逻辑形式.

将语法形式混同于逻辑形式的情况在罗素看来主要有两种:一种是与逻辑悖论产生有关的混乱,另一种与形而上学问题、尤其是关于存在的形而上学问题有关的混乱.罗素提供了可能解决这些混乱的两种逻辑方法:一是他的类型理论,二是他的摹状词理论,并且,他曾认为这两个理论是他对哲学的两个主要贡献,尽管他本人以后又对这两种理论提出异议.

可以看出,在罗素的哲学创作中,分析的方法是决定性的方法.他自己也认为,"我始终是用分析的方法来寻求哲学问题的解决";"我仍然坚信,只有用分析才能有进步."②通过分析所达到的最终不可分割的逻辑组成部分被罗素称之为"逻辑原子",因而罗

① 维特根斯坦著,郭英译.逻辑哲学论,商务印书馆,1985.4.002、4.003、4.0031.

② 罗素著,温锡增译.我的哲学的发展,商务印书馆,1982:10.

素将他的哲学也命名为"逻辑原子主义",这与摩尔分析哲学中和维特根斯坦早期分析哲学中的逻辑原子主义思想是密切相关的.

但是,罗素对分析哲学的理解与摩尔的理解显然已经大相径庭.逻辑学和数学在罗素这里构成了分析哲学的科学本质,因此罗素常常给"分析哲学"加上一个定语,将它称之为"逻辑分析的哲学".可以说,在分析哲学的分析概念之本质中现在不仅包含着摩尔所赋予的日常、自然的成分,而且也包含了在罗素意义上的科学、人工的成分.

2.3 卡尔纳普的分析哲学思想特征

鲁道夫·卡尔纳普(1891 ~ 1970)与石里克、纽拉特、莱辛巴赫等一同属于"维也纳学派"的核心人物,是新实证主义理论的大力倡导者.在对科学逻辑学以及逻辑经验主义的创建中,他是一个不可缺少的主力.另一方面,他将弗雷格、罗素、维特根斯坦所提出的逻辑数学概念语言作为工具运用在解决科学逻辑学的问题上.在诉诸"科学语言"或"理想的人工语言"的做法上,卡尔纳普与罗素是一致的,因而卡尔纳普也被看作是"人工语言学派"的代表人物之一.

在卡尔纳普的教授资格论文《世界的逻辑建构》中,他试图从被给予的主观基本体验中获得一个根本性的结构概念,然后从这个结构概念中出发推导出其他的科学结构概念,由此而对一个有效的科学"建构体系"进行论证.但在这部著作中已经表明,"维也纳学派"所讨论的经验主义的意义标准问题很难得到满意的解决.因为,如果依据经验主义的意义标准,那么只有当概念和命题被还原为现象主义或物理主义的基本材料时,它们才是有意义的.然而,在科学中经常被运用的素质概念(例如:"可溶于水")就无法通过定义或还原而被回归到直接的经验基础上去.在对所谓"记录命题"和理论命题的分析中也有类似的困难出现,这些命题是对自然规律的一般性表述,人们既不能通过证实,也不能通过证伪来使它

们与那些经验的意义标准达到一致.因此,卡尔纳普在他的后期著述中试图从各个不同的起点出发来克服这些困难.

在1934年发表的《语言的逻辑句法》以及在1935年发表的《哲学与逻辑句法》中,卡尔纳普明确提出用科学逻辑学来代替哲学,而科学逻辑学在他那里所指的是科学语言的句法.卡尔纳普试图建立起一门形式的人工语言,用它来精确地表述或重构所有科学理论.他在这里首先将语言严格地区分为两种:一种是我们说的语言,也是经验科学所采用的内容性的表述方式,如"夏天天气热";另一种是我们所讨论的语言,也是逻辑学所采用的形式性表述方式,如"在'夏天天气热'这个语言中包含着'夏天'这个语词".卡尔纳普将这种语言分别称之为内容的元语言和形式的客体语言.这个划分至今仍然是语言哲学中的一个根本性划分.卡尔纳普认为,哲学的假问题之所以能够产生,是因为我们混淆了内容的和形式的言说方式.因此,他随后便极力想通过一门形式的语义学来建构一门形式的人工语言理论,这门语义学的目的在于:为了把握住概念的真正含义,必须清楚地说,一个命题在什么样的真值条件下才为真.

在这方面,卡尔纳普所做的三个重要区别尤其值得我们注意:首先,卡尔纳普认为,作为科学语言的人工语言本身具有两个层次:观察语言和理论语言.观察语言虽然与被给予之物无关,但它必须是自明的,即不须借助于任何科学知识就可以自明;而理论语言则必须将自己的概念与观察语言相结合,这样才能获得其经验意义.其次,卡尔纳普区分了属于语用学的证实操作和属于语义学的证实操作.在语义学证实理论方面,卡尔纳普花费了很大的精力,并由此而导致了他对主客观概率论(对逻辑概率和统计概率的区分)和归纳逻辑学(归纳推理)问题所做的出色研究.再次,卡尔纳普对概念的外延和内涵进行了区分:一个概念的外延要通过对包含在这个概念中的对象的计数而得到规定,一个概念的内涵则要通过对它所具有的特性的指明而得到规定.

卡尔纳普一生在语言逻辑问题上所做的这些深入分析和探讨为逻辑经验主义和分析哲学的发展提供了很大的动力.而且,如果没有卡尔纳普的这些努力,现代的科学理论、语言哲学和逻辑学也是不可想象的.一般认为,当代西方哲学的所谓“语言学的转向”是由他和维特根斯坦所发起的.尽管语言学问题在摩尔和罗素的哲学中已经提出,但真正将哲学还归为语言学并由此而引起人们关注的是卡尔纳普和维特根斯坦.

除了对科学与逻辑的肯定之外,对形而上学的否定也是卡尔纳普思想的一个重要特征,可以说,他对形而上学的批判比任何一个其他的分析哲学家都更尖锐.这与他提出的用科学逻辑学来代替哲学的想法是一致的,因为在他看来,传统哲学派别之间所发生的争论都是由于使用不同类型语言而造成的结果,他将这些争论称之为哲学中的假问题.

最后,在卡尔纳普的科学逻辑学理论中还有一个重要的观点需要注意,即他所提出的“容忍原则”:真正的科学语言是不存在的,但有许多可能的语言系统可供我们选择.因此,任何一个语言系统都不能自封为惟一正确的系统,而应当对其他系统持宽容态度.卡尔纳普自己认为,这一原则也适用于他所参与的“人工语言”和“日常语言”学派的争论;他对不同的语言形式持一种中立性态度:“只有对至今所用的各种语言形式进行透彻的考察之后,才可能有充分的根据选择一种形式,无论是作为总的科学语言,还是作为用于特殊目的的局部语言.”①当然,容忍原则并没有能够使卡尔纳普最终超脱出这场争论,因为他在对各种语言形式进行“透彻的考察”之后得出结论,认为对日常语言的研究尽管可能有用,“但它毕竟只是为更准确地研究人工语言系统所作的一种准备而已”.②所以,当时以赖尔为代表的分析哲学的“日常语言学派”并

① 卡尔纳普著,陈晓山等译.卡尔纳普思想自述,上海译文出版社,第69页.

② 卡尔纳普著,陈晓山等译.卡尔纳普思想自述,上海译文出版社,第69页.

没有将卡尔纳普看作是分析哲学运动中的一个中立者，而是对他进行了激烈的批评，从而将语言形式问题的争论深入到一个新的层次.

2.4 赖尔的分析哲学思想特征

吉尔伯特·赖尔(1900～1976)的主导思想在于发掘概念系统的“逻辑地理学”，用赖尔本人的话来说，他的哲学论证并不能增添我们关于心的知识，而只能修正我们已有的知识的地理图.[①]在分析哲学的运动中，他与罗素、卡尔纳普和早期维特根斯坦相对立，与摩尔、奥斯汀和后期维特根斯坦相一致，是“日常语言学派”的最重要代表人物.由于赖尔和奥斯汀都在英国牛津大学任教，因而他们的哲学圈也被称之为“牛津学派”，从而区别于以维特根斯坦为核心的“剑桥学派”.

尽管赖尔也将哲学的任务定义为清除概念混乱，但他的基本观点在于：我们不必像罗素、卡尔纳普所认为的那样，首先去构造一种理想语言，然后才能清除概念的混乱；恰恰相反，只要我们回溯到命题的简单语言内容上去，也就是回溯到这些命题在日常用语中所具有的含义上去，我们就可以从中获得对命题、概念、论证的简化表述，也就可以获得足够的手段来完成哲学的任务.

体现赖尔基本思想的代表作《心的概念》发表于1949年.在这部著作中，我们可以看到赖尔所做的一个最重要的努力：揭示那些导致种种哲学误解产生的“范畴混乱”，而其中最重要的混乱便是笛卡尔的身心二元论.这种二元论是从心物二元论引伸出来的.心物二元论是指，世界是由广延的物体和思维的心灵两部分所组成.如果将这种学说运用于人，那么它就意味着：人是由人身和人心两部分所构成，身体可以被所有人感知到并且受物理学规律的制约，而心灵则是私人的和内在的并且只能被他自己观察到，即通过内

---

① 赖尔著，刘建荣译.心的概念，上海译文出版社，1988.导言.

省的方法被观察到;人的心灵活动的过程是导致人的各种身体行为发生的潜在原因.

赖尔将这个理论称之为“机器中的幽灵”教义或“笛卡尔的神话”.他通过大量的具体分析指出这种理论是不可信的,是由范畴混乱所引起的.赖尔认为,人心与人身的对立并不存在,因为它们不属于同一个范畴:“我主张,‘一个心理过程在进行’和‘一个物理过程在进行’这两个表达不属于同一个类型,因此,将它们结合成一个联言命题是无意义的.”[①]这样一种联言命题在赖尔看来就和这样一句话一样荒谬:“她回家时或是泪流满面,或是坐着轿子”.这两种荒谬性都是由于将不同类型的语词放在一起而造成的.

在赖尔所做的这些分析中,可以看出,尽管赖尔不赞同罗素诉诸人工语言的主张,但在具体操作方面却仍然受罗素“逻辑类型论”和“摹状词理论”的影响.赖尔对“范畴错误”的定义明显地表露出这种影响:所谓范畴错误,就在于人们“如此来表述心灵生活的事实,就好像它们是属于某个逻辑类型或范畴的,但实际上它们却应当属于另一个逻辑类型或范畴”.[②]

与此密切相关的是,赖尔在《心的概念》中也批判了建立在笛卡尔身心二元论基础上的“理智主义传奇”.例如,当我们说一个行为是理智行为时,这种行为意味着什么? 一个以“机器中的幽灵”教义为依据的理智主义代表人物会认为,一个理智的行为表现在,当人们在实施这一行为时,他会事先进行思考和计划,他会事先知道这一行为应当按什么样的规则来进行.在这里,对理智行为的定义是知识,但这个定义并没有能够提供区分一个理智行为和一个较为不理智的行为的标准.这类定义最后往往不得不推辞说,人的精神过程是无法被观察到的:例如,一个人可以无须费力思考就完成一项计算任务,只要他知道答案并且背下整个运算程序;而另一

① 赖尔著,刘建荣译.心的概念,上海译文出版社,1988,第一章,第3节.

② 赖尔著,刘建荣译.心的概念,上海译文出版社,1988,第一章,第2节.

个人在解决同一项计算任务时却必须运用他的理智能力.这样,当我们在观察这两个人的出色计算过程时,我们无法观察到,哪一个人的计算是理智的,哪一个人的计算是不理智的.

赖尔极力反对这种"理智主义的传奇",他的反驳理由在于:即使我们做出理智的行为,我们常常也必须如此迅速地做出行动,以至于我们不能事先进行计划;我们在进行许多行为时常常无法回忆我们事先制定的计划;此外,我们在说话、游戏时往往并不知道这些行为的规则.赖尔因此认为,理智主义的最大错误在于将理智回归为知识.而判定一个行为是否理智的标准在他看来不在于知识(Knowing that),而在于能力(Knowing how).因而,知道一个行为的规则,这大都意味着能够去实施这个行为,这也就是说,行为的实践先于行为的理论并且构成行为理论的基础.赖尔由此得出结论说,理智主义者混淆了标志素质的语词和标志过程的语词.理智主义所犯的也是范畴错误,它要解释的是人的行为,但它探讨的却是心灵的过程.实际上,赖尔或多或少地主张,我们可以将有关心灵过程的表述都可以转变为有关行为的表述.这种主张也被人们称之为分析哲学中的物理主义.在这个方向上,赖尔的确做了很大的努力,他从行为主义角度出发对"意志"、"情感"、"认识"、"理智"等等的描述在很大程度上是成功的,但他自己也承认,有些心灵过程无法通过行为描述来说明.需要强调的是,在赖尔所做的所有分析中,他始终诉诸于人的先于理论的实践.日常世界和人的正常理智对他来说始终是判断哲学问题的可靠裁判.

显而易见,在对语言进行分析的同时,赖尔已经开始转向行为分析.这是赖尔分析哲学思想的一个重要特征.因此他的哲学也被称之为"行为主义精神哲学"或"方法的行为主义",尽管他本人并不同意这种说法.在行为分析问题上,赖尔与后期的维特根斯坦是相近的,并且事实上也受到维特根斯坦的影响.分析哲学运动后期的大趋势在赖尔哲学中已经得到清楚的体现.可以说,一门以分析哲学方法论为基础的现代"精神哲学"或"精神现象学"是由赖尔和

维特根斯坦一同开创的.

2.5 维特根斯坦的分析哲学思想特征

路德维希·维特根斯坦(1889～1951)被公认为是分析哲学运动的核心人物.在维特根斯坦的天才的哲学创作中,由摩尔和罗素所引发的分析哲学两个基本流派融合为一.当然,这并不是说,诉诸"日常语言"的主张和诉诸"人工语言"的要求在维特根斯坦那里达到了一种无矛盾的统一.毋宁说,维特根斯坦的哲学创作体现了由这两种思想所引起的内在张力,他的分析哲学特征在于:将上面这两种方法加以联结和对置.因此,维特根斯坦在分析哲学中所发挥的影响是两方面的:一方面的影响产生于他的早期著作《逻辑哲学论》(1921～1922).在这一时期,维特根斯坦的设想与罗素构造"理想人工语言"的主张相互影响,并且共同激发起逻辑实证主义在这方面的努力.可以说,《逻辑哲学论》是分析哲学中"人工语言学派"的经典代表作.维特根斯坦所具有的另一方面的影响则是与他打算出版的后期著作《哲学研究》(1953)相联系的.在这部著作中,维特根斯坦开始批判他自己在《逻辑哲学论》中的早期立场,并且主张从日常语言中获得相应的语言分析标准.维特根斯坦在这部书中又一次表现出的出色分析才华使它成为"日常语言学派"的经典代表作①.

维特根斯坦的《逻辑哲学论》在"维也纳学派"所进行的哲学讨论中起过相当大的影响,尤其是他在这部书中所提出的:逻辑命题是分析判断,因而逻辑定律是同语反复,逻辑命题不陈述任何东西;惟一有意义的认识命题是经验自然科学的命题.而大多数哲学

---

① 罗素因此而把维特根斯坦一分为二,用"维一"来标志《逻辑哲学论》时期的维特根斯坦,用"维二"来标志《哲学研究》时期的维特根斯坦.他承认"维一"对他的影响,但却从"人工语言学派"的立场出发批评"维二",认为他"在积极方面的学说是浅薄的,在消极方面的学说是不能成立的"(参阅罗素,《我的哲学的发展》,第199页).

命题在维特根斯坦看来虽然不是错误的,却是无意义的;我们无法回答这些问题,因为这些问题之所以会产生是因人们不理解语言逻辑.所以,维特根斯坦对哲学的理解是:“全部哲学的任务都在于语言批判”.但他同时又强调:人不可能从日常语言中直接获取这种语言逻辑.[①]这与罗素所提出的对日常语言进行转换、检验日常语言的合法性的主张是相一致的.维特根斯坦也想建立理想语言.

此外,我们在《逻辑哲学论》中还可以找到与罗素的“逻辑原子主义”理论相似的东西,但维特根斯坦赋予这种原子主义以一种特殊的总体化功能,并从这种原子主义之中构造起一门理性的宇宙论.我们在《逻辑哲学论》的第一和第二原理中可以读到:“世界就是所有的事件”,而“事件就是事实,就是事态(原子事实)的存在”.[②]

世界是事实的总体,是存在着的事态的总体,维特根斯坦所主张的逻辑分析正是以对这个世界的看法为出发点并由此而发展出他的“语言图像论”.维特根斯坦认为,存在和不存在的事态都属于我们语言所反映出来的一个逻辑空间;世界也就是指逻辑空间中的事实.因此,我们的语言与世界分有这个逻辑空间所具有的逻辑形式;或者说,语言中的基本命题和世界中的基本事实所具有的逻辑形式是一致的.正如命题是由各个基本命题所组成的一样,被描画的事物也是由各个原子事态所组成的;正如在基本命题中的名称可以组合成一个复合体一样,在原子事态中的对象也可以组合成一个复合体.因此,逻辑分析最终会还原为对有意义的基础命题所具有的真值函项的治疗.一个基本命题要有意义,就必须是一个基本事态的图像.在这种同构意义上的图像概念使语言批判和意义批判成为可能.但是,维特根斯坦又强调:尽管逻辑分析提供了明确命题的可能性条件,但一个命题却无法表述它自己的描画形

① 维特根斯坦,郭英译.逻辑哲学论,4.0031.

② 同上书,1.,2.(译文根据德文原文有所改动).

式,这种形式只能在命题上显示出来.因此,维特根斯坦认为,每一个命题都在可说与不可说之间设定了一条界限.所以,最后的结论应当是:凡可说的东西就可以被清楚地说出,而对不可说的东西则应当保持沉默.

所有这些观点构成了维特根斯坦《逻辑哲学论》理论上的丰富多采,使它不仅被视为分析哲学的基本教材,而且也成为本世纪最富于魅力、最耐人寻味的哲学著作之一.

在完成这部不满 80 页的小册子之后,维特根斯坦曾经相信,所有根本性的哲学认识问题都已经得到解决.因而他随后便放弃了哲学活动,开始从事其他的职业.直到 10 年之后,他才重新开始哲学研究并且很快便对他自己在《逻辑哲学论》中原有的立场不满.他自己认为,后期准备发表的《哲学研究》一书是对自己早期哲学思想的一个原则性反思和反驳.

这种反驳主要是针对他自己以往所做的"诉诸于理想语言"的尝试而发,也就是说,他所反驳的主要是那种在逻辑原子主义和逻辑分析方法论的基础上展示出一种精确的理想语言的条件和结果的尝试.在《哲学研究》中,维特根斯坦明确强调:"哲学不能以任何方式干预对语言的实际使用,也就是说,哲学最终只能对语言的实际使用做出描述.所以哲学也不能论证语言的实际使用.哲学对一切都顺其自然."[①]这里所表现出的对构造理想的人工语言的否定,同时也意味着向日常语言的转向:"我们使语词脱离开它们的形而上学用法而回溯到它们的日常用法上去."[②]

对诉诸人工语言之做法的反驳当然也涉及到在人工语言系统中的那些具体原理,例如那些与逻辑原子主义思想密切相关的原理:维特根斯坦不再认为,原子事态或原子命题是逻辑空间的最后组成部分,他开始主张,区别简单命题和复合命题、简单事态和复

① 维特根斯坦.哲学研究,英文版,1960:120.

② 同上书,116.

合事态的关键在于提出问题的方式,一个对象或命题由于提问方式的不同而可以是简单的,也可以是复合的.再如,维特根斯坦曾认为名称与对象是对应的,对象只是名称的载体,对语词的运用就在于为对象命名,以及如此等等,这些论述在《哲学研究》中也遭到了摈弃.

但另一方面可以看到,《逻辑哲学论》的一些基本思想和重要观点在《哲学研究》中被保留下来:例如在语言批判方面的思想,即划分表面的语言现象与深层的逻辑形式;又如在对奥卡姆(Occam)格言的分析中所贯穿的实用主义观点:具有目的的符号是逻辑等值的,不具有目的的符号是逻辑无意义的;再如关于主体是世界的界限的定理等等.因此,也有人认为,《哲学研究》并不完全是对《逻辑哲学论》的反其道而行之,它所否认的只是后者的片面性,即过分强调了语言的一种用法而忽略了其他的用法.

必须注意的是,维特根斯坦通过《哲学研究》所发出的影响不仅仅局限在语言学领域,而且它也在社会关系领域和行为理论领域产生出重大效应.这部著作尤其在方法上突出了"语言游戏"和"生活形式"这两个相辅相成的基本概念.因而问题不在于从实在的含义载体和观念的含义统一方面来分析语言表达的含义,而是在于观察这些含义是如何在一定的行为关系中被运用的.当代分析哲学的一个重要发展趋向就在于突破了"逻辑分析和语言分析哲学"的范围,即不仅注意分析语言的逻辑结构,而且也注重语言的历史分析;不仅致力于语言分析,而且也致力于行为分析,这些新的特征的产生在很大程度上要归功于维特根斯坦的《哲学研究》.

3 分析哲学的方法论共性

分析哲学运动并不意味着一组已经被这个运动的参与者所确认的教义或一个为他们所认可的共同纲领.在这个运动中,各个代

表人物的分歧是如此之大,而且这些代表人物本身早、后期思想的差异是如此之大,以至于我们甚至无法将这里所论述的几个分析哲学代表人物中的任何一个称之为"真正的"或"原本的"或"正统的"分析哲学家.但分析哲学之所以能够被看作是一个统一的哲学思潮,必定有其被公认的核心,无论这个核心的内涵有多大,无论它的有效性持续有多久.

1)尽管分析哲学代表人物的本意并不都在于反抗形而上学,但他们都始终相信哲学不提供传统意义上的理论或知识系统;

2)尽管分析哲学代表人物对分析的标准理解不一,但他们都坚持哲学只是一种分析活动,只是一种方法;

3)尽管分析哲学代表人物在对语言的理解上有很大分歧,但他们都主张必须用明确的标准来检验陈述的"意义",确切地说,他们都主张对语言的分析和批判是他们的最重要任务.

4 结束语

在写作这篇文章时,20世纪已经接近尾声,而20世纪西方哲学的基本轮廓也已经确定.与在此之前的哲学史相比,20世纪西方哲学对方法的强调显得尤为突出.更进一步说,在方法论上,这一时期的哲学流派又大都带有分析的特征.无论是在英美哲学中占主导地位的分析哲学,还是作为欧洲大陆哲学之代表的现象学、精神分析、结构主义等等,它们在其方法纲领上都打上了分析的烙印.在这个意义上,我们可以赞同W.怀特(W.White)对20世纪西方哲学的一个不尽严格的定义;它是一个"分析的时代",分析是20世纪哲学的"当务之急",是20世纪哲学的"一个最强有力的趋向"①.但可以看出,分析对象以及分析方法的不同导致了在哲学

① 参阅:怀特,杜任之等译.分析的时代,二十世纪的哲学家,商务印书馆,1981:5.

思想方面的各种巨大差异，并且，如我们在这里已经看到的那样，它们甚至导致了在同一个哲学流派中各个代表人物的观点差异以及这些代表人物自身思想发展早、后期的差异，鉴于这一点，我们对20世纪西方哲学的更确切定义毋宁说应当是"多元的时代".

（作者：倪梁康）

参考文献

[1] 卡尔纳普(R.Carnap).世界的逻辑建构,Der logische Aufbau der Welt,berlin 1928.

—语言的逻辑句法,Logische Syntax der Sprache,Wien 1934.

[2] 摩尔(G.E.Moore).哲学研究,Philosophical Studies, London 1922.

—哲学论文集,Philosophical Papers,London 1959.

—Prinzipia Ethica,Cambridge 1903.

中译本:长河译.伦理学原理,北京:商务印书馆,1983.

[3] 罗素(B. Russell)/怀特海(A. N. Whitehead),数学原理,The Principles of Mathematics,Cambridge 1903.

[4] 罗素,My Philosophical Development,London 1959.

中译本:温锡增译.我的哲学的发展,北京:商务印书馆,1982.

—The Problems of Philosophy,London1912.

—中译本:何明译.哲学问题,北京:商务印书馆,1960.

—逻辑原子主义哲学,The Philosophy of Logical Atomism,London 1918.

[5] 赖尔(G.Ryle),The concept of mind,London 1949.

中译本:刘建荣译.心的概念,上海译文出版社,上海,1988.

徐大建译.心的概念,商务印书馆,北京,1992.

[6] 施太格米勒(W.Stegmueller),科学论和分析哲学的问题与结论,Probleme-und Resultate der Wissenschaftstheorie und analytischer Philosophie,1969.

[7] 维特根斯坦(L. Wittgenstein),Tractatus logico – philosophicus, in: L. Wittgenstein:Schriften,Bd.1,Frankfurt/Main 1960.

中译本:郭英译.逻辑哲学论,商务印书馆,北京,1985年.

—《哲学研究》, Philosophische Untersuchungen, in: L. Wittgenstein: Schriften, Bd.1, Frankfurt/Main 1960.

六　科学哲学方法论

现代西方科学哲学内容丰富多样,对新的科学主义的世界观、认识论和方法论都作了生动的阐述.仅就方法论而言,早期实证主义者、马赫的经验批判主义、逻辑实证主义、波普的批判理性主义、历史主义学派、科学实在论者和新历史主义等等在阐述自己的世界观和科学观的同时,也表述了某些独特的方法论原则.这里我们只对其主要流派的方法论原则作简要的概括和总结.

1　早期实证主义方法论

实证主义产生于19世纪三四十年代的法国,后流行于英国,几乎与马克思主义同时产生.它的特殊的历史科学背景、表述方式和思想原则,长期以来一直使学者对它评价不一.实证主义的名称突出了这种新哲学的特点.法国著名哲学家和社会学家奥古斯特·孔德创立了这个名称.他指出,实证主义的"一切本质属性都概括在实证这个词中,我把这个词列于一种新哲学之首".他把实证解释为具有"实在"、"有用"、"确定"、精确、有机、相对等意义,认为它把人类智慧的这些"最高属性"结合在一起;它摒弃一切虚妄、无用、不确定、绝对的东西,摒弃一切神学的和形而上学的东西.因此,孔德的实证主义一开始即以反对一切神学和形而上学的科学哲学的面目出现.它以一种独特的方式反映了科学所取得的进展.当时的自然科学已经搜集了大量的材料,许多学科如有机化学、地质学、动植物生理学和胚胎学等等已建立和发展了起来,而细胞学说、能量守恒定律和进化论尤其具有重大的影响.自然科学正从搜集材料的阶段向整理材料的阶段转变,科学新发现正以空前的速

度和规模促进着生产力的发展.这种状况对科学思维和哲学的影响是不言而喻的,自然会产生各种各样反映此状况的思想.辩证唯物主义是对当时自然科学成就的一种总结.但这并不能得出结论说,别的一切学说都只是虚妄的、荒谬的、毫无价值的主观臆说.实证主义者便以另外一种方式和规范体系表达了自己的看法,阐述了为此后一个多世纪的某些人们所奉为至宝的思想原则,这些思想原则同时也是科学方法论的原则.

关于人类的智力发展,孔德从空想社会主义者圣西门(Saint-Simon)那里得到启发,把它概括为"一条伟大的规律",即"我们的每一种主要观点,每一个知识部门,都先后经过三个不同的理论阶段:神学阶段,又名虚构阶段;形而上学阶段,又名抽象阶段;科学阶段,又名实证阶段."①他这样总结人类思想史,主要是强调人类在不同的发展阶段使用了三种性质基本上不同的甚至是根本相反的哲学方法,即虚构方法、形而上学方法和实证方法.在神学阶段,人类精神探索的主要目标是万物的内在本性,一切现象的根本原因、绝对原因、最后原因,即绝对的知识,用超自然的主体的任意干涉来说明一切现象.形而上学阶段是神学阶段的改头换面,人们把超自然的主体换成了一些抽象的力量,一些蕴藏在世界万物之中的真正的实体.直到实证阶段,人们才发现人类理性不可能认识或解决这些抽象本质问题,"人类的精神不可能得到绝对的概念.于是不再探索宇宙的起源和目的,不再求知各种现象的内在原因,而只是把推理和观察密切结合起来,从而发现现象的实际规律,也就是发现它们的不变的先后关系和相似关系.因此,对事实的解释被限制在现象的范围之内,只不过是把各种特殊现象与某些一般的事实联系起来,这些一般事实的数目随着科学的进步将会越来越少."②孔德还认为人类个体也经历过类似的阶段:少年时期是神

① 孔德.实证哲学教程,见洪谦编,西方现代资产阶级哲学论著选辑,第25页.

② 孔德.实证哲学教程,见洪谦编,西方现代资产阶级哲学论著选辑,第26~27页.

学家,青年时期是形而上学家,在壮年时期是物理学家.这样他就把整个人类思维从总体到个体上都概括为服从他所发现的这个三阶段规律.

孔德的这种概括自然有其片面性,但过去我们的流行观点把它说得一无是处,这也是有欠公允的.因为首先,对人类思想发展的概括和总结并不必然只有一种绝对排他的正确答案,从不同的角度和方面看待同一个问题,自然会得出不同的答案.而且事物的本质也不都只能有一个,而可能是多重的,多维的.如果从思考方式和方法论的角度来看,人类也确实经历过从对虚幻的神学的东西的迷恋到务实求真的现实态度,由此才促进了科学和世俗活动的开展,导致人类认识方法上的重大转变.其次,在孔德所处的时代,自然科学特别是物理学所积累的丰富材料和理论的进步,已经把占星术和炼金术等与神学和迷信混合在一起的活动抛到了一边,科学需要在坚实的基础上从事实验和理论的创造.孔德强调"神学与物理学极端不相容,它们的观点具有根本对立的性质",尽管神学和炼金术等等曾经大大刺激过人们的智力活动,并且收集了不少观察和实验材料,为后来的科学发展提供了基础.他说:"实证哲学的基本性质,就是把一切现象看成服从一些不变的自然规律,精确地发现这些规律,并把它们的数目压缩到最低限度,乃是我们一切努力的目标,因为我们认为,探索那些所谓始因或目的因,对于我们来说,乃是绝对办不到的,也是毫无意义的."①可见孔德并未彻底否定自然规律的存在,而是把这些最小数目的规律限制在适当的范围内,否认目的因等等抽象的非实证的假定.这也是一条重要的科学方法论原则.

与19世纪初期的自然科学状况相比,社会科学的研究几乎还是一片空白.圣西门为使社会研究科学化作了有益的尝试,提出了一些颇有见地的原则.孔德则在此基础上创立了并系统地阐述了

① 孔德.实证哲学教程,见洪谦编,西方现代资产阶级哲学论著选辑,第30页.

社会学.他相信科学的统一性,相信自然科学的成果可以移植到对社会的研究中.他对各种社会现象的分类,对个人与社会关系的论述,对社会静力学和动力学的阐述,都打着他的哲学和政治观点的烙印,并受资产阶级意识形态的影响.但孔德的这项工作毕竟是开创性的,现代发达的社会学乃至其他社会科学都以此为开端和基础.社会科学固然不像自然科学那样容易纯化研究者的立场,而易受各种世界观、价值观和意识形态的影响和制约.但是,社会科学之成为科学,其基础正在于普遍运用公认的科学研究手段和方法,对可观察的社会现象进行实证的描述和总结,并对各种假说进行证实和检验.孔德在方法论方面最重要的观点在于:如果说人类的知识有未来,那么,这个未来就存在于把实证的即科学的观察、实验和比较的方法运用于整个世界,特别是运用于社会生活.此外,社会学还应加上一条原则即历史主义原则,并应将上述这些原则在科学层次的各个发展阶段加以运用.而科学和工业则是改造社会的主要力量.我们在过去正确地强调了马克思主义的历史唯物主义的创立如何使社会的研究成为科学,但也存在着完全否认孔德社会学对现代社会科学发展的贡献的极端倾向,这显然不利于我们正确而合理地吸取现代社会科学的一切积极成果.实际上,上述两大派别是现代社会科学的两个主要的源头.忽视这一点,就无法解释当今世界十分发达、卓有成效的社会科学的现状,也容易使我们自己在研究中因循守旧、固步自封.

当然,正如一些评论者所指出的,孔德的实证主义有现象主义的倾向.他在用实证哲学这把“奥卡姆剃刀”将一切形而上学的抽象问题剃掉之后,也把哲学上一些有价值的东西(如唯物主义思想传统)和科学对较抽象问题的反思和思辩也剃掉了.尽管科学暂时还不能对这些抽象问题作出令人信服的回答,但这并不等于说科学将来也永远不能、也无需作出回答和解释,或者从此放弃这方面的一切尝试.尽管一个时代的大部分科学家都从事实证的研究,但也不应排斥其他一些少数科学家进行更深层的抽象本质问题的探

讨.孔德的实证主义原则在强调一种主要方面时忽视了另一方面,走向了片面性.事实上,孔德的哲学思想像他的为人一样是复杂的,矛盾的.他的实证主义在哲学上是不一致的,他既具有主观唯心主义的倾向,同时又保留了启蒙时代的唯物主义的许多因素.前者反映在他的现象主义和对物质等等概念的解释上,后者表现在他对人类思维的发展和科学的实证原则的阐述以及对形而上学虚幻观念的批判等方面.孔德以他独特的思想方式从一个特定的角度反映了他那个时代的科学理性,也开创了后来被称为"科学主义"的当代西方最有影响的一大哲学流派.

2 经验批判哲学的方法论

如果说,孔德的实证主义是19世纪初自然科学状况的一种特殊形式的反映的话,那么在19世纪末20世纪初,自然科学特别是物理学的革命提出了另外一些科学哲学的新问题.以马赫为首的"批判学派"便充当了这次革命的思想先锋.马赫作为一位伟大的自然科学家,继续坚持孔德的实证主义哲学,并进一步阐述了那些"形而上学"味较重的问题:认识和经验的本性,主体与客体的问题,"实物"和"实体"范畴的性质,现实的基本"要素"的本性,物理的东西与心理的东西的相互关系等等.他在这些问题上表现了主观唯心主义倾向,但这并不是说他的观点一无是处."批判学派"对世纪之交物理学革命的贡献,从而也是对科学理性的贡献,是他们对机械学派的系统批判,对物理学危机的敏锐觉察和对新的划时代的科学理论——相对论的蒙胧的预见.

毫无疑问,机械学派曾对物理学的发展作出过不可磨灭的贡献,比如,基尔霍夫(G.R.Kirchhoff)在电学和光谱分析方面的杰出成就,亥姆霍茨(H.V.Helmholtz)对热力学和电学的卓越贡献.但机械学派继承了18世纪以来想把一切都归结为机械运动的臆想,把一切物理现象归结为引力和斥力,用机械力来解释一切自然现

象,而抹杀了自然世界的质的多样性.这就使他们在19世纪末的一系列物理学新发现(如迈克尔逊实验、黑体辐射、原子光谱、光电效应等等)面前不是勇敢地提出新理论,而是墨守成规,顽固地坚持和修补旧理论,总想在不触犯经典理论框架的前提下,企图把经典力学理论与新的实验事实调和起来.以马赫、庞加莱(H.Poincare)、迪昂(P.Duhem)、奥斯特瓦尔特(W.Ostwald)和毕尔生(K.Pearson)等人为代表的批判学派一反机械学派的陈腐气息,以革新者的面目勇敢地迎接物理学的革命.马赫在许多关键的新试验还未大量涌现时,就看出了经典力学的框架的局限性,他站在怀疑的经验论立场上,从哲学和逻辑的角度对经典力学作了批判.如在《力学》一书中,马赫批判牛顿时空概念时说:"时间是一种抽象,我们借助于事物的变化而达到这种抽象."因此,与事物变化无关的所谓绝对时间,无法与经验观测相联,所以既无实践价值,也无科学价值."只是毫无用处的形而上学概念."[①]绝对空间和绝对运动的概念也是纯粹的理智构造,不能产生于经验之中.这与康德所谓的"先天综合判断"的解释相近.马赫还尖锐地批判了机械观把力学凌驾于其他学科之上的偏见.

马赫的这种怀疑的批判的经验论对先验论和机械论的有力批判深深地影响了爱因斯坦(A.Einstein).在1897年和1902年,爱因斯坦两次读过马赫的《力学》,他十分赞赏马赫的坚不可摧的怀疑态度和独立性.怀疑的经验论也是爱因斯坦破旧立新的锐利武器,促使他深刻地批判考察了时间的绝对性和同时性的绝对性的十分牢固的传统观念,把它们从潜意识中排除出去,这在创立狭义相对论的过程中起了决定性的作用.而作为爱因斯坦构筑狭义相对论框架的有力工具的经验约定主义,则主要得益于庞加莱.爱因斯坦多次强调自己"直接或间接地特别从休谟和马赫那里受到很大的启发",马赫"卓越地代表了那些当时还没有成为物理学家公共财

① E.马赫.力学,英文版,1960:273.

富的思想”.因此马赫堪称物理学革命的一个思想先驱.爱因斯坦还指出:“马赫曾经以其历史的批判的著作,对我们这一代自然科学家起过巨大的影响,……我甚至相信,那些自命为马赫的反对派的人,可以说几乎不知道他们曾经如同吸他们母亲的乳汁那样吮吸了多少马赫的思考方法.”[①]当代科学实在论者普特南也指出:“马赫的华采,他的执着而奔放的风格,以及他在科学上的卓越成就,使他的实证主义成为文化上的一大争论热点……爱因斯坦的狭义相对性的解释实质上是操作主义的(同他对于广义相对性的解释形成了鲜明的对照),尽管马赫全盘否定狭义相对论令他失望,但他承认他对于同时性观念的批判在很大程度上应归功于休谟和马赫.”[②]

尽管批判学派在科学上有失足之处,如马赫否认自己是相对论的先驱,长时期内否认原子的存在(在此不拟讨论有关的细节和缘由),但批判学派的怀疑的经验论对世纪之交的物理学革命所起的巨大推动作用是无法抹杀的.它提出一种新的科学方法论原则.马赫等人的批判的怀疑的态度也直接受笛卡尔和康德等哲学家的影响.事实表明,人的思想所起的历史作用是十分复杂的.在新的实验事实与旧理论的矛盾面前,坚持机械唯物主义认识路线的机械学派由于其形而上学的顽固立场和陈旧的方法论而背弃了一切从事实出发的自然科学唯物主义传统,削新事实之足,以适旧理论之履.倒是有一定的主观唯心论倾向的批判学派坚持批判的怀疑的态度和经验论的立场,真正地贯彻了经验论,并发展了科学认识的能动方面,成了科学革命的先锋.他们坚信实验是真理的惟一源泉,惟有实验告诉科学家新东西.他们还强调概念不是永久有效的,概念只要显得不适用,就要用事实尽快地改变之.当一个狭隘的专门科学领域的有效概念无法用于新的研究领域时,就需要创

① 许良英等编译.爱因斯坦文集,第一卷,商务印书馆,1976:84~86.

② H.普特南.理性、真理与历史,中译本,辽宁教育出版社,1988:155.

造一种适用于更广泛的研究范围的概念.批判学派相信知识的相对性原理和约定论,强调物理定律的近似性,他们借此来强调科学的自由创造、自由假设的能动性.问题的复杂性正在于批判学派对物质世界的主观主义的解释与对实验结果的坚定信念紧密相联,狭隘经验论的立场,对理论的约定论解释与对概念的辩证思考集于一身.而综合了机械学派的唯物主义立场与批判学派的批判经验论长处的普朗克(M.Plank)和爱因斯坦最终完成了物理学革命的划时代成就.他们都通过自己的科学实验、理论创造和哲学探讨丰富了科学主义世界观和方法论.

3 逻辑实证主义的方法论

除了批判学派和爱因斯坦等人之外,在哲学领域,本世纪以来最引人注目的科学主义思想要数逻辑经验主义了.尽管在学派的划分上有一定的分歧(比如罗素等人并不直接归入逻辑经验主义派别),但罗素、维特根斯坦、维也纳学派等一批哲学家和科学家对世界科学界和哲学界的影响是举世公认的.他们利用科学(特别是物理学和数理逻辑)的新成果继续拒斥形而上学,并提出了关于科学划界的经验证实标准.逻辑实证主义者与前两代实证主义者不同,提出了判断命题是否有意义的标准.在卡尔纳普看来,“认识论的两个主要问题就是意义问题和证实问题.第一个问题要问:在什么条件下一个语句是有意义的,所指的是认识的、事实的意义.第二个问题要问:我们如何得以知道一些事情,我们如何能够发现一个给定的语句是真的还是假的.”[①]而“现代逻辑的发展,已经使我们有可能对形而上学的有效性和合理性问题提出新的更明确的回答.应用逻辑或认识论的研究,目的在于澄清科学陈述的认识内容,从而澄清这些陈述中的词语的意义,借助于逻辑分析,得到正

① 洪谦编.逻辑经验主义,上卷,商务印书馆,1982:69.

反两方面的结论.正面结论是在经验科学领域内作出的,澄清了各门科学的各种概念,明确了各种概念之间的形式逻辑联系和认识论联系.在形而上学领域里,包括全部价值哲学和规范理论,逻辑分析得出相反结论,这个领域里的全部断言都是无意义的."①

这样一来,逻辑实证主义者就用现代逻辑分析把科学与形而上学作了划分.他们不像过去反对形而上学的人们那样,或者认为形而上学学说与人的经验知识相矛盾,因而是假的;或者认为形而上学越出人类知识的界限,因而是不可靠的;而是用逻辑分析来考察科学与形而上学的概念和命题的经验基础和逻辑前提,以此来彻底清除形而上学.至于所谓有意义的命题,逻辑实证主义者也将之分为两类:一类是像逻辑和纯数学等形式命题,应当把它们看作是重言式(同义反复)命题;另一类是事实命题,它们必须是在经验上可证实的."这两类命题已穷尽无遗.因此,如果一个句子既不能表示从形式上说是真或假的某种东西,又不能表示经验上可以证明的某种东西,那按实证主义的观点,它根本不表示任何命题,它也许具有情感上的意味,但它完全是无意义的."②因此,一个陈述的意义就在于它的证实方法,一个陈述所断言的只是它的可以证实的那么多.这个首先由维特根斯坦在《逻辑哲学论》中提出的可证实性原则,经其他哲学家和逻辑学家的发扬和扩展,成了逻辑实证主义的根本思维和方法论原则,它对当代西方科学界和哲学界影响颇大.

证实主义观点是一种朴素的自然主义观点,正如波普(K.Popper)所指出的:"证实主义者渴望维护十分重要的理性主义传统——理性反对迷信和专横的权威的战斗.他们要求,一种信念只有当它可由确实的证据所证明,就是说,只有被表明是真的,或至少是高度概然的,我们才能接受,换言之,他们要求,一种信念只有能

① 洪谦编.逻辑经验主义,上卷,商务印书馆,1982:13.

② A.J.艾耶尔.逻辑经验主义,英文版,自由出版社,1959:10.

够被证实,或者在概率上能够得到确证,我们才应接受."[①]因此,科学主义精神和方法论原则在逻辑实证主义那里表现为科学和真理与经验证实的一致性.

逻辑实证主义者引用各种例证来论证自己的标准的合理性.石里克便引用爱因斯坦回答问题的例子,以此来论证自己的意义标准.爱因斯坦所面对的问题是:我们说两个在不同地点的事件同时发生,是什么意思?他的答复就是描述一种实际确定这两个事件同时发生的实验方法."爱因斯坦的哲学论敌们曾经认为,而且其中的某些人至今仍然认为,他们无需任何证实的方法就知道上述问题的意义.我现在试图做的全部事情,就是坚持爱因斯坦的主张,不承认它有任何例外."[②]逻辑实证主义者所强调的恰恰是对事件或问题的认识与证实它们的实验方法密切相关,这就把许多重要的概念问题与它们的经验可操作的证实问题联系了起来.逻辑实证主义者还拒绝超自然的说明,拒绝种种先验的学说,要求感官上呈现的证据作为证实经验命题的手段,要求把假说演绎法和概率推理作为评价证据的手段,等等.

逻辑实证主义取消一切抽象的哲学问题的讨论,把哲学归结为逻辑分析,这自然有其片面性,以后的一些科学哲学家对此作了尖锐的批评.但从局部来看,这种逻辑分析方法也确实开创和发展了哲学研究的一个新方向,对有关的科学特别是社会科学的发展有过相当大的影响.罗素和早期维特根斯坦的逻辑原子主义试图这样来构造整个人类知识体系,使它包括代表经验事实的词并同特定的逻辑形式相结合,构成命题、判断、推理等知识体系,甚至由此而构成世界.他们从哲学角度企图以数理分析为手段,从原子命题推论出整个科学体系,用与原子命题相对应的原子事实构造出整个世界.维也纳学派和其他一些逻辑实证主义者都沿着这个方

① 波普.猜想与反驳,中译本,上海译文出版社,1986:326.

② 洪谦编.逻辑经验主义,上卷,商务印书馆,1982:41.

向进行过艰巨的尝试,直到批评日常语言的含混不清引起的思想混乱,因而企图构造人造的形式化的理想语言,把哲学与数理逻辑、语义学和句法学结合在一起.这些尝试固然使哲学片面化,而且也不能说十分成功,但作为一种哲学和科学研究方法,对于我们澄清哲学和科学研究中的用语和概念的种种混乱,也提供了有益的借鉴.传统哲学中的某些争论确实是由于用语和概念等等方面的歧义和逻辑的混乱所造成的,如果在争论之前事先考察一下我们的概念和逻辑基础,就会发现有的论题和论辩即使不是无谓的,也可以说是一种"聋子的对话",因为争论的有关各方所使用的概念、术语等等往往并不持有共同的前提和意义.逻辑实证主义的影响是广泛而深远的,它所倡导的那种新的研究风格已经渗入各个方面.如果把当今世界的许多哲学论文与一个世纪以前的相比,就可发现,即使是那些激烈批评分析哲学的文章,其用语和论述方式都深深地打上了分析哲学的烙印.逻辑实证主义形成的科学主义传统对于当代西方哲学、社会学、法学和伦理学等等学科的影响至今仍十分明显,随处可见.比如,法学理论中的分析法学派,政治和社会学中的行为主义方法论,便试图用经验的分析的方法研究法律、政治和社会问题.

4 批判理性主义的方法论

波普对逻辑实证主义的方法论原则作了认真的清理,并把自己的科学哲学概括为证伪主义或批判理性主义.他对归纳方法作了批评,认为归纳法只能告诉人们过去有限事物中发生的事情,而不能概括无穷多的事物,也不能推知未来.他由此而批评逻辑实证主义的证实原则,认为科学理论不可能从经验事实来证实.因为自然定律具有一种不受限制的全称陈述的形式,其应用实例是无限多的,而我们所进行的检验,始终只能作出有限次的观察.例如,对于"铜是导电的"这个命题,要证实它,就必须对世界上所有的铜进

行检验,因而是做不到的.即使是利用概括逻辑来证明观察可以得出对事物或然性的确认,也是站不住脚的,因为这种概率原则本身也要受到更高一级原则的检验,而这种更高一级原则仍然是概率原则本身,这就导致无穷递归,循环论证.

为此,波普指出,作为科学理论的全称陈述虽然不能通过经验证实单称命题而得出,但却可能通过经验证伪单称命题而给以证伪.因此,他提出了经验证伪的方法论原则.其逻辑基础是,严格全称陈述的否定总是等价于一个严格的存在陈述.例如"凡天鹅都是白的"这个严格全称陈述的否定是"不是所有的天鹅都是白的,"它与"存在一只不是白的天鹅"或"有非白的天鹅"这种存在陈述是等价的.因此,作为严格全称陈述的科学理论和定律总可等价地改变为一个严格存在陈述的否定形式.例如"铜是导电的"可等价地改变为"不存在非导电的铜","能量守恒定律"可等价地改变为"不存在永动机",等等.这表明科学的理论或定律总意味着某种"禁止"或"排斥",当被理论或定律禁止、排斥的东西作为存在的单称陈述得到经验证实时,该理论或定律就被证伪了.证伪的逻辑方法基础是可靠的演绎法,而不是不可靠的归纳法.

波普把这种证伪的方法推广到科学划界标准上,认为科学与非科学的分界即在于理论是否可证伪.这种"可证伪性"的划分标准是指逻辑上的可以被证伪,对于从理论推导出来的陈述,在逻辑上总可以有某种事例可能与它发生冲突.一个理论如果与任何可能发生的或可想象的事例都不会抵触,那它就不具有可证伪性.可证伪性只要求一种逻辑上的可能性,而并不要求证伪已成为事实.所以由可证伪性标准所确定的科学理论,既包括历史上已被经验证伪的理论,如地心说、燃素说,也包括至今尚未被证伪,但在逻辑上将来有可能被证伪的理论,如相对论、量子力学等.

从证伪主义出发,波普提出了科学发展的重要方法,即"试错法".他认为科学的主要认识手段是先提出理论,然后提出尝试性的解决方案,再通过试验试图消除错误,对旧理论进行修正,提出

新的理论.他还把这种试错法概括为知识增长的一般模式,即P1—TT—EE—P2,即科学发展从问题P1开始,经过试探性理论TT,又经过批判性检验,排除错误EE,提出新的问题P2.如此循环往复,科学理论和知识因此而得以增长.

波普的这种科学知识发展模式的一个重要理论和方法论基础是科学的观察以理论为指导,这就否定了科学始于观察的传统方法论信念.波普指出,人们在观察之前总是要有"预期系统"或"预期范域".如果某些观察会导致一定发明的假设,那是因为观察不是在旧的理论框架范围内,不是在旧的期望水平上.例如拉瓦锡由于发现燃素有"负重"的说法与牛顿质量概念有矛盾,与燃素说、与他观察到的金属燃烧后重量显著增加这一事实有矛盾,从而建立了氧化学说,导致了化学革命.因此,科学不是始于观察而是始于问题,"是问题激发我们去学习,去发展知识,去实验,去观察".问题是科学探索的主攻方向,是进攻目标.

科学家在提出一个问题之后,就要设法解决问题,提出试探性的理论.试探性解决就是大胆猜测,这种猜测既不受理论的约束,也不受感觉经验的制约."对于科学最基本的是,它是由尝试性的、假说的、推测的理论所组成".科学道路就是从一个猜想到另一个新的猜想,点燃探索自然奥秘的火炬.大胆猜想,不受原有经验的局限,勇于突破旧框框,给科学发展带来生气、带来活力.波普认为,在各种试探性理论提出之后,首先要进行前验评价.所谓前验评价,就是运用演绎逻辑的方法,从每一个试探性理论中推导出若干结论,然后对这些结论在他们相互之间并和其他有关陈述加以比较:第一,看看理论内部是否逻辑自洽;第二,理论是否具有经验性质,即是否具有可证伪性;第三,如果具有可证伪性,那么是否已被证伪,我们应选择可证伪但尚未被证伪的理论;第四,在可证伪但尚未被证伪的理论中,哪一个可证伪性最高,我们应选择可证伪性最高的理论,因为这种理论往往构成科学的真正进步.这样经过前验评价的理论仍然是一种试探性理论,它也许(部分或整体)是

错误的.因此,还有待于排除错误.

在波普看来,消除错误 EE 是科学发展模式中关键的一步,这也就是后验评价.这一步骤即经过前验评价后,用演绎推理,从最可检验的理论中推导出预见,再同观察、实验的结果加以比较.对理论的所有真正的检验是证伪它、反驳它.只有通过批判的检验,才能通向真理的轨道.因此,消除错误需要大胆尝试,然后进一步严格检验.波普把后验评价分为两步:

第一步,淘汰被证伪的理论,保留得到确认的理论.如果理论的推断与观察实验的结果不一致,则理论被证伪.既然科学进步必须通过批判性检验、证伪、排除错误才得以进步,所以被证伪的理论将被无情地淘汰.如果理论的推断与观察实验结果一致,则理论经受住检验而得以确认.

第二步,在所有被确认的理论中,选择出确认度最高的理论.一个好的理论,进步的理论,不仅可证伪度高,而且确认度也高.而任何理论不管它经受了何等严格的检验,也不管获得何等的成功,最终总会被推翻的.经严格确认的理论一旦被推翻,便有新的问题 P2 出现,形成新的科学理论,科学理论便在新一轮上开始了进步的过程.

除了波普批判理性主义的科学方法论之外,还有历史主义学派的库恩(T. Kuhn)、拉卡托斯(I. Lakatos)从科学发展的历史性角度,提出了新的方法论原则.特别是其后的科学实在论和新历史主义学派的方法论,现在影响比较大.

5 科学实在论的方法论

科学实在论的创立者塞拉斯(W. Sellars)反对主观经验主义和相对主义所歪曲宣扬的普罗塔哥拉(Protagoras)的"人是万物的尺度"的口号,并提出了"科学是万物的尺度"的方法原则.认为:"在描述和解释的意义上,科学是万物的尺度,它是判定一切事物的存

在与非存在的尺度."[①]科学证明了并且不断地证明着物质世界的客观存在.知识或认识是外部世界的映象,此映象分为两类:"常识映象"和"科学映象".前者是感官知觉所直接感知的具有色、香、味、声的天地河山、花草树木等外部世界的知识,它们是直接观察和经验的概括;而后者则是在前者基础上运用复杂的思维理想化了的知识.前者是不真实的,只有后者才是真实的,因为只有科学理论中假设的如原子、各种基本粒子等是构成世界的成分.塞拉斯的看法被称之为"科学实在论",它虽然未能准确解释宏观与微观的辩证关系,但其方法论在本质上是属于唯物主义的.

科学实在论的另一位代表人物普特南认为科学实在论必须坚持三个原则:a,"成熟科学的语词是有指称的";b,"成熟科学的理论定理是近似真的,后来理论具有先前理论的极限情况";c,"前后相继的理论具有共同的指称."[②]认为科学理论的任务就在于表述外部世界.他批判逻辑实证主义的约定主义,批判库恩的相对主义和费耶阿本德(P.K.Feyerabend)的虚无主义,主张必须坚持符合论的真理观.不过,他认为我们不是与世界本身打交道,而是与观念化了的世界打交道,因而"科学实在论"是"后验的"、"经验主义的".这则是其唯物主义的不彻底性.

6 新历史主义的方法论

新历史主义学派一方面肯定、继承了库恩等老历史主义学派的科学哲学与科学史相结合的思想,另一方面又批判了库恩的相对主义和费耶阿本德的虚无主义等非理性主义的错误观点.新历史主义的主要代表人物是美国科学哲学家夏佩尔(D.Shapere).

夏佩尔理论的中心问题是科学发展的理性问题.而其理论体

① W.塞拉斯.科学、知觉与实在,1963年英文版,第173页.

② H.普特南.意义和道德科学,1971年英文版,第20~21页.

系的核心概念是"信息域"(domain of information).他说:"我们发现在科学中,一系列信息逐渐集合成一个信息域,它具有下述特征:①构成各个信息域的各个信息项之间具有某种联系.②如此联系着的信息域蕴含着某个问题.③这个问题是很重要的.④当前的科学技术水平已有可能解决这个问题.我称能满足这些条件的信息体为'信息域'."[①]夏佩尔认为奎因、库恩等的"整体论"观点是正确的,但反对片面强调范式的信念作用,而忽视客观事实.他通过"信息域"概念来说明科学是如何通过科学信息之间的相互联系而形成一定的科学研究领域,并根据研究领域自身的内在因素提出问题,提出研究路线和对问题的解答.他认为科学发现是理性的,因此在方法论上是有一定普遍性的.他提出两种具有典型意义的推理模式:"结构性推理模式"和"演化性推理模式".前者是指某一信息域的问题启发我们从结构(横断面)方面,特别是从深层物质结构中寻求答案."信息域"内构成因素从数量上形成周期性的和非周期性的有序排列.周期性结构是指随某一因子数量增加,该因子的函数值发生周期性变化的结构.例如化学元素周期表(作为"信息域"),可以使人探求原子内部的秘密,从而提出关于电子在核外周期分布的假设以解释周期表,从而说明元素化学性质周期性变化的原因.夏佩尔据此概括出周期性结构推理的条件:"①确定 D(某一信息域)是有序排列,②这种序列是周期性的,③这种序列是非连续性的,④这种序列和周期性具有普遍性,⑤其它一些有关的信息域要求结构性解释理论,⑥在其它一些有关信息域中,某些结构性理论曾作出成功的解释或有成功的希望,⑦有理由假设,信息域 D 可能与这些信息域联合成一个较大的信息域."[②]如果某一信息域中诸构成因素是有序的但不是周期

---

① 夏佩尔.科学理论的结构,英文版,1977:525.

② 夏佩尔.结构性理论和演化性理论的关系.生物学的哲学研究,英文版,1974:190~191.

的,其有序性可呈递增、递减、运动状态等排列,则可用非周期型结构性推理模式.以光谱分析为例,科学家们根据当时声学的成果,运用类比法,建立了一个与声音相似的原子振动的理论.猜测各种元素的原子也有不同的振动,因而产生不同的光谱.并且同一种元素的原子振动也会产生几种谐振,其外部效应即有几条谱线.这种类比猜测已得到证实.

演化性推理模式是从时间(纵断面)上研究事物各种构成因素前后相互关系,即研究组成信息域的个体的时间发展的推理模式.夏佩尔以天体光谱分类来加以说明.19 世纪提出了恒星光谱分类法,把光谱相近者归为一类;又将恒星光色相同者归为一类.后来发现同种光色的恒星往往具有同一种光谱,二者有对应关系.从而按有限的几种光色,将恒星分为几大类,形成一个信息域.天文学家们根据这个信息域研究天体演化的规律,并且也运用类比法,根据地球上的金属物质从灼热到冷却过程中,其颜色从白变蓝,并逐渐变红和暗红的活力从强变弱的过程,推测物体光色的有序变化,体现物体本身活力的衰变过程.光色不同,体现了物体演化顺序的时间序列,即从"年轻"到"年老"的顺序.从而创立了星体演化理论.夏佩尔从中概括出演化性推理的两个条件:①如果一个信息域是有序性的,而且这种序列可以看成是序列构成因素的递增或递减,那么就有理由推测这个序列是某种演化的结果,并有理由去探索其答案.②如果找到适当的类比,上述推测就更有理由,这种类比作为一种背景信息,来自其他相关的信息域.它们已确定类似的序列是时间序列.夏佩尔认为,这两条是研究演化性理论非常基本的和重要的原则.

(作者:顾肃　李志才)

参考文献

[1] 舒炜光、邱仁宗主编. 当代西方科学哲学述评,北京:人民出版社,1987.
[2] 林超然主编. 现代科学哲学教程,杭州:浙江大学出版社,1988.
[3] 罗慧生. 西方科学哲学史纲,天津:天津人民出版社,1988.
[4] 顾肃. 科学理性论,北京:中国社会科学出版社,1992.

七　现象学方法论

现象学方法，是现代西方哲学重点研究和运用的方法之一，它与辩证法、分析哲学的方法并列为当今世界最有影响的三大哲学方法.

现象学方法的创始人，是德国哲学家爱德蒙·胡塞尔（Edmund. Husserl，1859～1938）.他出生在奥匈帝国的摩拉维亚的普罗涅兹城镇.早年求学于奥尔缪兹城的德国公学，以后，在莱比锡、柏林和维也纳等大学攻读数学、物理学和天文学.1881年获哲学博士，曾给德国著名数学家维尔斯特拉斯（K.T.Weirstrass）当助手，后又追随奥地利著名哲学家、心理学家布伦坦诺（Franz. Brentano）研究哲学和心理学，深受其思想影响.从1887年胡塞尔先后在德国的哈勒大学、哥廷根大学、弗莱堡大学任讲师、教授，讲授哲学.在本世纪初，就形成了其现象学的哲学思想.在哥廷根大学任教期间，他组织出版了《哲学和现象学研究手鉴》，他的诸弟子，如舍勒（Max. Scheler 1874～1928）、盖格尔（Moritz. Geiger 1880～1937）、普凡德尔（Alexander. Pfander 1870～1941）以及后来在弗莱堡大学接替其讲座的、存在主义哲学的创始人海德格尔（Martin. Heidegger 1889～1976）等，当时都是这个杂志的积极撰稿人，就是由他们这些人形成了早期的现象学运动.

胡塞尔一生著作甚丰，卷帙浩繁的《胡塞尔全集》至今已出版到第十八卷.在他大量的著作中，有三本书特别重要，标志了他思想发展的三个阶段：

（1）《算术哲学》（1891），代表了他现象学形成之前的哲学思想，这时，他受心理主义影响较深，是经验的主观唯心主义；

（2）《逻辑研究》（1900～1901），代表了他前期现象学的观点；

(3)《纯粹现象学与现象学的哲学观念》(1913),代表了他后期现象学的哲学思想,这时,他对其现象学作了进一步的补充和修正.

1 建立严格科学的哲学

胡塞尔之所以要创立现象学,是为了制定一种"严格科学的哲学",或曰"真正科学的哲学."他为什么要建立这样一种哲学呢?这得从当时所面临的任务说起.

1.1 胡塞尔所面临的任务

本世纪初是一个激烈变动的时期,西方主要资本主义国家开始步入帝国主义阶段,各种社会矛盾日趋尖锐,社会危机愈益加深,终于导致第一次世界大战的爆发.但是,战争并没有为解决社会矛盾和危机带来出路,相反战后又发生世界性的经济危机.在严重的社会危机侵扰下,传统的价值观念发生了动摇、崩溃,丧失了它固有的威力,资本主义统治下的人普遍感到精神空虚,不知人生意义何在.这个时期,自然科学却飞速发展,特别是在物理学领域取得一系列新的成就,相对论、量子论、波动力学等相继出现,引起自然科学发生一场重大革命.在这场革命的冲击下,经典的牛顿力学的统治地位被动摇了,"物理学的稳定基础已经解体"(英国著名数学家、哲学家怀特海语),昔日被公认的"真理",转眼成了"谬误".自然科学也面临着"危机".

在胡塞尔看来,当时更严重的精神危机是发生在哲学领域中.这场哲学危机可追溯到康德.康德是划时代的哲学家.他一方面总结欧洲传统哲学中经验主义和唯理主义的得失教训,提出不论是依靠单纯的感觉或单纯的理性,都是片面的认识,不能构成普遍的、必然的判断,要构成这种判断,必须将感觉与理性结合起来,用先验的认识形式去整理感觉材料.另一方面,他又指出,由感性和

理性结合的认识,只是对于现象界的认识,这部分认识的体系构成了科学,这是人类认识的极限,人的认识不能超越这个界限.至于现象背后的"自在之物"——康德意指物质、意志、上帝等,却是人根本无法认识的,于是,他把这些"自在之物"逐出认识理性之外,归入实践理性.就是说,"自在之物"只可作为不可证实的假设而引入人的实践活动,在理论上它是无法证明的."自在之物"正是传统哲学研究的对象.按照康德的观点无疑是动摇了传统哲学的基础.后来,以孔德为开端的实证主义科学哲学思潮,便抓住康德的这一学说,提出,既然自在之物是不可认识的,那末,一切关于自在之物的学说都是毫无意义的.孔德写道:"事实上非常清楚,我们的能力根本无法把握事物的内在本性、一切现象的起源和目的之类的问题."[①]于是,实证主义哲学打出了取消"形而上学"的旗号,形而上学、哲学本体论出现了危机.

面对这些重迭不断的危机,每一位严肃的哲学家都不能无动于衷.胡塞尔视哲学家为"人类的公仆",他们应该以拯救世界、拯救人类为己任.

他深刻认识到在所有一切危机中,危害最大的是哲学的危机,它是其他危机的根源.他意味深长地写道:"………可以看出这场危机的根源在于理性主义的明显失败."[②]因为,从康德开始、由实证主义哲学形成的这场哲学危机,表明面对本质、本体、自在之物,人的理性无能为力,这无疑大大降低了理性的威信.它不仅动摇了哲学的基础,而且由此不能正确认识哲学与科学的关系,导致科学的危机;也由此而不能发现人生的真正意义所在,导致人的精神的危机.因此,要想解救各种危机,便要抓住根本,以理性为基础重建形而上学,以恢复理性的权威、哲学的权威.胡塞尔所以要建立"严

① 孔德.实证哲学教程.载洪谦主编.西方现代资产阶级论著选辑,商务印书馆,1964:27.

② 胡塞尔.欧洲科学的危机和先验现象学,英文版,第13页.

格科学的哲学”,其目的就在这里.他决心把理性主义贯彻到底,要证明哲学研究的自在之物、本体,与科学研究的对象一样,都是可以认识的,在这一点上,它们没有区别;只是认识哲学对象的方法与认识科学对象的方法不同,二者所获的认识的性质不同,前者是一种更高级的认识,更体现了理性的作用.

1.2 批判心理主义

要建立严格科学的哲学,首先必须明确这种哲学所研究的对象和方法与科学的研究对象和方法相比,有些什么特征.胡塞尔是通过批判在上世纪末的一种流行思潮——心理主义,来划清哲学与科学的界限,为解决上述问题打下基础.

心理主义是在近代心理学发展的基础上流行起来的思潮,其著名代表有英国的穆勒(J.S.Mill)和德国的冯特(W.M.Wundt).心理主义的主要观点是:把人的意识看成是心理的经验活动,而心理经验活动又被看成与外部的物质现象遵循着同样的规律.它据此来解释人的认识的逻辑规律,认为逻辑规律是在总结心理活动的基础上确立的,心理学是逻辑学的基础.例如,穆勒认为,形式逻辑的排中律,就是根据相互对立的两种心理经验:光明和黑暗、声响和静默、运动和静止等不能并存而概括出来的.

胡塞尔早年曾是一个心理主义者,后来,在弗雷格的帮助下,他认识到心理主义的错误,对它进行了批判.他认为,心理主义的最大错误,就是把自然科学的研究对象和方法,与逻辑学的研究对象和方法等同起来.因为,自然科学与逻辑学的研究对象和方法,是有严格区别的.自然科学的研究对象是经验事实,它们处于一定的时、空之中,并存在着先后秩序,如果这种秩序重复多次,人们便通过归纳法将它归结为某一规律,把发生在前的经验事实称为原因、在后的称为结果.但由于这一规律是在经验多次重复的基础上发现的,它的有效性是有限的,因此,它不具有必然性,只具有或然性;它是相对的,不是绝对的,它会随时、空和认识主体的变化而变

化.逻辑学所研究的对象是意识,它的性质与外部经验事实根本对立.意识超越于时、空,不随时空而变化.意识的规律不是经验事实因果规律,而是两个观念(前提和结论)之间的必然关系的规律(即逻辑规律).意识规律的发现不是通过对于经验的归纳,而是先天地决定了的,因而它不具有或然性、相对性,它是必然的、绝对的、永恒的.心理主义却不懂得上述经验事实和意识二者间的根本区别,"忽视了在观念和实在的规律之间、在规范和因果的规定之间、在逻辑的和实在的基础之间的基本的、本质的、不可沟通的鸿沟"[①],把二者错误地等同起来,将仅适用于研究经验事实和自然因果规律的一套方法搬来研究意识和逻辑规律.

造成心理主义上述错误的原因,是由于它最初把意识等同于心理活动,进而又把心理活动看作与外部事物遵循同样的规律.因此,为了深刻批判心理主义,必须批判它的错误的根源.胡塞尔指出,意识不能等同于心理活动.心理活动是处于一定时空中的,它与外界物体一样,是经验的事实,心理活动不一定都正确,它可能发生错误.例如,计算"2+3"的心理活动,可能算成"2+3=6".但心理活动所涉及的内容,是理性主体所建构的意义,它是"思想性的对象",是独立于经验的,并可作为判别心理活动正确性的标准.例如,"2+3=5",这一计算活动的内容,是绝对不会变的,它是衡量计算"2+3"这一心理活动正确性的标准.对于心理活动可采用自然科学的经验方法加以研究,由是构成心理学;但是,心理活动所涉及的认知内容,却是属于逻辑学、哲学的研究对象,不能将它们等同于心理活动,用心理学的规律来加以解释.

胡塞尔指出,心理主义所犯的混淆自然科学与逻辑学的错误,将导致相对主义、怀疑主义,给逻辑学、乃至整个人类认识的发展带来巨大危害.因为,心理主义把人的意识看成经验活动,而人的心理经验是各不相同的,这样,人们就可以根据各自的心理经验总

① 胡塞尔.逻辑研究,英文本,卷二,第104页.

结出不同的逻辑规律,依据这些不同的逻辑规律就会获得不同的“真理”;这些真理虽然对认识者本人来说,在一定的时间、地点、条件下,有其存在的理由,但它们不是普遍的、永恒的、绝对的真理,它们会因人、因时、因地而变,真理完全成了相对的、主观的.胡塞尔对真理遭到这样的“践踏”是不能容忍的.

胡塞尔对心理主义的批判具有一定的哲学意义.他所探讨的逻辑学实际上包括哲学在内,心理主义把自然科学与逻辑学的研究对象等同起来,就是把自然科学与哲学的研究对象等同起来.而且,犯有这种错误的,还包括整个实证主义哲学思潮,所以,他对心理主义的批判也就是对整个实证主义思潮的批判.应当承认,他批评心理主义否认逻辑规律的必然性,导致相对主义、怀疑主义,这在一定意义上是正确的,应予肯定.

但是,必须看到,胡塞尔是站在唯心主义的立场上来批判心理主义的.他没有正确阐明逻辑规律的客观基础,也没有对真理的客观性、相对性、绝对性作出正确的解释.他所以批判心理主义,实际是因为心理主义承认经验的作用,承认逻辑规律具有经验基础.他想通过批判心理主义来建立一种更彻底、更精致的唯心主义哲学.

1.3 严格科学的哲学的历史性探讨

胡塞尔批判了心理主义之后,又总结了欧洲历史上一些哲学家关于哲学研究对象和方法的学说的得失,对如何确定自己的研究对象和方法,提出了一般性的原则.

在古希腊,哲学是关于世界本源的学说.最初出现的唯物主义派别,认为世界的本源是一种或数种具体物质,世界上的万事万物都是由这一种或数种具体物质所构成.随后产生了唯心主义,它向唯物主义挑战.在古希腊最著名的、对后世影响最大的唯心主义哲

学,要数苏格拉底和柏拉图的哲学.[①]它们被胡塞尔高度重视,并对他有巨大影响.

苏格拉底与柏拉图认为,外部世界的物质只能作为事物产生的原因,不能作为事物产生的根据,它不能说明事物的性质.而且作为事物产生的原因,其本身的产生也是有原因的,穷追下去,没有尽头,如果认为某一物质是第一原因、不再追下去,又违背了因果学说.苏格拉底和柏拉图提出,作为事物产生的根源或根据的,应当是事物的"理念",即思想上对事物的本质规定.在他们看来,理念是绝对的、永恒的、真实的存在物,只有它能够说明事物为何具有一定的性质而成为此事物——这是由于该物分有、模仿了理念.

根据上述对世界本源的看法,苏格拉底、柏拉图认为,哲学不是关于外部世界个别事物的认识,而是关于理念的认识.关于个别事物的认识是虚妄的"意见",不是真实的知识,不是真理;只有对于理念的认识,只有哲学,才是真实的知识、绝对不变的真理.

胡塞尔赞同他们对于哲学的看法,继承了他们关于哲学的研究对象的观点.他认为,"哲学指的就不是别的,而正是普遍的科学,即关于作为整体的世界、关于整个存在的普遍统一性的科学."[②]在他看来,作为世界总体的普遍本质构成了关于世界本体的"理念",因此,这就是哲学研究的对象.这类理念,在一定意义上,与苏格拉底、柏拉图所说的理念,具有共同的特征,它们都是思想上关于普遍本质的规定.但是在他心目中,苏格拉底、柏拉图所说的理念,尽管标明是在思想上关于本质的规定,而其实际内容,是根据外部世界某类事物共同的、普遍的特征,进行归纳、概括而加以确定的,所以,它们不是纯粹的思想上的规定,还杂有经验的

---

① 历史上关于苏格拉底和柏拉图的哲学资料经常写在一起,很难将它们辨明、分开,故在此对他们的哲学观点一并论述.

② 胡塞尔.现象学与哲学危机,国际文化出版公司,1988:143.

内容.相反,他所说的理念不是关于那一类个别事物的,因此,它在内容上绝不要参照外部世界的某类事物,而纯粹是从思想上对整个世界的本质、本体加以规定,因而,它们是纯粹理念.只有这种纯粹理念才是严格、科学的、哲学研究的对象,只有对于它们的认识,才是普遍的、永恒的、绝对的真理.

怎样认识理念?胡塞尔也从古希腊哲学和以后欧洲历史上的哲学中获得了启示,这就是要坚持主体性的认识原则.

主体性原则也是起于苏格拉底、柏拉图.关于认识理念的方法,苏、柏二人所说有些差异.在苏氏,是通过对话、辩论,把人自身所固有的关于理念的认识启发出来,此即"精神接生术"的认识方法;在柏氏,则直接提出"灵魂回忆法",主张通过一定媒介,让人把先天所固有、但在出世之后由于物质世界的干扰而忘却了的对于理念的认识,再回忆起来.二人的方法有一共同点,即既然理念不同于外部事物,那么,关于理念的认识就不能来自外部世界,而来自人的灵魂自身、来自人的认识主体.这就是人的认识主体性原则.对此,胡塞尔十分赞赏,他说,苏格拉底的名言:"认识你自己",是对于哲学主体性原则第一次明确的表述.但他认为苏柏二人的主体性原则是不彻底的.这表现在,他们虽然提出对理念的认识要来自认识主体自身,但从具体方法看,不论是"精神接生术",还是"灵魂回忆法",都把外部经验掺杂到对于理念的认识中去了.

胡塞尔认为,在苏、柏之后,对哲学主体性原则作了进一步发展的是笛卡尔和康德.

笛卡尔(R. Descartes)是近代欧洲第一个理性主义的哲学家,他高扬理性,认为对于一切认识都不要盲目接受,而要通过自己的理性进行思考、检验,把一切可疑的东西皆加以排除,最后确定确实可靠的认识.按照这一原理他发现,一切皆可怀疑,惟独怀疑者本身、认识主体自身,是不可怀疑的.他提出了著名的"我思故我在"的命题,论证了只有认识主体是唯一真实的、不依靠任何其他力量而独立存在的存在物,人的一切认识,世界上的一切事物,皆

由主体而生.使主体性原则有了坚实的基础.正是在这个意义上，笛卡尔受到了胡塞尔的高度赞扬.他满怀深情地写道："法国伟大的思想家笛卡尔通过他的《沉思录》给了先验现象学以新的推动，正好完全起到了对已经发展着的现象学转变成为一种新的先验哲学的作用.因此人们差不多可以把先验现象学叫做一种新笛卡尔主义"①.

但胡塞尔认为，笛卡尔的主体性思想没有完全摆脱经验主义，没有将主体性原则贯彻到底.因为，笛卡尔所说的认识主体是一个经验的实体，它表面上与物质相对立，而实际上它的性质与物质实体是一样的.主体被物质化、客观化了，这种主体缺乏主动性、创造性，它无法创造客体，建立二者的统一.这就造成了笛卡尔哲学的二元论——物质实体与精神实体并立；并且，为了它们的统一，再设置一个更高的实体——上帝.

在胡塞尔看来，康德哲学对主体性原则的建立也有巨大贡献.依照康德哲学，现象界是由认识主体能动地给感觉材料以先验认识形式而形成的，一切先天综合判断，一切普通的、必然性的知识，都是依靠认识主体所赋予的先天认识形式而形成的，这样，认识主体不再是被动的，而具有了创造性、主动性，这是对主体性原则的发展.

胡塞尔又指出，康德哲学的主体性原则也有缺陷.表现在：①康德认为现象界、先天综合判断的形成，除了依靠主体的先验认识形式之外，还有另一个源泉：感觉，感觉来自物自体.康德承认感觉，表明他没有把主体当成唯一的认识源泉，认识中还包括经验的成分，不是纯粹的认识；②依康德所说，主体的能动作用只限于提供先验的认识形式，而没有提供认识内容.这样，普遍的、必然的知识在很大程度上就不能说来自主体，而要来自客体，但客体又不能提供普遍、必然的知识，于是康德哲学陷入了困境；③康德指出，先

① 胡塞尔.笛卡尔沉思录，英文本版，第1页.

验的认识形式只适用于现象界,它们对于认识物自体是无能为力的,依靠先验的认识形式不能获得关于世界本质的真正认识,不能获得绝对的、普遍的、永恒的真理,认识主体性的原则不能适用于哲学.

胡塞尔在上述总结的基础上,提出严格科学的哲学必须克服以往哲学中主体性原则不彻底的缺陷,成为彻底坚持主体性原则的哲学.主体性的认识原则不仅要适用于现象界,更要贯彻到本体、本质的领域,证明一切关于理念本质的真正认识——绝对的、普遍的、永恒的真理,完全是来自于认识的主体.

胡塞尔关于严格科学的哲学的研究对象和认识方法的原则,为他建立现象学奠定了基础,并在现象学中得到了贯彻.

2 现象学是唯一严格科学的哲学

胡塞尔要建立的严格科学的哲学就是他自己的现象学.胡塞尔的现象学有其独特之处,它是哲学史上现象学的继承和发展.因此,要知道为什么说他的现象学是唯一严格科学的哲学,得简单回顾一下现象学发展的历史.

2.1 现象学发展的历史回顾

在欧洲哲学史上,很早就有关于现象的学说.在古代,现象是被当作与本质、本体相对的一个范畴.那时把事物深部、感觉不到、却决定着事物性质的,叫本质、本体;而将表面的、可感觉到的,称作现象,至于现象和本质是物质还是精神,唯物主义和唯心主义对它们有不同的看法.

作为一门学说的现象学,那是在近代才出现的.最初,是由与康德同时代的科学家、哲学家拉姆贝特(J.H.Lambert)用现象学来称谓关于幻觉的理论.后来,康德赋予现象以广泛的含义:现象就是在人的认识过程中,通过先验的认识形式对感觉材料加以整理

而形成的认识对象.据此,凡是呈现在人的认识中的各种对象和事件都被称作"现象","现象"几乎成了"事实"一词的同义语.值得注意的是,康德把现象完全与人的主观认识联系起来,现象不再是指独立于人的意识之外的事物,而只是指在人的认识过程中主观形成的事实.康德对现象的看法,给予后世哲学以巨大影响.

在康德的影响下,黑格尔写了一部巨著:《精神现象学》,专门描述人类精神或人类意识发展的历程.至此,现象学一词有了特定的含义,它专门与对意识现象的描述联系起来.其后,英国哲学家哈密顿(S.W.Hamilton)、德国哲学家哈特曼(E.Von Hartman)等更明确规定,现象学就是对意识进行描述性研究的学问.

2.2 严格科学的哲学的研究对象:现象

胡塞尔主要是继承了康德、黑格尔关于现象的学说,并作了发展.与康德一样,他认为,人所认识的对象都不是客观独立存在的,它们有赖于人的认识主体,因此,人们所面对的一切,都是在意识中呈现的东西,此即为现象,它是我们从事各项研究所面临的唯一对象.但是,作为哲学所研究的现象又与其他学科所研究的现象不同,它必须是纯粹意识,而不是经验意识.胡塞尔写道:"心理学关心的是'经验意识',关心的是从经验观点来看,作为自然界整体中的一种经验存在的意识,然而现象学却是关心'纯粹意识',关心从现象学观点来看的意识."①

胡塞尔认为,与经验意识相比,作为纯粹意识的现象,其特征是,它不存在于时、空和人的主观经验之中,它是超时空、超个人经验的,因而,它不会随时、空和人的变化而变化,它是客观的、而不是主观的,是绝对的、而不是相对的.其次,纯粹意识的内容,不是个别的经验事实,而是普遍的本质,或者用他自己的话说,它是经验事实中诸变体间的常项.

---

① 胡塞尔.现象学和哲学危机,国际文化出版公司,1988:82.

胡塞尔曾举例以说明纯粹意识的这一特征.有一立方体,如果我们站在不同的角度对它进行观察,便可获得它不同的外观,然而,这些外观都不是立方体本身.立方体本身是纯粹意识、纯粹本质,除去它,立方体就不成其为立方体.如果把立方体的外观比作数学中的变项,那末,立方体的纯粹本质就是“诸变项中的常项”

总之,胡塞尔所说的现象、纯粹意识,就是理念的纯粹本质.按照传统的哲学观点,本质不同于现象,它存在于现象的背后,决定着现象.但是,根据胡塞尔的观点,纯粹本质存在于现象之中,纯粹本质就是现象,它们之间没有差别.这是他的现象学与传统哲学的一个根本区别.

胡塞尔所说的纯粹本质是在纯粹意识的意义上对事物普遍本质的规定,它属于精神领域的东西,即纯粹理念.这种纯粹本质是由理念的意义构成的.例如,人的纯粹本质就是人的理念的意义.那末,由意义所构成的纯粹本质作为认识对象具有什么样的性质呢?

胡塞尔认为,任何一个理念都包含着两个方面,一方面,在形式上它表现为一个名称,另一方面,它又具有一定的意义.这两方面既有联系,又有区别.它们的性质、它们对理念所起的作用是不同的.理念的名称,只是作为代表外部世界某一类事物的符号,它所代表的事物可以是世界中真实存在的,也可以是并不存在的,以此来区别理念的真伪.例如,一些妖魔鬼怪的名称,它们所代表的就不是外部世界中真实存在的事物,由此,我们便说,这些理念作为名称是虚妄的.从这里,可看出,理念的名称,其存在与思维并不具有同一性,它所思的,并不就是真实存在的.理念的意义则与名称不同.它是构成理念的本质方面.理念的意义不与外部世界的事物发生关系,它属于纯粹思想领域,只要它的意义本身清楚明白,不自相矛盾,它就是在思想领域真实存在的.例如上述的妖魔鬼怪之例,虽然作为代表外部世界事物的符号是不真实的,但其意义却是清楚明白的,因此,从意义看它是真实存在的.类似的例子,还可

举出“圆的方”的理念.由此可知,与理念的名称不同,理念的意义,其存在与思维具有同一性,只要思想上“真”,它就“在”.其次,理念的意义的特征是:它是普遍性和个别性、本质和现象的同一.一方面,它构成了理念的本质,它具有普遍性,普遍适用于同类对象.例如,“人”的意义构成人的本质,普遍适用于所有的人.“绿鬼”的意义,普遍适用于一切绿鬼——尽管现实世界中并不存在什么绿鬼,但它的定义适用于一切作为思想对象的绿鬼.另一方面,理念的意义,真实地个别地存在于思想领域,它本身可作为一个认识的对象而被认知,从这方面说,它又是个别的.既是个别的,就可以对意义进行直观,意义不仅是本质,而且成了可直观的现象.

综上所述,可知胡塞尔的思考轨迹是:理念的本质由其意义构成,而意义属于纯粹思想领域,因此,思维与存在、普遍性与个别性、本质与现象是同一的,故由意义所构成的理念的本质,就不仅是本质,而且也是现象.据此思维轨迹,胡塞尔便把理念的纯粹本质、纯粹意识、现象看作一回事,宣称现象是哲学所研究的唯一对象.把握了现象,就把握了理念的纯粹本质,回到了“事情的本身”,获得了“绝对、终极的有效真理”.“回到事情本身”成为胡塞尔现象学所提出的一个独特的、响亮的口号.

胡塞尔自认为他把理念的纯粹本质说成是现象,确定现象是哲学研究的唯一对象,是他在哲学上的一大功绩.一方面,他贯彻了柏拉图的哲学路线,把理念、本质作为哲学研究的对象,完全符合严格科学的哲学关于哲学研究对象的要求.另一方面,更重要的是,他的现象学克服了康德哲学的缺陷.康德之所以把自在之物逐出认识理性,是由于他把自在之物看作现象背后的本质,在现象和本质之间划下一条不可逾越的界线,于是,人的理性只能达到现象,而属于本质的自在之物则不可认识.现在,他把理念的本质证明为就是现象,这样,对于自在之物、本质的认识的障碍也就不存在了.康德哲学不可知主义的缺陷便得到克服,被实证主义攻击为毫无意义的形而上学,由于其研究对象被证明为可认识的,又重新

有了稳固的基础.

2.3 对现象的认识:直观描述

确定现象是哲学研究的唯一对象,这是胡塞尔建立严格科学的哲学所达到的第一个目标.继而他还根据认识主体性的原则,要求从主体自身出发去认识现象,对它加以直观描述.关于直观描述的具体步骤留待后面论述,这里只论述其一般性特征,以及它和彻底发挥认识主体性原则的关系.

胡塞尔认为,直观描述是一种既不同于从经验出发,又不同于从某种已定假设出发的认识方法.后两种认识方法,都不是纯粹从主体出发,都不能真实地把握现象.从经验出发只能认识外部物质世界,不能认识纯粹意识自身、认识现象,这在批判心理主义时已有论述,兹不重复.从某种假设出发的认识,所出之源既是假设,就未必真,而且,假设的追溯又无尽头,因而也不能把握纯粹意识、把握现象.与上述二者相反,直观描述是纯粹从认识主体自身出发的认识方法.这种认识,必须在认识主体中寻找到一个不以任何假设为前提,而人类全部认识又以之为基础的出发点,这个出发点,他称之为人类认识的"阿基米德点."从阿基米德点出发去认识,就可以对现象进行直观描述.它没有掺杂任何外部经验的成份,纯粹得自认识主体,是在精神领域内主体对意识自身的认识;它不依赖任何假设,是完全独立的、自明的认识;它没有遭到任何歪曲,它所把握的是现象自身、是理念的纯粹本质,因此,尽管它出自认识主体,但从内容上看,它却是客观的、必然的认识.

胡塞尔认为,现象学的全部任务就是论证对现象进行直观描述的目的、性质,并提供一定的方法来实现直观描述,因此,他的现象学又可称为描述现象学.

3 现象学还原法

“现象学还原法”是胡塞尔寻求“阿基米德点”对现象进行直观描述的一套方法.它包括三个步骤:①悬置存疑;②本质的还原;③先验的还原.这三个步骤围绕着一个目的,就是:寻求认识主体中的阿基米德点,以之出发对纯粹意识现象进行直观描述.这三个步骤,完全是为了叙述方便而根据现象还原过程中所要完成的不同任务来加以划分的,实际上,在同一个过程中,它们彼此互相渗透,而决不是截然分开和先后排列的.

胡塞尔通过对现象学还原法步骤及其运用的论证表明了他对哲学根本问题的看法,因此,现象学还原法不仅是一种方法论,而且具有本体论意义,甚至,它就是胡塞尔的本体论.对此,他本人明确写道:“一旦人们理解了我们的目的,……那么他们就再不会怀疑只存在一种终极的哲学,也就是说只存在一种终极的科学,它是跟揭示本源的先验现象学方法合为一体的”.①

3.1 悬置存疑

悬置存疑法又叫“括弧法”.其内容是:对现象的纯粹本质进行直接描述不能有预先假设,应当把人类认识的各种预先假设悬置起来,或用括号把它们封存起来,对其正确与否暂不判断而存疑.

胡塞尔认为,应封存起来的各类预先假设,主要是“存在”和“历史”的观点.所谓存在的观点,就是唯物主义的观点,即认为外部世界是独立于人的意识而存在,人的意识是对外部世界的反映.他指出,这种观点不可相信,它只是一种“素朴的看法”、“自然的态度”.休谟早就论证过,人的认识不能超出经验,证明经验之外的世界存在,因此,他说:“我并不否认或怀疑这个‘世界’,……但要用

① 胡塞尔 1931 年在柏林的讲演:《现象学和人类学》.

'不加判断'的办法,对它不作任何存在时间或空间中的断定","从而使从属于自然界的所有命题都失去作用."[①]所谓历史的观点,指的是历史上遗留下来的各种对于世界的看法.胡塞尔主张,这些学说都要用括号封存起来加以怀疑,因为它们都是建立在经验事实的基础之上,不是绝对真理.为了抛弃历史上的一切哲学,胡塞尔对历史主义[②]进行了驳斥,他指出:"历史主义是一种谬误,它使任何生活方式、任何宗教和哲学都失去了绝对意义."

在胡塞尔看来,通过把"存在"和"历史"的观点悬置起来,就"从我们判断的范围里清除了作为包括一般客观世界实在、和世界上诸科学在内的世界事实",使我们和一切经验认识割断了联系,不再把认识的对象当成经验的事实,而看成是纯粹意识、现象.这样,"我们的现象学"就再"不与实在打交道,而是与先验地还原的现象打交道."[③]

胡塞尔自诩他的"悬置存疑法"或"括弧法"是一大发明创造,他的门人也对这一方法大加赞扬.在他们看来,这种方法保留了笛卡尔怀疑法的优点:以获得绝对真理为追求目标,对未经证实为绝对真理的一切决不轻易相信;同时又避免了笛卡尔怀疑法的缺点:它不是对所考察的对象直接进行否定,而是把它们暂时封存起来,不下最后结论.然而,笛卡尔通过怀疑最后肯定了怀疑者的自我意识,胡塞尔通过怀疑最后肯定了作为纯粹意识的现象,二者在本质上是一致的.

3.2 本质的还原

胡塞尔认为,通过"悬置存疑法"将所有预定的假设、一切经验

---

① 胡塞尔.笛卡尔沉思录,英文版,第三部分第一章第32节.

② 胡塞尔.纯粹现象学和现象学哲学的观念,英文版,第6页.

③ 长期流行一种看法,认为历史上的那些哲学,相对于当时的历史条件说,都是真理.认为真理是相对的,这被称作历史主义.

都用括弧封存以后,一切遮蔽纯粹意识、现象的东西便得到清除,现象、纯粹意识就显露出来,便可对它们进行直观描述,把握现象、纯粹意识.这就叫本质的还原,是现象学还原中十分重要的一步.通过本质的还原所认识的对象是现象、纯粹意识,而进行认识的方式,是直观描述.关于直观描述的特征,前面已论述,对于直观的性质、以及它和认识对象的关系,尚需进一步探讨.

胡塞尔所说的直观认识,是一种"理智的"、"普遍的"、"纯粹的"直观,是理智与直观的统一.它既不同于概念式的认识,也不同于普通的直观.首先,它是直接的认识,无需任何手段作为认识中介,不需经过推理,便可获得,它是自明的陈述;它所认识的对象,不是作为代表一类个别事物符号的概念,而是特殊的个别对象——理念;这些都是不同于概念式认识的特点.理智的直观也不同于一般的直观.它直观的对象,不是现实的个别事物,而是理念的纯粹本质、现象,——后者是个别的,然其内容却是普遍的本质(可参阅本文第二部分),它不是现实性的存在,而是"思想性的存在";这样,理智直观又保持了理智认识的特点.总之,理智的直观是普遍本质的认识和个别认识的统一.其次,这种理智的直观不是被动性的,而是能动性的认识.理智的直观就是对于理念纯粹本质、现象的"思",所以,通过理智的直观不仅认识了理念的纯粹本质、认识了现象,而且,确立了纯粹本质、现象的存在.在这个意义上,可以说是理智的直观创造了纯粹本质、现象.胡塞尔根据理智的直观的能动性、创造性的特点,把这种认识称作"呈现",或活生生的"体验".

由于理智的直观是通过悬置存疑,把外部经验全部排除于认识主体之外以后获得,故胡塞尔自称理智的直观纯粹出自主体,与外部世界全然无涉.但是,何以知道通过理智直观所认识的是理念的纯粹本质呢?为了证明这一点他提出了一种"自由想像变更法"作为理智直观的辅助工具.所谓"自由想像变更法"的大意是:通过想像,自由增加或删减所要考察对象的性质,然后再考察,哪些性

质是绝对不能从该对象中减去的，如果减了，就不成为该对象了，这些属性就是该对象中不变的东西，是该对象的本质. 例如"人"这个对象，通过"自由想像的变更"，我们可以设想，假如没有耳朵、或没有眼睛、或不能说话……等等，这时，依然想像得出他还是一个人，即这些性质的减除都不能改变人的存在. 但是，再设想，如果完全没有感觉，还能想像他是人吗？不能. 这样，就可以得出结论：有感觉能力是人的本质.

依照胡塞尔的观点，有了通过自由想像变更法所获得的认识作为证据，便可证明理智的直观所获得的确为理念的纯粹本质. 但是在我们看来，这恰恰证明理智的直观内容并不是纯然出自主体、与外部物质、经验没有关系. 相反，通过自由相像变更法所获得的对象本质的认识，是建立在外部经验的基础之上的. 以上述"人"的例子来说，为什么我们能够知道，具有感觉是人的本质，而眼睛、耳朵等不是人的本质？这样判断的根据就在于我们从多次的经验中已经总结出这样的标准. 只不过这条标准原来在人们的意识中还不清晰，通过自由想像变更使这个标准变得清晰了. 这表明那种完全隔绝于经验、出自认识主体的理智的直观，是根本不存在的，它只是理论的杜撰.

3.3 先验的还原

在胡塞尔看来，只有从不以任何假设为前提的"阿基米德点"出发，才可对现象进行本质的直观，并且对现象的直观纯粹出于认识主体，那末，这时的主体是什么样的，为什么这种主体能对现象进行直观，它与阿基米德点有何关系？为探讨这些问题，他又提出了"先验的还原".

先验的还原，是在"悬置存疑"法的基础上进行的. 通过"悬置存疑"把一切经验的事实都用括号封存起来，并加以怀疑，这样，最后剩下不被怀疑的只有三项："自我(ego)"、"我思(cogito)和"、"我思对象(cogitat)". 这三项被称作"现象学剩余"，组成了纯粹意识的

领域,即现象.因此,纯粹意识、现象,都不是单纯的认识对象,而是包含着三项因素在内、具有固定结构的统一整体.

胡塞尔认为,在"现象学剩余"中所存在的"自我",与心理的自我,甚至与笛卡尔的自我反思的"自我"都不同.那些自我都没有完全摆脱经验的因素,而他所说的"自我",则排除了一切经验的心理因素,是先验的自我、纯粹自我.在现象学剩余中的"我思",也与一般的思维活动不同,它是先验自我的意识活动,是"理智的直观";而其中的"我思对象",是先验自我意识活动的客体,是"理智的直观"对象的纯粹的、永恒不变的普遍本质.

胡塞尔指出,自我、我思、我思对象三者是统一的整体.自我的存在离不开我思和我思对象,说到自我时,就意味着作为认识对象的普遍本质已经存在;反之,我思对象也离不开自我及其意识活动,说到我思对象,也就意味着还存在一个意识到它的自我.但是,在自我、我思、和我思对象之间决不是平衡的.他把先验的自我看成是派生我思对象的根源.是自我通过我思的意识活动,把意义赋予了认识客体,于是构成了我思对象,即纯粹本质.他写道:"当现象学家考察每一物的对象及其在其中所发现的任何东西时,唯一地是作为'意识的相关',他并不考虑和描述它的纯粹直接的东西,而只是作为相关,追溯到相应的自我及包括我思对象的我思."[①]先验的自我是最真实的存在,它不需任何假设作为存在的前提,它是"最终的生产性根源",一切意识、意识对象、整个世界都由它而出.先验的自我,就是我们所要寻求的整个人类认识的"阿基米德点",是现象学还原所要达到的最后目标.当这一步实现后,人就回到了认识的起点,有了进行认识活动的最坚固基础,从此出发,就能对自我所派生的纯粹意识进行本质的直观,获得绝对可靠的真理.

十分明显,胡塞尔通过先验的还原把认识客体的本原归结为

① 胡塞尔.笛卡尔沉思录,英文本,第136页.

先验的自我,这是一种主观唯心主义,这种观点与贝克莱、阿芬那留斯(Avenarius)等人的主观唯心主义哲学在本质上是一致的,都将导致唯我论.他在晚年也看出这一学说在理论上的困难,对它进行了修改,以"主体间本体"(Intersubjectivity)来代替唯一先验的自我."主体间本体"的意思是,除了自己的自我,还有他人的自我,外部世界不仅由我的自我所形成,不仅属于我,它对每一个人都是存在的,并且是每一个人都可以理解、经验的,因此,这个世界应该被称作主体间的世界.但是,他在观点上的这种改变是无效的.列宁在批判马赫(E. Mach)时早就指出:"马赫用'我们的'这个字眼来代替'我的'这个字眼是不合理的.……因为,如果关于外部世界的'假定',是'没有意义的',……那末关于别人是存在着的这一'假定'就首先是没有意义的和多余的了.因而,……这只是证明,他的哲学是连他本人也不相信的没有意义的空话."[①]列宁对马赫的这一批判也适用于胡塞尔.

3.4 意识的意向性

为什么从先验的自我出发,能够直观并创造作为认识对象的纯粹本质?胡塞尔的根据就是意识的"意向性"(Intentionality)理论.这一理论来源于他的老师 —— 著名的心理学家布伦坦诺.他写道:"我的整个发展是由布伦坦诺(我学术上的老师)的刺激决定的,即由他的以心理的'意向性'为基本特征的心理学刺激决定的.[②]

布伦坦诺的意向性理论的内容简述如下.布氏认为,任何一个心理活动都是由四项因素构成的:活动主体、活动内容、活动对象、和活动对象发生关系的方式.因此,心理活动总是和一定的对象相联系、相对应,它成了心理活动的特征,这就是心理意识的意向性.

---

① 列宁.唯物主义与经验批判主义,人民出版社,1950:30.

② 转引自克斯顿和查奈编.现象学:继承和批判,英文本,第179页.

关于这一点，他写道："我们可以把心理现象定义为是一种通过意向的途径在本身之中包含对象的那样一种现象."[1]这就是说，任何一种心理现象的出现，它的对象也就一道产生、存在. 不过，应指出，这里所说的心理的意向性活动对象并不是现实世界中的对象，而是指意识的内容，它可以是现实世界中并不存在的东西，如"方的园"、"魔鬼"等.

胡塞尔接受了布伦坦诺的意向性学说，并作了修正. 他与其师不同，他所说的意向性活动，不是经验的心理现象，而是先验的认识、纯粹意识；相应的，认识主体不是经验的自我，而是先验的自我；认识对象不是个别事物、一般概念，而是纯粹本质、现象；认识对象的方式，不是经验、思维，而是一种理智的直观. 这样，意向性活动主体与其对象的关系，也就不是像布伦坦诺所说的必然性的对应关系，而是派生的关系，即认识对象纯粹本质、现象，是由认识主体先验的自我所构成的.

按照胡塞尔的意向性理论，是这样来解释先验的自我如何派生认识对象——纯粹本质的：作为意向性认识对象的纯粹本质，是由理念的意义所构成，但只有在意向性活动的四个因素取得一致性的情况下，认识的意义才是可以理解的. 有些陈述，例如"路德把石头扔向魔鬼"，其意义就是不可理解的，因为，在这个陈述中，其意向性活动的四个因素不能取得一致；魔鬼仅是一个罪恶的象征，它没有形体，没有位置，不能成为任何有形物抛掷的靶子. 相反，有些陈述，如"路德想到了魔鬼在他的静修密室中"，却是可以理解的，因为这一陈述中的意向性活动的四个因素是一致的. 魔鬼虽然没有形体和位置，实际上不可能存在于一室中，但它作为路德所"臆想"的对象，却是可以这样推测的. 根据意向性活动四因素的一致能使陈述的意义可理解的道理，胡塞尔得出结论说，是意向性活动四个因素的一致创造了意义. 而在意向性活动的四个因素中，起

① 转引自皮格尔伯格. 现象学运动，英文本，第一卷，第40页.

决定作用的是意向性活动的主体,其它三个因素都是对于它的陈述,所以,意义的可理解性实质上也就是由意向性活动的主体所决定,是它赋予了意义的可理解性,构成了意义,创造了纯粹本质.这样,胡塞尔就解决了从先验的自我出发,直观并创造纯粹本质的问题.

但是,在我们看来,胡塞尔的一切努力都是在意识领域内兜圈子.实际上,作为认识对象的本质,首先是客观事物本身所具有的,它不依赖于人的意识,人们能够认识它,但却不能创造它、消灭它,人的意识中以概念形式出现的本质不过是对客观本质的反映.

4 结束语

以上是对现象学方法的简要介绍.

正如本文一开始所指出的,胡塞尔的现象学方法是当今世界最有影响的三大哲学方法之一.西方哲学家对胡塞尔的现象学有极高的评价.他们称誉现象学是"20世纪最精致的唯心主义",胡塞尔是"最后一位伟大的唯理主义者".现在,现象学派在西方世界广泛流行.在西方许多国家,都设有现象学研究协会.在比利时的卢汶,设有"胡塞尔文库",成了研究现象学的资料中心.在美国,还成立了"国际现象学会",其所创办的《哲学与现象学杂志》是美国始自二次大战以来最有影响的杂志.此外,每隔数年都要举行国际性的现象学学术会议,各种有关研究现象学的学术刊物、丛书大量发行.

现象学方法所以能在西方世界产生如此巨大的影响,并不在于它像一般的科学方法那样,提供了一种具体的、可操作的方法,而在于它的理论划清了科学与哲学的界线.它证明哲学不同于其他科学,哲学应当有自己独特的研究对象和研究方法;哲学如果采用了这些研究方法,那末,人的理性是完全可以认识其所研究的对象——绝对本质的.由此,胡塞尔和他的门人认为,现象学为重建

形而上学奠立了基础.

不仅如此,胡塞尔等还认为现象学为自然科学、人文科学提供了基础.自然科学虽以自然为研究对象,它的研究方法不同于哲学,但是,它必须以现象学哲学为基础.因为,现象学揭示了自然科学的性质——它的研究对象是由人的主观经验构成的,它本身也不过是经验和思维的主体所形成的理论体系.至于人文科学,它的研究对象是人、人的精神,这与哲学是一致的,所以,很自然地,现象学所制定的各项原则也就成了人文科学的原则.胡塞尔致力划清自然科学与哲学的界线,实际上就是要划清自然科学和人文科学的界线,强调人不同于自然,它不是僵死的、凝固的,而是活生生的、具有创造性、主动性的,对于它,应当有不同于研究自然的、独特的方法.

应当承认,胡塞尔为划清哲学与科学、人文科学与自然科学的界线所作的努力,是有意义的;他通过严密的论证,证明人的理性能认识哲学的研究对象——世界的本体、本质,并发现了特殊的认识方法:理智直观,这确实高扬了人类的理性.但是,胡塞尔所说的世界的本体、本质,不是客观世界所具有的,而是理念的纯粹本质;而其理智的直观,完全排斥经验,与对外部世界的认识无关,纯粹出自先验的自我的"活生生体验".这样,就使他的学说带有神秘的色彩,他的现象学的本质是非理性主义的唯心主义.这是我们应当认清的.

胡塞尔的现象学对存在主义哲学的深刻影响,将留在下章分析.

(作者:戴文麟)

参考文献

[1] 胡塞尔.笛卡尔沉思录,英文本.

[2] 胡塞尔.逻辑研究,英文本.
[3] 胡塞尔.欧洲科学的危机和先验现象学,英文本.
[4] 胡塞尔.现象学与哲学的危机,中译本,北京:国际文化出版公司.
[5] 叶秀山.思·史·诗——现象学和存在哲学研究,北京:人民出版社.
[6] 罗伯特·马格廖拉.现象学与文学,中译本,春风文艺出版社.

八 存在主义方法论

存在主义自称是一种研究"存在"的哲学，但是与传统形而上学不同，它断然拒绝确定外部世界的客观存在及其发展规律，反对把"存在"一词用于一切外在的、具体现实的东西，而把"存在"只限于表示"人的存在".只有人才有存在，其任务就是要揭示和阐释存在的意义和本体论结构，从纯粹主观性中找到人的自由的、创造性的活动和人的真正存在的基础和原则.因此，简单说来，对于存在主义，"存在"即"人的存在"或"纯粹主观性的存在".

与这种彻底内转的人学本体论相适应，在方法论上，存在主义力图跳出传统的存在与本质相对立的二元论窠臼.它不仅把人的存在当作唯一真实的存在，而且不再把人看作静态的精神，而是看作动态的自我意识；人不是具有先定本质的存在物，而是自由行动的存在，从而从存在与本质、身与心相分裂的二元论走向"纯粹主观性"或自我意识的一元论.不仅如此，存在主义哲学为了揭示和阐释存在的意义和本体论结构，它反对理性主义所构造的、由冷冰冰的概念、范畴和逻辑所组成的体系，而要求对存在的一种直接领悟和体验，于是它又提出一系列非理性主义的方法与理性主义相对抗.

1 现象学一元论

存在主义哲学家们认为，传统的哲学本体论不仅没有揭示存在的意义，相反，却造成了存在的遗忘和失落.尤其是笛卡尔开创的近代哲学造成了一个思维和存在、主体和客体相分裂的时代.无论是唯物主义还是唯心主义，都是将物质和精神、主体和客体的分

裂当作既成事实,然后在此基础上各执一端,或是将世界统一于物质,或是将世界统一于精神.德国古典哲学家曾经试图把分裂的主体与客体统一起来.康德认为,现象是呈现于我们经验中的各种对象和事件,“属于经验的感官和知性的对象”,“我们不能对作为物自体的对象有任何知识,而只能有关于感性直观即现象的知识.”[①]现象是主体经验的对象,是对象对主体的显现,因此它依存于主体,是相对的、主观的;但同时,现象既然要成为知识,又必须有客观的意义和内容.正是由于有这个现象的实体,尽管物自体是不可知的,但人们仍然可以通过主体的先天综合判断获得真实的知识.在康德看来,现象与实在并不是绝对对立的东西,相反,它是先验的知性范畴和客体的综合.这个综合过程无疑就是一个主客体的统一过程.然而,他把这种主客体的统一始终只限定于现象实体,现象与物自体仍然是截然分开、无法沟通的.所以,康德使主客体统一的一元化努力是不成功的,其哲学从根本上说仍然是二元论的.

黑格尔似乎使这种统一达到了一个新的高度.他通过绝对精神在矛盾之中的运动,扬弃了分裂,使绝对精神最终达到了与自身的同一、思维与存在的统一.在《精神现象学》中,黑格尔描述了现象(即主客分裂状态)不断与本质(即主客体统一状态、绝对知识的获得)达到统一的发展过程.在这里,一方面本质与现象是不可分割的、没有脱离现象的本质,也没有脱离本质的现象;本质是现象的真理,本质就显现于自身的存在之中.因而现象与本质之间并不像康德的现象与物自体那样存在着一条不可逾越的鸿沟.但是另一方面,现象只不过是精神在未达到与自身统一时的一种外化,因而它是一种“否定的东西”,是“假象”,是一种直接性;而本质则是“反思”的,它是间接性的或设定的,本质就是对现象这种“否定的东西”的否定,是对直接性的否定.因此,从根本上来说,现象与本

① 康德.纯粹理性批判,中译本,第17页.

质仍然是分裂的,而且本质高于现象.黑格尔尽管以完全牺牲客体为代价来谋求主客体的统一,但是他鲜明的本质主义倾向仍然陷入了现象与本质相分裂的二元论.

究竟如何才能克服近代哲学造成的这种分裂,以达到一种真正的、原初的主客体的统一呢?胡塞尔的现象学方法似乎给予存在主义一个富有启示性的回答.

胡塞尔认为,主客体的二元分裂造成了欧洲科学的深刻危机.这一危机主要表现在两个方面.第一,在科学方法论上表现为经验论和理念论的对立.经验论企图从个别经验中导出一切理论,因而只能得到暂时的、偶然的真理,不能获得必然的真理;理念论则从预先设定的前提出发导出一切理论,但这些预设的正确性是未经验证的,所以理念论本身的正确性也是悬而未决的.于是,胡塞尔要另外寻找一种直接描述事情本质的方法,使科学建立在这种严密的、绝对的方法之上.第二,科学的危机还表现在它排除了价值与人生的意义,因而距离人的生活世界越来越远,因为建立在主客分裂基础之上的,仅仅局限于感性事实的科学方法不能涉及深层的主观世界,对于人的生活世界是毫无意义的.因此,胡塞尔要求哲学成为一门严密科学,它既不同于各门自然科学,又不同于迄今为止的一切哲学体系;它是一个综合统一的体系,既是一个具有绝对明晰性的知识体系,又是一个真正的道德价值体系.

为了建立这样一种作为严密科学的哲学,胡塞尔提出现象学方法.所谓现象学方法是一种摆脱一切未经考察的预设、凭借直观直接把握描述现象的方法.这种明证的直观是"最确切的意义上的认识"①,是"一切原则的原则"②.胡塞尔认为,所谓现象是呈现在我们"直接经验"中的一切东西.这里的"直接经验"并不是经验主义意义上的"经验",而是意识活动.

---

① 胡塞尔全集,德文本第Ⅱ卷,第74页.

② 胡塞尔全集,德文本第Ⅲ卷,第51页.

这种呈现在意识中的现象不是个别的、偶然的,而是普遍的、必然的,在它的背后并没有另外的实体(本质)的存在.现象就是本质,本质并不是超越现象或外在于现象的,本质就是现象自身.这种一元化的"本质——现象"不可能是经验观察的结果.因为经验观察到的仅仅是与本质相分裂的现象.它也不可能是理性抽象的结果.因为本质并不内藏于现象之中,它就是直接呈现的现象,所以,无需进行"抽象".这种现象只能靠直观而得到.意识通过一定的程序直接地确定地指向呈现在意识之中的对象,通过详尽的描述而获得现象.这样一系列的程序,胡塞尔称之为"现象学的还原".所谓"现象学还原",归根结底是一种先验还原.又称之为"悬搁"或"加括号".他说:"我要使用现象学的'悬搁',它为我完全闭锁住任何关于时空此在的判断"[①],"……排除世界,就是说,不想直接对它作判断"[②]、"给它加上括号"[③].于是,古往今来一切自然观、历史观,一切科学、哲学理论统统被括在括号之内存而不论.那么那个绝对自明的开端是什么呢?胡塞尔借用笛卡尔的"我思故我在"这一命题论述道,对一切加以怀疑,唯独不可把"我思"括在括号内.但笛卡尔的"我思"仍然是自我的思维体验,它隐含着一个经验的、与意识活动(思维)相分离的自我.胡塞尔认为,这个自我必须进一步纯粹化,排除掉一切经验内容而变成一种纯粹的意识活动.这样,"加括号"的结果,便是返回到了一个最基本的现象——意识活动本身.胡塞尔所孜孜以求的便是意识的这种纯粹性和独立性,他要求摒弃一切已有的信仰、已有的前提,不去理会意识之外有无客观世界的存在,而只关注"事情本身",即纯粹意识现象本身.

胡塞尔进而又分析了这种纯粹意识的结构.它包含着一个意

---

① 胡塞尔全集,德文本第Ⅲ卷,第65页.
② 胡塞尔全集,德文本第Ⅶ卷,第436页.
③ 胡塞尔全集,德文本第Ⅲ卷,第63页.

向性的原则,即意识总是指向对象的意识.这种指向关系是一种先验的构造,起关键作用的是先验的自我,先验的自我通过意识活动构成意识对象.这时,意识既不被动地接受对象,又不主动地创造对象,而是与对象处于意向相关的统一之中.意识和对象不再作为相互分离的实体.他认为,通过这一意向性原则,从根本上克服了思维与存在、主体与客体的分裂.

胡塞尔的这种现象学一元论方法对存在主义产生了极大的影响.尤其是得其真传的两个弟子海德格尔和萨特(Jean - Paul Sartre,1905 ~ 1980)直接运用现象学方法构造了自己的存在主义学说.

1.1 存在:本体论的一元化

海德格尔哲学的主题是存在的意义问题.他认为,传统形而上学在本体论上似乎都涉及到存在问题.但是它们所说的存在指的都是"存在者",而不是存在本身.因为它们问"存在是什么?",而"是什么"则已经是一种现成的东西,是一个存在者,或是有某种持久稳定性质的实体.这种只关注存在者的哲学造成了存在的遗忘.因此海德格尔要求"重提存在的意义问题",用现象学方法对传统的形而上学进行改造.他说:"存在论只有作为现象学才是可能的."[①]"'现象学'这个词本来意味着一个方法概念,它不描述哲学研究对象对包纳事情的'什么',而描述对象的'如何'."[②]

既然现象学不去探究对象是什么,也不去追究它的本质,它只是一种如实地描述对象直接呈现给我们的样子是怎样的方法,那我们就应该回到现象学的基本要求:"回到事实本身",即回到现象学的"现象".按照海德格尔的解释,这种现象就是"在自身中显现

---

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第 35 页.

② 海德格尔.存在与时间,中译本,第 45 页.

自身",它"意指这样的显现者:存在者的存在和这种存在的意义"[①].这就是说,在自身中显现自身的不是一般的存在者,而是一切存在者之在,是存在本身.然而,显现并非任意的显现,现象通常是未给予的,成为现象的东西仍可能隐而不露.因此这种一切存在物之在只能在自身存在的过程中才把自身显现出来,这是一个"解蔽"的过程,是一个未被规定的东西不断获得规定性的过程.所以,必须找到一个未被规定的,即没有规定性的东西,这就是人.因为人有一种对存在的领悟,他追问自己为何去在,人只能是可能性,而不是现实性,他永远规定自身.通过人对"存在"的领悟,对"存在"意义的追问这样一个过程,存在显现了自身.海德格尔说,人"这种存在者,就是我们自己向来所是的存在者,就是除了其他存在的可能性外还能发问存在的存在者.我们用此在(Dasein)这个术语来称呼这种存在者."[②]于是,海德格尔利用现象学的现象一元论,由杂多的存在者返回到了存在领域,又在存在领域找到一个能够揭示存在意义,使存在能显现自身的基础:人的存在,他用 Dasein 这一很难贴切翻译的德文复合词来表示这种人的存在.为了使本文的论述与引文保持一致,我权且按《存在与时间》中译本的译法,将 Dasein 译为"此在"

海德格尔认为,探究存在的意义必须以"此在"为开端,它是本体论之根,具有本体论上的优先地位.此在不仅是对存在的询问,而且只有此在才能去询问存在.此在不需要一个它之外的任何其他东西来领悟,它在它的存在中领悟自身.这样,此在本身就是存在的澄明和揭示,就是对存在的关系,它与存在须臾不可离.它既是存在者,又是存在,是二者的统一.作为存在,它是一切存在者的基础,作为存在者它是它自身的基础.

我们清楚地看到,如果说在胡塞尔那里,作为纯粹意识活动的

---

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第 45 页.

② 海德格尔.存在与时间,中译本,第 10 页.

现象,既包括意识,也包括意识对象;或者说它是二者的统一.那么,在海德格尔这里,作为其哲学基本出发点的此在,便是存在与存在者的统一.从这个意义上说,海德格尔以此在为根的基本本体论也就是现象学本体论.他以现象学一元论完成了本体论的一元化.

另一位存在主义大师、法国哲学家萨特给自己明确地提出一个首要任务:"消灭哲学感到麻烦的二元论,建立现象学的一元论".他在其主要代表作《存在与虚无》中加上了一个副标题:"现象学本体论论纲".

首先,他继承胡塞尔的观点,把一切都还原为现象.他认为,在现象背后并没有什么支持着现象的东西,现象揭示本质,它就是本质.它"并不表明它背后有一个真实的、对它来说是绝对的存在.现象是什么,就绝对是什么,因为它就是象它所是的那样的自身揭示"[①],现象"是它自身的绝对的表达"[②].

在确定了现象的一元论之后,萨特随即引出现象的基础这一问题,指出存在的现象不等于现象的存在.例如当我们看见一张桌子时,就可以说这张桌子存在.但严格地说,这里并不是说桌子本身的存在,而是说从这个方位看到的那个"桌子——现象"存在.由于可以从无数不同的观点、时间、方位等看到这张桌子,于是桌子本身的存在就可以还原为一个无穷的现象系列.这样一来,就是承认除了显现出来的现象之外,还有未显现出来的现象,即所谓"不在场"的现象存在.这种"不在场"的现象由于未显现,因而是超现象的存在.萨特进而又说,这种超现象的存在是一切现象的基础,即一切存在物的基础.这个基础是"绝对的"、"原初的",而被知觉的其他一切现象都向它显现,而且都是相对的、被动的.这里,我们看出,萨特和海德格尔二人思想的一致性:存在(超现象存在)与存

---

① 萨特.存在与虚无,中译本,第2页.

② 萨特.存在与虚无,中译本,第2页.

在者(现象的存在)有着根本的不同.存在物虽然显示了存在,但它并不是存在本身.存在才是存在物不可须臾离开的基础,存在对于存在物来说无处不在.因此,人们不应该局限于作为现象而显现的存在物,而应该去探求超现象的基础——存在.

萨特像海德格尔一样,通过现象学一元论方法确定了存在在本体论的决定地位.然后,他又把"存在"分为"自在的存在"和"自为的存在".这样,是不是又由一元论退到了二元论?萨特在方法论上是否在一元论和二元论之间摇摆不定?在我们分析自在存在与自为存在的含义及其相互关系之后,这个问题便会得到解答.

"自在的存在"有如下三个特点:[①]

(1)"自在存在".这就是说,它是纯粹地、无条件地存在着,这只存在着,并无其他意义.

(2)"存在是自在的".其意是说,自在的存在是独立自在的,不依赖于其他任何东西、没有任何目的.

(3)"存在是其所是".这说的是,自在的存在是既成的、与自身绝对同一,它不包含否定性,是完全的肯定性;它是完全充实的,既不是可能的,也不是不可能的;它不与自身之外的任何东西发生联系.从上述这些规定中,我们可以看出,自在的存在虽然是一切存在物的基础或原型,但它只是一个无差别的、没有原因、没有根据、也没有目的的一个无意义的东西,一个绝对的抽象.它存在,如此而已.

"自为的存在"则是意识的存在,它永远"是其所不是,且不是其所是".这就是说,自为本身作为意识,是一种不定的,没有基础的存在,是"存在的缺乏",或者干脆简单地说,是一种"非存在",是存在的虚无化.既然自为是一种"非存在",那么它又如何"存在"呢?萨特认为,作为意识的自为由于是"存在的缺乏",于是它从这一"缺乏"中获得了否定性和超越性动力,它总是与自身的不同一,

① 萨特.存在与虚无,中译本,第27页.

处于永恒的运动变化之中.它的向外超越创造价值、创造世界;它的向内超越创造“自我性”.这样一种既创造世界又创造自我的东西,虽然就其本身来说是一种“非存在”,但是它却在创造的过程中与自我和世界一同涌现.

自在的存在与自为的存在有上述的不同,并不意味着存在的分裂.相反,萨特正是从二者的相互依存关系上去把握存在的统一的.他认为,自在的存在与自为的存在是一个“先天的统一体”.一方面,在逻辑上自在是先于自为的,因为“自为只有从自在出发并且相对于自在才能自我奠定”①.这表明,只有自在才是独立自存的,而自为只有在同自在保持关系时才能显现自身,离开自在的自为是抽象的;另一方面,自在离开自为则是无意义的,因为自为是自在的揭示者,没有自为的介入,自在仅仅是其所是,毫无意义.所以,在自在与自为的关系中,自为永远是主动的、进行创造的力.“我们应该只在自为中寻找联结与诸如所谓认识的存在的关系的那个契石.自为在其存在中对它与自在的关系负责.”②在二者的关系中,自为是决定性的,使自在与自为联系结合起来的,正是自为本身.从这种“统一”之中,萨特认为自己找到了一条摆脱“二元论麻烦”的道路.既然“自在”是独立自存的,是不依赖其他任何东西的独立存在,因而避免了唯心主义的片面性,尤其是贝克莱的主观唯心主义.同时,由于作为意识存在的自为在自为与自在的统一中起决定作用,自在的全部意义要由自为来揭示,因而也避免了唯物主义的片面性,从而成功地从二元达到了一元:自在与自为的不可分离的统一.

总之,为了克服传统哲学主体和客体、现象和本质相分裂的二元论,存在主义哲学运用现象学方法,寻求一种不包含分裂的原初的统一体,并从这一统一体出发构建起自己的哲学理论.在海德格

① 萨特.存在与虚无,中译本,第129页.

② 萨特.存在与虚无,中译本,第238页.

尔那里,这个统一体便是此在——人的存在,它是存在者与存在本身的统一;在萨特这里则是自为与自在的统一,即意识与存在的统一.

1.2 意向性原则:一元化的途径

胡塞尔在其现象学中论述了"意向性"问题.他认为,"意识总是对某物的意识",这是意识的本质所在.这里的"对某物的意识"不是说主观意识对某物的反映;而是说,意识具有一种指向性,它象一座灯塔发出光芒耀眼的射线指向对象或事实.在胡塞尔看来,意识是由意识活动和意识对象组成的综合体,二者是不可分割的.但是,意识活动有指向性,它总要构造;意识对象是由意识活动的意向性所构成的,没有意识活动,也就没有意识对象.

存在主义哲学在试图克服主客分裂的二元论时,运用了胡塞尔的意向性原则.海德格尔哲学的出发点是作为存在和存在者之统一体的此在.他认为,此在最基本的结构是"在世之在"(In - der - Welt - sein).海德格尔指出,"在世之在"这个德文复合词"表示它意指一个统一的现象.这一首要的状况必须作为整体来看"[①]."在世界之中"是此在最基本的存在方式.只要此在在,它即已在世界之中.因此,此在从一开始起便与世界处在一种关系中,它与世界是一个不可分离的统一.作为"在世之在"一个环节的"世界",并不是一个由既定的、已有的存在物集合而成的自然世界.海德格尔解释说:"'世界'在存在论上绝非那种在本质上并不是此在的存在者的规定,而是此在本身的一种性质."[②]它不是一个与人相分裂、相对立的客体,而只是此在的一种存在方式,是一个与人相关的世界.这时,人不是主体,世界也不是客体,不存在主客体相分裂的现象.此在和世界是在关系之中同时显现的,世界仅仅是对于此在的

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第66页.

② 海德格尔.存在与时间,中译本,第80页.

一种关系,是此在所意指的对象,它的全部意义在于此在的构造和揭示.

显而易见,"在世之在"这一存在论基本机制中包含着一种意向性结构.它既包含有意向指向,又包含意向对象.正是这种意向性的构造活动体现了此在与世界的统一.关于这种意向性的构造活动,海德格尔用自己独特的语言作了现象学描述.他认为,要描述此在的基本存在方式,必须首先分析一个基本现象,这就是人们最熟知的和最日常的东西:情绪.我们总是通过情绪体验到某物,体验到在世之中.此在是带有情绪的自身显现,亦即说,此在本来不知自己"何所来何所往",而正是通过情绪,它发现了自身,展示了自己的存在.情绪不仅指向自身,展示了此在的存在,而且它还指向他在,指向世界,"把在世界之中作为整体展开了,同时才使我们可能向着某某东西制定方向"[①].在这里,我们可以清楚地看到,此在通过"情绪"的意向性活动,不仅构造了自身,而且同时也构造了世界,从而实现了主客体的统一.但是,海德格尔所追求的这种统一,是由能动的、具有主动构造能力的"情绪"完成的,客体的全部意义是被构造的、被给予的.因而,在这种"统一"之中,情绪(在胡塞尔那里是纯粹意识)的指向无疑起着主导的、决定性作用;客观性则完全消融在主观性之中.

同海德格尔一样,萨特在论述主客体的统一时,也运用了胡塞尔的意向性原则.他一再强调"一切意识都是对某物的意识",意识本身是没有内容的,意识本身决不是一种物件,必须"把事物从意识中逐出".这种意识也就是胡塞尔所说的"纯粹意识",即意识的起点.

萨特认为这个意识的起点在笛卡尔那里是"我思",即从反思的意识出发.这样无法避免二元论和唯心主义,因为"我思"并不是怀疑这一意识活动本身,而是对怀疑这种意识活动的反思,实际

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第166、168页.

上是关于意识的意识,即反思的意识.从这种“反思”出发,一开始就设定了一个自我的存在,是自我进行的意识活动.因此笛卡尔哲学从一开始就蕴含着一种主体与客体的二元对立,他无法找到一座从思想到世界的桥梁.萨特对笛卡尔的起点作了重要修正,他用现象学还原法,从反思的意识还原到一种非反思的意识.他称之为“反思前的我思”.在他看来,这种前反思的意识才是最原初、最根本的意识.他说:“反思一点也不比被反思的意识更优越,并非反思向自己揭示出被反思的意识.恰恰相反,正是非反思的意识使反思成为可能:有一个反思前的我思作为笛卡尔我思的条件.”[①]萨特以为,把前反思意识作为哲学的出发点就可以避免笛卡尔二元论的困境.由于这种纯粹的意识有意向性结构,它总是关于某物的意识,意识因而与对象是不可分的.所以,自我并不是在任何意识活动一开始就作为主体而存在,相反,自我作为意识的对象则是意识的意向性所指的东西.原初的意识活动中并没有主客体之分,并没有一个先行的“自我”,意识是“非自我意识的”.只有在这种意识活动的向内指向中,才出现自我.同样,世界也是意识的对象,是由于被指向而在意识中显现的.总之,只有意识的存在才是“一切可能性的来源和条件”[②],自我和世界都是在意识中显现的现象.不能从自我推导出世界;也不能从世界推导出自我,它们二者的关系不是创造和被创造的关系,它们都只是意识的对象,因此并不存在主客体的对立,使意识和对象、自我和世界相分裂的二元论是没有根据的.

2 生存状态:非理性主义的考察

存在主义哲学所说的“存在”,决非传统意义上的客观世界的

---

① 萨特.存在与虚无,中译本,第11页.

② 萨特.存在与虚无,中译本,第13页.

存在,而是指人的存在.对于人自身的考察,在西方哲学中由来已久.自从普罗塔戈拉(Protagoras)提出"人是万物的尺度"这一著名命题以及苏格拉底强调"认识你自己"以后,历经三千多年,人们从来没有放弃过对人自身的探究.哲学家们在问"世界是什么?"的同时,也在问"人是什么?"、"人存在的意义是什么?"对这一问题,他们长期以来一直作了理性主义的回答.尤其是文艺复兴以后,随着近代科学技术的日渐发展,人们大都根据科学的方法,从理性方面去考察和界定人的本质和人的存在的意义.与之相反,存在主义却把人的存在规定为个人的意识和纯粹主观性的存在.而这种意识和纯粹主观性却一反传统的含义,不再表示人的理智或理性,而是个人的情感、意志和心理体验等等非理性的东西.因而它对人的存在状态,即对人的主观感受和个人处世态度所作的描绘,呈现出强烈的非理性主义色彩.

2.1　"烦"

存在主义认为,人作为一个此在,是"无缘无故"地被抛到这个世界上来的.既然已经"在世",就必须在一种处境之中.雅斯贝尔斯(Karl Jaspers,1883~1969)说,因为人的存在"是处境中的一种存在,所以我永远不能跳出处境,除非我又进入另一处境中去"[1].海德格尔对人的存在最基本的处境所作的分析最有代表性.

他认为,此在最基本的处境是"烦"(Sorge),"'烦'这个术语指的是一种生存论存在论的基本现象"[2].只要人活着,"烦"就"占有他",在世的存在"刻有'烦'的印记"[3].此在作为一种能动的、创造性的意识存在,它虽然创造了世界和社会,但这些都是与此在相异的东西.此在在这种自己的创造物中并无在家之感,反而深深感到

---

① 雅斯贝尔斯.哲学,德文本第Ⅱ卷,第203页.

② 海德格尔.存在与时间,中译本,第237页.

③ 海德格尔.存在与时间,中译本,第240页.

无家可归,于是“烦”不禁油然而生.海德格尔进而把“烦”分为两种:“烦神”(Fuersorge)和“烦忙”(Besorgen).

“烦神”指个人与世界、个人与物发生关系的存在状态.海德格尔认为,在人之外的客观世界只有与人发生关系时才有意义,否则那只不过是一片浑沌.因此只有在人的创造和使用的意义上,客观世界才“存在”.但是人创造了客观对象,非但没有获得创造的快乐,客观对象反过来却成了凌驾于人之上的统治者;人使用外在创造物,却在它们之中“沉沦”,而陷入一种“非本真状态”(Uneigentlichkeit).人创造了财富,却成了财富的奴隶;人使用机器,却成了机器的附件.主体对客体的创造,反而使主体自身失落,这种状况令人心烦.

“烦忙”则是指个人与他人发生关系时的存在状态.海德格尔认为,此在以自己内在的规定性“共在”(Mitsein)而与他人发生关系,从而获得存在的方式.但是人与人之间总是“互相反对、互不相照,望望然去之,互不关涉”[①].世态炎凉、人心叵测,人与人之间勾心斗角,尔虞我诈.萨特直截了当地说:“他人就是地狱!”,“他人是对个人的限制”.尽管如此,人们在表面上似乎还得遵守一定的道德规范,曲意应酬交际,实在令人感到烦忙.更为严重的是,作为个体性存在的人的存在在与他人发生关系时,会失去自己的本真状态,由本己的我的存在变成“普通人”的存在,于是此在从“人堆”中隐退.“普通人”如何行为,此在也如何行为;此在被迫“就范”于“普通人”,失去了独立的个性.对于这种“烦”,雅斯贝尔斯也作过类似的描述.他认为,人的存在本来应该“是对任何样式的普遍性的实际突破”[②],然而在现实社会中,个人什么也没有剩下,原则上都跟别人一样,汇入一种强大势力的洪流中,再也无法“突破”普遍性;相反,被普遍性完全吞没.

---

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第149页.

② 雅斯贝尔斯.生存哲学,英文本,1971:44.

存在主义用“烦”来指称人的本体的存在,表达了个人对世界和他人的态度和关系,除了强调人的存在的个体性、排他性以外,还突出地强调了社会之中人的异化状况和个人与社会的格格不入.虽然存在主义哲学家们,尤其是海德格尔把这种心理的情绪感受非理性主义地论述为人的先验的、永恒不移的本质规定,试图使它远离社会现实而只作为一种思辨的抽象,但他们通过对“烦”的论述所表现出来的浓厚的无可奈何的情绪却无法摆脱与社会现实的联系.

2.2 “畏”

人的存在在其存在中,当他与周围的世界发生关系时,他为此而“烦神”;当他与他人发生关系时,他为此而“烦忙”,并因此而沉沦,有设于芸芸众生、失却自己本真存在的危险.如何才能把此在从沉沦中拯救出来,使之意识到本真的自我,从而能成为独立自主的个人?海德格尔认为,必须依靠另一种情绪:畏(Angst).他说:“畏”把此在“抛回此在的能在世那儿去,畏使此在个别化为最本己的在世的存在,这种最本己的在世的存在领会着自身,从本质上向各种可能性筹划自身”[①].这就是说,这种“畏”的情绪能够使人醒悟到他们在社会之中的生活原来是不真实的,“畏”使此在摆脱“普通人”,以消散于世界的沉沦中抽回自身;同时,“畏”向此在展现了它的真正的可能性,从而使此在可以自由地选择自己,达到真正的本己的存在.

在海德格尔看来,“畏”和“惧怕”(Furcht)有根本的不同,“惧怕”是与“烦”相联系的一种生存状态.“惧怕”是有确定对象的,它总是对某个确定对象的惧怕.在“烦神”中,怕的是他物,怕与己相异的他物变成自己的主宰,怕个人异化为物;在“烦忙”中,怕的是他人,怕他人对本己自由的限制,怕个体性的个人被普遍化.正是

---

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第227页.

由于"惧怕"总是和胆怯联系着,惧怕的个人总是被束缚在一个确定的对象上,当人试图逃避这一对象时,却又被束缚在另一对象上.因此,"惧怕"使人"在对其它存在物的关系中变得忐忑不安","不知所措".

与"惧怕"不同,"畏"没有对象,"畏"不是对这个或那个确定存在物的畏.我们所面对而生畏的不是某一确定的存在者,它既不在"这儿",也不在"那儿",它无所在,又无所不在."它已经在'此'——然而又在无何有之乡;它是这样的近,以致它紧压而使人屏息——然而又在无何有之乡"①.对这种神秘的"畏",人们虽然道不出所以然,但时时感到有一种"紧压"感,它无所不在,无时不在,是人的存在的不可分离的伴侣.人只要在,就非畏不可.它是人在世的一种方式,是把人的存在启示出来的一种可能的力量.只有在"畏"中,人才能体验到自己的"此在",从而把"此在个别化并开展出来成为 Solusipse(唯我)".

因此,海德格尔实际上把"畏"这种神秘的情绪视为本体论的事实,使哲学的理性论证非理性主义化,而成为一种对心理体验和情绪感受所作的描绘.这种既没有对象、又无所不在的畏,实质上就是人一种无法摆脱的、对世界、对社会的总体的恐惧心理.

2.3 "死亡"

在存在主义看来,"死亡"同"烦"与"畏"一样,也是人的存在的基本状态.因此存在主义哲学家几乎无一例外地对死亡问题表现出极大的关注.

存在主义对"死亡"同样以非理性主义方法作了本体论分析.海德格尔认为,死亡是此在的终了,是此在被抛到这个世界上来经过一番周遭而达到的"终结";它"是此在本身不得不承担下来的存

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第226页.

在可能性"①,即是人的存在的固有的可能性.与他相类似,雅斯贝尔斯也说,我们"把死亡当作一种一直渗透到当前现在里来的势力而坦然承受下来"②.总之,死本身属于此在之在,死是此在必然要遭遇的;只要此在继续存在着,它就不得不承担起"悬临"着的这种在的方式.因此,海德格尔主张"向死而在",雅斯贝尔斯甚至把学习哲学等同于"学习死亡".在他们看来,死亡与人的生存密不可分.存在主义哲学既然要揭示生的意义,就必须对死进行分析.但不是对死亡这一事实的分析,而是分析由生到死的过程,分析死对于生的意义,以及人对死应该持有的态度.

为什么死对于生有如此重要的意义?存在主义解释说,因为"死亡绽露为最本己的、无所关联的、超不过的可能性"③,"死亡是此在的最本己的可能性"④.死总是自己的死,世界上的一切其他事物皆可以相互代替,唯有死是不可替代的.在"死亡"的悬临下,一切同他人的关系都不存在了,此在不得不完全依赖自己的本己的存在.死与他人无关、与他物无关,它是此在最内在的可能性.这就是说,只有领悟和懂得死亡,才能体验到自己存在的本真状态,才能感受到自己存在的个体性和独立性,从而领会到人生的真正意义.

海德格尔和雅斯贝尔斯所说的"死亡"具有与人的生存不可分的本体论意义.它不是表现为生命的自然完成这个意义上的死,而是本质上属于人的一种最极端的可能性.它是人对死亡的预先体验和期待.它告诉人们,人只有体验到这"悬临"的死,在对死的神秘期待中,才能真正感受到不受世界和社会制约的本己的存在.在这里,死并不意味着存在的否定或消逝,而是表示存在的可能性和

---

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第300页.

② 雅斯贝尔斯.生存哲学,英文本,1971:81.

③ 海德格尔.存在与时间,中译本,第300~301、315页.

④ 海德格尔.存在与时间,中译本,第300~301、315页.

最终目的.因此,“死亡”也同“烦”与“畏”一样,是人生永远不可摆脱的阴影.

另一位存在主义者萨特关于死亡的论述不同于海德格尔和雅斯贝尔斯,似乎表现出某种积极乐观的情绪.他认为,“死完全不是我的存在的本体论结构”①,它只是“给定物,而不是什么别的东西.我的出生是荒谬的,我的死亡也是荒谬的”②.在萨特看来,我的存在归根结底是作为纯粹意识的自为的存在,它是一种不定的存在,其自身的规定性是在自由选择和谋划中获得的.因此,从本质上说来,我的存在也就是自我的选择和谋划.而死亡却是“给定物”,是一个纯粹偶然的事实,所以它并不是我的可能性,不是我的选择和谋划,它在我的主观性之外.死亡“没有切断我,是我的自由的那个自由仍然是整体的和无限的;……因为自由永远不会碰到这种限制,死丝毫不是我的谋划的障碍”③.

萨特从其自由本体论出发,强调选择、谋划对于人的存在的意义,要求人们不要去想死,不要期待死,而要积极行动、自己对自己的行为负责,这无疑比那种在“悬临”的死亡面前哀鸣和束手待毙,要令人振奋得多.人至少可以暂时摆脱“死亡”这个幽灵,去进行自由的选择和创造,人总是可以有所作为的.但是由于萨特对“死亡”、“自由”、“选择”等等范畴仅仅作了哲学的抽象,对人的存在、选择、自由所作的种种规定只不过是对人的情绪感受和心理活动轨迹的非理性主义描绘.所以,在萨特这里,人只不过是抽象的、非理性的“情意主体”.

---

① 萨特.存在与虚无,中译本,第699~700页.

② 萨特.存在与虚无,中译本,第699~700页.

③ 萨特.存在与虚无,中译本,第700~701页.

3 认识"存在的真理"的方法:情感和直观

存在主义把人的情绪、心理体验本体论化,使它成为人的生存的基本状态.但是这种本体论实质上也是一种认识论,因为在存在主义看来,人正是在存在中领悟到自己的存在方式和结构,因而人的存在的过程也就是对存在意义的揭示.这种人对自身存在的揭示决不是站在局外投射的一种观照,而是在存在中自我对自身的"澄明"、"显现".这就是说,认识并不是通常意义上主体对客体的认识,而是主体对自身存在的认识.根据存在主义的规定,主体是意识、是主观性;作为认识对象的存在,也同样是一种意识的存在,或者是作为生存状态而显现的一种主观的心理体验.这实际上就是主体认识主体,或存在认识存在.用存在主义哲学家们自己的话来说,即:"认识就是通过存在对存在的领悟".哲学应当首先追求的就是关于"存在的真理".

那么,如何才能认识这种"存在的真理"呢?

3.1 情感:与存在的沟通

我们通常所理解的思维是一种概念的、逻辑的思维,即一种理性的思维.而存在主义则认为,概念和词总是一种间接的认识方式,它无法使人与自己的本身存在直接融合.因此概念无法认识存在的真理,只有情感体验、情感思维,才能认识、揭示和领悟存在.克尔凯戈尔(Soren Aabye Kierkegaard,1813~1855)说:"当我们把认识之光指向存在时,我们就既非无动于衷,也非冷漠寡情,而是带着我们的全部人格的."[①]生活总是充满着激烈的变动,认识也不可能摆脱激情;人们对存在之真理的认识,首先是由情绪和感情揭开的,并不是靠概念.下面,我们列举存在主义常用的几个情感思

---

① 桑塔克.克尔凯戈尔手册,英文本,第11~12页.

维的范畴,以分析情感在其认识论中的地位.

1)孤独.几乎所有的存在主义者都论及过"孤独"这一情感思维范畴.他们都声称在孤独的感觉中认识到了真正的自我,认识到了自我的个别性和自由.被称为"锤子哲学家"的尼采高声疾呼:"上帝死了!",举起手中的锤子砸碎了一切绝对价值的偶象,一下子把人抛进了一个可怕的虚无世界.长期以来规范着人的行为的先验道德律令、普遍的价值顿时荡然无存,人彻底地陷入孤立状态,无所依托.尼采的这种心理体验极大地震撼了一代人,也深刻地影响了存在主义哲学家们.面对这种空前可怕的孤独,人应该如何认识自己的存在?萨特说,"孤独,这意味着我们自己选择着自己的自己."雅斯贝尔斯也说:"'认识你自己'!这不是要求在一面镜子里知道我是什么,而是要求对我发生作用,使我成为我是个什么人."[①]这里,我们看到,存在主义使自我认识变成了一种自我选择、自我实现的行为.通过孤独这种情感,认识与存在达到了同一.

2)失望.如果说理性的哲学起始于怀疑,那么存在主义哲学则起始于"失望".因为在存在主义看来,失望乃是个人的失衡感.每一次失望之后,个人都将以更大的热情关切自己的生活,在更高的层次上体验生活中的自我.这种失望是对外物、对他人的失望和怀疑,是对主观自我的信任和确证.萨特说,由于上帝死了,一切都是可能的,所以我们所期待的东西总是或然的,期待未必能如愿,失望是不可避免的.然而失望这种情感却是对我的可能性的揭示,它使我体验到自我存在的真实性,体验到自我存在完全是由自己决定的,是自由选择的结果.总之,人是在一系列的失望情绪中逐渐向自己揭示的;体验到失望情绪,无疑也就领悟到存在的真理.

3)烦.这本来是存在主义对人基本生存状态的描绘,是一个本体论范畴.然而它的意义并不止于此,它同时也是一个情感思维的范畴.

---

① 雅斯贝尔斯.哲学,德文本第Ⅱ卷,第38页.

海德格尔认为,烦这种情感作为此在的基本生存状态,它"包含着此在的展开状态于自身,随着这种展开状态并通过这种展开状态才有被揭示状态;所以只有通过此在的展开状态才能达到最原始的真理现象."[1]海德格尔以难得如此明晰的语言说出烦对于认识存在本身的意义."最原始的"真理现象是此在本身,此在只有在"烦"的体验中,才能使此在"展开",由"遮蔽"状态达到"澄明".在萨特那里,人的存在与自由、选择和责任是同一的.这就是说,人是自由的,自己只能靠自己来选择;既然是自己选择了自己的行为,那么行为的后果也只能由自己负责.于是,烦恼便不可避免地涌出.这种烦恼不仅与生俱来,而且是人"专注于自己"的"工具".通过烦这种情绪,人体验到自我的自由,同时也体验到全面而深刻的责任感.萨特说,人在烦恼中,"发现自由是价值的唯一源泉",把握到自由的真谛、领会人生之意义.

除了上述"孤独"、"失望"和"烦"这三种情绪之外,存在主义还论述过其他许多情感形式对于认识存在之真理的意义.总之,它从"真理即主观性"这一前提出发,完全否认了认识的客观内容,放弃了对人的认识过程作理性的、逻辑的分析,而把它简单地归结为一种情感体验.这样,思维与存在、主体与客体之间的同一再也不是一个具有发展过程的有机的同一,而变成了一种无差别的、直接的同一,变成了主体对其自身的神秘体验.因此,存在主义在论及认识问题时,常常把这种情感的体验称为"领会",而不把它说成是一种"认识方式".因为在存在主义看来,"认识"指的是"空洞的逻辑上的可能性";而"领会总是带有情绪的领会"[2],它与作为此在"衍生物"的逻辑不同,它是此在"存在的基本样式".由此我们可以看出,存在主义的"情感"思维在方法论上具有十分明显的非理性、非逻辑的特点.

---

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第266页.

② 海德格尔.存在与时间,中译本,第174~175页.

3.2　直观:最确切意义上的认识

根据现象学原则,现象即本质;认识的目的和对象是最原初的"现象"、"事情本身".因此,在存在主义看来,认识过程当然不是一个由感性到理性、由现象到本质的辩证发展过程.那么,如何才能通达这原初的"现象",即存在本身呢?海德格尔的答案是明确的:用直观的方法"'本原地'、'直觉地'把捉和解说现象"[①].萨特更加直截了当,他认为,只有直观才能与原初的现象直接发生契合,"除了直观的认识之外,没有别的认识";理性的演绎和推理不能算作认识,它们只是指向直观的"指示牌",是"导致直观的工具"[②].一旦人们达到直观,那些用来达到直观的手段和工具便在直观面前消失.总之,人的存在这种最原初的现象是理性不可及的界限,是理性认识无法探究的领域;存在的真理不能还原为理性的认识,而只有靠直观来把握.直观才是最确切意义上的认识.

既然如此,那么,存在主义所说的直观究竟是什么?它为什么优于理性认识,而能达到存在本身?对此,存在主义解释说:"直观是意识面对事物的在场."[③]这里,"事物"指的是那个不是意识而又面对意识在场的东西,它"先于一切比较,先于一切构造",因而在某种意义上即自在的存在;"意识"指的则是自为的存在;所谓"在场",即当下的一种关系.因此,存在主义的直观也就是自为存在与自在存在之间的一种当下的关系,或对这种关系的把握.由于自为永远不是其所是,是其所不是,因而它的自身结构中包含着一种"否定性".它把事物指示为不是意识自身的东西,构造了"对象",因为当我们说事物不是自己的同时,也就肯定了事物是什么,即事物存在.意识的这种内在否定性表明,意识设定了对象与意识

---

① 海德格尔.存在与时间,中译本,第46页.

② 萨特.存在与虚无,中译本,第238页.

③ 萨特.存在与虚无,中译本,第239页.

自身存在的关系.因此,认识本质上说来是“属于自为”的,因为正是自为的原始活动使得对象涌现出来,并使意识自身与其构造的对象之间处在当下的关系之中.

但是,它们二者之间的这种关系并不是通常意义上的主体—客体关系,对它们的把握当然也就不是主体对客体的认识过程.在存在主义看来,理性的工具,如概念、逻辑、归纳、演绎等等,统统是以主—客相分裂的二元论为前提的,由此而得到的认识只能是对存在物的认识,是一种关于“存在”的“幻觉”,并非对存在本身的认识.而存在主义关于意识与意识对象之间关系的认识则完全不同,它既不是两个分裂的存在相撞后确立的关系,也不是指这两个存在之一的主动性,更不是指某一种属性或能力.这种认识是主—客不分的一,它就是自为的存在本身,“认识显现为一种存在方式”①这里,存在主义又用现象学一元论把认识完全等同于存在,因而所谓认识,就是意识对意识自身活动的直接把握.这种认识当然是理性以逻辑分析的方法无法达到的,因为一旦理性地分析这个过程,就不可避免地陷入主—客分裂的困境,因而认识的也就不是存在本身.所以,存在主义的结论便是:只有超理性的直观才能真正领悟到那种原初的现象——存在.

应当承认,理性的方法并不是唯一的,最终的方法,强调关注情感、要求进行整体把握的直观方法,无疑是对理性方法的补充.但是,存在主义排斥或贬低理性认识,把直观方法绝对化,将直观与理性对立,割断二者的联系,则是错误的.

(作者:张继武)

① 萨特.存在与虚无,中译本,第239页.

参 考 文 献

[1] 马丁·海德格尔,存在与时间,第1版,北京:三联书店,1987.
[2] 萨特.存在与虚无,第1版,北京:三联书店,1987.
[3] 卡尔·雅斯贝尔斯.哲学,三卷本,柏林—海德堡—纽约施普林格出版社,1973.
[4] 文化.中国与世界,第二辑,北京:三联书店,1987.

九　结构主义方法论

结构主义(Structuralism)是产生于本世纪60年代的一个西方哲学流派.

结构主义的著名代表人物巴尔特(R.Barthes 1915~1980)在谈到结构主义的特点时指出:"结构主义既不是一个学派、一个运动,也不是一本词典,而是一种超出于哲学的活动,它包括一连串企图重建一个客体以便表现它的作用规则的心智操作"①.这无非是说明,结构主义不像一般的哲学派别,以建立某种哲学思想作为其追求目标,它只是一种研究世界、重建认识对象、可供"心智操作"的方法论.但是,正如比利时卢汶大学的布洛克曼(Jan.Broekman)教授所说,结构主义所提供的操作不是"与具体学科……联系密切的思想和概念的技术性的运用",而是"一种整体观的研究"②,因此,结构主义在提供方法论的同时,也表明了自己对世界整体的看法,形成其独特的世界观.从这个意义上说,结构主义仍然是一种哲学,不过其方法论的意义更加突出罢了.

结构主义哲学方法论的产生是其方法运用于研究社会科学的直接结果.当本世纪一些社会科学家将结构主义的方法运用于自己的研究领域时,他们还对结构主义的一般理论作出了贡献,从而形成了结构主义方法论,他们本人也成了结构主义哲学的代表.这些社会科学家的著名代表有:结构主义语言学家索绪尔(F.D.Saussure 1857~1913)、乔姆斯基(N.Chomsky 1928~);结构主义人类学家列维·斯特劳斯(C.Levi-Strauss 1908~);结构主义心理学

---

① 巴尔特.批评文集,巴黎版,1964:213.

② 布洛克曼.结构主义,商务印书馆,1986:6.

家皮亚杰(J. Piaget 1896 ~ 1980)、拉康(J. Lacan 1901 ~);结构主义历史学家福柯(M. Foucault 1926 ~ 1985);结构主义的马克思主义代表阿尔图塞(L. Althusser 1918 ~);结构主义美学、文艺学家巴尔特(R. Barthes 1915 ~ 1980)等.

在此将阐述结构主义方法论产生的时代背景和它的一般特征,并且,将着重介绍这个方法论在语言学、文化人类学、文学等领域的运用,通过它们来进一步理解这一方法论.

1 结构主义方法论产生的时代背景

结构主义方法论的产生与这种方法广泛运用于研究自然科学有着密切的联系.

自然科学采用结构主义的研究方法比社会科学要早,这里仅以数学和生物学为例,简略回顾一下它们运用结构主义方法的情况.

在上一世纪,法国的数学家伽洛瓦(E. Galoivas 1811 ~ 1832)就开始对"数群"(简称"群")的结构进行研究.所谓群,是一个诸成分的集合或整体,其中各成分可以按一定的规律进行转换,自行调整.例如,正负整数就是这样的集合,就是一个群.群内各成分之间的关系,是一种结构式的关系,因此,早期数学对群的研究就是对结构的研究.其后,在本世纪30年代,在法国数学界出现了以"布尔巴基"(Boarbaki)命名的学派,它在群论的基础上,以组成同型性的方法对从不同门类数学抽绎出的成份之间的最普遍的结构,以及从这些母结构所产生的其他结构的特征进行了研究.后来,"布尔巴基"学派又不断发展、演化,数学家麦克莱恩(S. Maclane)、艾伦贝格(S. Eilenberg)等对于函数运算中各种形式的同型性或多型性结构关系的研究,作出了新的贡献.

在生物学界,最先采用结构主义的研究方法的是本世纪美国的生物学家贝塔兰菲(L. Von. Bertalanffy 1901 ~ 1972).他反对在生

物学界长期流行的还原论、唯生论、进化论、涌现论等学说,提出了与它们有别的“有机论”.根据这一学说,每一生物都有其不可简化的系统,应该采用模式的方法加以研究.在贝塔兰菲之后,坎农(W.B.Cannon)提出“体内环境恒定”的理论,对生物体结构内部不同于物理平衡作用的自身调节作用进行了探索.多布赞斯基(T.Dobzhasky)提出生物遗传的基因团不是许多孤立基因的聚合体,而应看成是一个系统,其中的基因“像一个乐队”似地起作用,而不是各自孤立的“独奏者”,特别是有一些起协调作用的基因,能使好多基因仅为某一个性质协同地起作用,或使一个基因为几个性质起作用.

在本世纪50年代后期,自然科学出现了大分化和大综合的趋势,系统论、信息论和控制论等横断性的学科得到很大发展.这些新学科以过去划分的各种学科的某些共同方面作为自己的研究对象,在它们的研究中,更多地涉及到事物的关系、结构,因而结构主义的整体性方法、模式方法也更加广泛地被采用.

结构主义方法在自然科学中的广泛运用和所取得的巨大成绩,无疑对社会科学家具有重大影响,促使他们在自己的研究领域中也试图运用这一新的研究方法.列维·斯特劳斯在谈到这方面的感受时说道:“现代科学每天都奇迹般地扩大着我们的认识,改变着我们的思想方式,因而哲学思考只能从科学中吸取营养”①,而“结构研究的好处,正是在于这些研究给我们带来希望,那些比我们更先进的科学可以在这些方面给我们提供解决问题的模式和方法”;结构“能够对社会科学起到像核物理学对于精确科学所起到的那种革新作用”②.

除了自然科学的影响之外,结构主义方法之所以在社会科学领域被广泛运用,结构主义哲学思潮之所以兴起,还有一定的社会

① 新观察家,第816期,巴黎1980年.

② 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文版,1970:33.

原因.结构主义思潮产生于本世纪60年代的法国,在此之前,以萨特为代表的存在主义哲学曾在法国红过一阵.后者是一种强调个人自由、斗争,带有小资产阶级激进情绪的哲学,在法国它曾和马克思主义哲学结成联盟,给法国的知识分子带来兴奋.但是,随着当时世界政治风云的变化,两大阵营之间冷战加剧,西方的反苏情绪增长,法国的知识分子连同对马克思主义一起也对存在主义丧失了兴趣.另一方面,60年代的法国正处于政治上、经济上短暂的"稳定"、"繁荣"时期,这种形势使知识分子滋长了一种幻想脱离政治,回到书斋去进行纯学术研究的情绪.这种情绪也促使他们抛弃存在主义和马克思主义哲学.结构主义哲学回避政治问题,追求学院式的研究,正是适合法国知识分子上述口味的哲学,于是,它应运而生.正如法国社会学家阿隆(R.Aron)所说,结构主义哲学是法国"知识分子的鸦片."

2　结构主义方法论的特征

结构主义方法论,顾名思义,是以结构作为研究对象的.因此,要搞清结构主义方法论,首先必须弄懂什么是结构.

结构(Structure)一词来源于拉丁文Structra,而后者是从动词Struere(构成)演变而来,原意是指以部分构成整体,因此,由动词"构成"演变而来的名词"结构",就用来表示在由部分所构成的整体中的各部分之间内在的一定的组织方式和关系.

结构主义的学者们对结构的特征有不同的理解,一般说来,瑞士结构主义者皮亚杰对结构所作的解释颇具代表性.皮亚杰认为,结构具有下列一些特征:

(1)整体性."一个结构是由若干个成分所组成的;但是这些成分是服从于能说明体系之成为体系特点的一些规律的.这些所谓组成规律并不能还原为一些简单相加的联合关系,这些规律把不

同于各种成分所有的种种性质的整体性赋予作为全体的全体”.[①]

(2)转换性(或同构性).结构不是静止不动的体系.“一切已知的结构,从最初级的数学‘群’结构,到规定亲属关系的结构……等,都是一些转换体系”.这些体系内的各种成分可以按照一定的规律不断进行转换,其中有些转换是非时间性的,有些转换是时间性,但不论进行何种转换,整个体系都处于“能动的平衡”之中.[②]

(3)自律性.即结构“能自己调整”.结构内的各种成分虽可以转换,但各种转换“不会越出结构的边界之外,只会产生总是属于这个结构并保存该结构的规律的成分”,所以,转换的结果并没有使整个结构发生变化,而只是使自身得到调节.“这种自身调整性质带来了结构的守恒性和某种封闭性.”[③]

尽管结构主义的学者们在各自领域中运用结构主义方法有千差万别,但由于结构具有上述特性,这就决定他们的方法也具有共同的特性.这些共同特征是:

(1)强调对事物的结构进行整体性的研究.结构主义哲学家认为,对事物有两种研究方法.一种是先把事物分解为它的各个部分,对各部分一一孤立地加以认识,然后再将这些认识总合起来,以构成对于事物总体的认识.这称为分析的方法.这种方法虽然能说明事物部分的表面现象,但不能帮助人们认识事物的本性.因为,孤立地研究部分不能真正认识部分,而且,全体也不是部分的简单总合.各个部分的认识相加,不能构成对全体的认识.与此相对立的另一种结构主义的方法,把事物看成是按照一定内在结构组成的总体,整体在逻辑上优先于部分,各部分的联系及其性质、意义是由整体的内在结构决定的,因此,在认识程序上,应当首先认识整体、认识整体的内在结构,然后再根据此整体结构来认识各

---

① 皮亚杰.结构主义,商务印书馆,1986:3.

② 皮亚杰.结构主义,商务印书馆,1986:6.

③ 皮亚杰.结构主义,商务印书馆,1986:9.

个部分.列维·斯特劳斯明确指出,结构主义的方法“倾向于从整体到部分,”[①]他本人在研究神话时采用的就是这种方法.

自称是结构主义的马克思主义者阿尔图塞指出,马克思主义是有其内在结构的,这一结构从总体上决定了马克思主义理论所能提出的问题,提出问题的方式,以及解决问题的方法.这种内在结构深藏在马克思主义之中,是其创造者无意识地投射进来的.根据这一道理,人们在研读马克思主义的经典著作时,不能光停留在著作的表面词句或表面论述,而要透过这些“挖掘出它的内在结构来”,只有这样,才能深刻理解其中每一概念的含义,以及它们之间的联系,从而掌握马克思主义的本质.阿尔图塞把这种研究、阅读马克思主义经典著作的方法,比喻为医生根据病人的表面征兆来探明病因,称之为“听症阅读法.”

(2)在唯心主义地解释结构的基础上,提出以“模型法”去发现结构.在结构主义者看来,他们所发现的内在结构并不是事物本身客观具有的,而是由创造这些事物的人的无意识结构投射到事物之上的.根据对结构的这种解释,他们否认通过观察、实验可以透过事物的表面现象,发现潜藏在背后的深层结构.相反,他们提出要以所谓的“重新构造法”、“模式法”等唯理主义的方法去发现结构.这两个方法简单说来就是:研究者通过分析、配置组成事物的各种因素,主动地设想出几种关于这些组成部分如何结构、形成事物的模型,然后用它们去解释事物,若其中有一种能很好地解释事物的一些现象,就认为该模型代表了事物的内在结构.例如,福柯就是通过这种方法而提出所谓“知识型”(episteme)以作为人类文化的深层结构.“知识型”是每一时代各种知识领域中所使用的基本范畴的认识论的结构型式,亦即每一时代认识论基本观念的一套配置,它决定着每一时期人的思想、生活、生存方式、直至日常行为的细节,决定着每一时代各种知识领域具体思想的产生.福柯把

① 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文版,第358页.

人类文化的发展分为三个时期:①文艺复兴时期,②17世纪的古典时期,③19世纪以来的时期,指出这三个时期的知识型结构分别为综合的结构、分析的结构、和立体的结构.

按照上述观点,事物的结构既是人的非理性的投射,又是通过人的设想而发现的,那么,这样的结构岂不完全成了人主观自身的产物,它对事物还具有什么意义呢? 巴尔特说:"每一种结构主义活动的目标,无论是反省的还是创造性的,都在于这样来重造一个'对象',这一重造活动能揭示对象据以发挥作用的规则……,创造或反省并非是世界的逼真逼肖的'复写',而是与本来世界类似的另一世界的真实创生,但它并不企图模写本来世界,而是想要使其成为可解释的".[①]巴尔特的这段话表明,结构主义者承认结构不仅是人的创造,而且还与现实世界具有某种程度的类似.类似的思想更明确地表现在列维·斯特劳斯的论述中:"这类模式是具有精确、彻底和不太复杂的定义的理论构成物;它们必定在所从事的研究中的本质方面与现实类似,……与现实的类似性对于使操作手续具有意义乃是必需的".[②]承认所发现的结构与现实具有类似性,实际就是承认结构具有客观基础,这与结构主义把结构看作人的无意识的投射的观点是相矛盾的.

(3)强调对于结构内部的研究,忽视、甚或否定对于结构以外因素的研究.结构主义者认为,是内在结构决定着事物及其各个成份的性质和意义,而内在结构是封闭的、自足的、与外部因素无关的,据此,他们只重视结构内部因素的分析和内在结构的把握.例如,拉康在研究人的梦境时,他不从外部世界、不从人在白天的活动去寻求作梦的原因,对梦境作出合理的解释.相反,他认为人的梦境是人的无意识的表现,而无意识也是一种"语言",一种欲望的、本我的语言,"无意识的话语具有一种语言的结构",梦境就是

① 巴尔特.批评文集,巴黎,1964:191.

② 布洛克曼.结构主义,商务印书馆,1980:22.

此类话语的语义简约和(或)作为句法替换的功能,如歪曲、反应形成、否定、隐喻、换喻等.根据对梦的这种看法,拉康指出,若要了解梦境的真实含义,只需要对梦内的无意识进行结构式的语言分析.

(4)强调对于内在结构进行静态(共时态)的研究,忽视或反对对它进行历史(历时态)的研究.结构主义者认为,结构具有相对的稳定性和静止性,只有把事物内设定的各种成分放在同一时态里进行静止的分析、比较,而暂不考虑它们各自的变化,才能发现它们之间所存在的结构关系.

结构主义语言学家的先驱索绪尔在研究语言的系统时,采用的就是这种共时性的研究方法.他指出,语言"是一个纯粹的价值系统,其价值完全取决于各种成分暂时的组合状态,不决定于其他任何东西".[①]尽管各个语言符号是随历史而变化的,但作为代表一定意义的符号,不能从历史中找到根据,而取决于在一个共同时代里各个语言符号之间的结构关系.所以,索绪尔说:"历时变化有它自己存在的理由,但由历时现象产生的那些具体的共时结果,与历时现象毫无关系."[②]

列维·斯特劳斯研究神话采用的也是这种共时性的方法,他把神话看成与音乐一样,具有共时性的内在结构."神话与音乐两者都需要时间,但是它们又都否定时间.因为二者都抹煞时间的作用.音乐把欣赏的时间变成共时间的、自律的整体,因而欣赏作品是在通过该作品的内在组织,把流逝的时间固定化起来,使我们能够得到永恒的结构.""神话也与音乐一样,它是超历史、超过去的,它是时间与永恒结构之间的对立的调和."[③]他根据音乐和神话的这种特点,称它们是"滞止时间的机器",并在对神话的研究中采用了共时性的方法.

---

① 索绪尔.普通语言学教程,纽约,1959:80.

② 列维·斯特劳斯.神话集,法文版,1964:23~24.

③ 列维·斯特劳斯.神话集,法文版,1964:23~24.

但是,结构主义并没有否定历史性的变化.巴尔特说:"结构主义并没有从世界中夺走历史".[①]问题是结构主义如何看待历史变化.

首先要明确,这里所说的变化不是指结构内部各成分的变化,而是指整个结构的变化.尽管在结构主义者看来,结构具有相对稳定性,很少变化,他们甚至指出,有时人们以为结构变化了,其实未变,例如,一些学者以为古代人的思维与现代人的思维在质上有根本区别,列维·斯特劳斯却指出原始思维与现代思维在结构上是一致的,它们之间的差别,不是"人类心智发展的不同阶段",而只是"对自然进行科学探究的两种策略平面."[②]但是列维·斯特劳斯又承认结构也是会变的,这是一种间断性的变化,是从一种结构向另一种结构的转化.他说:"人类历史就是"各种断裂结构的间断性变化",是"多个历史领域的非连续的集合."""历史并不象历史学家所写的那样,历史就象地质学家和精神分析学家所看到的,是企图用时间,或者毋宁说用一种'舞台造型'的方式,把物质世界和心理世界的某些基本属性表现出来."[③]

(5)由于强调结构对历史的决定作用而否认人是历史的中心.结构主义者认为,一切社会现象和文化现象的性质都是由结构决定的,人不过是结构的载体,人的一切思想、行为都是受结构支配的,是一定结构的表现,结构甚至被说得与个人无关.福柯说:"我被消灭了.……我们现在关心的是发现'有'.…… 我们不是用人,而是用无作者思想、无主体知识、无同一性理论来代替神".[④]结构主义者埃济沃斯(Edgeworth)对这一点说得更明白:"结构主义者是没有思想者的思想.它是以人文科学的形式揭示出它们自己的种

① 巴尔特.批评文集,巴黎,1964:196.

② 列维·斯特劳斯.野性的思维,商务印书馆,1987:20~21.

③ 福柯.与莎坡萨尔的谈话.转自布洛克曼.结构主义,商务印书馆,1980:13.

④ 福柯.与莎坡萨尔的谈话.转自布洛克曼.结构主义,商务印书馆,1980:13.

种结构的思想.结构主义并不是列维·斯特劳斯或者福柯的思想,它是使人种学与语言学相联系,使医学与知识考古学相联系的话语.……这些话语的作者并不是写作者、思想家和社会学家.这些话语是说出其对象的现实语言的方法本身的作品.这些话语是揭示出其自身的意义,一种神话或一种系统的意义".[①]列维·斯特劳斯把上述结构主义观点的特征概括为:结构主义"不是创造人,而是把人消融掉"[②].存在主义哲学十分强调个人,特别是萨特把个人的自由选择抬高到至高无上的地位,认为个人自由是决定一切的因素.结构主义反对这种以个人为中心的观点,它认为超出于结构之上的个人自由选择是根本不存在的.皮亚杰说:"不应当谈人的自由,而应当谈他被卷入和束缚于这个结构的情况".[③]

以上归纳的只是结构主义方法的主要特征.从这些特征中可以看出,结构主义作为一种方法论确实提供了不少积极的内容.因为,随着科学的发展,愈益证明事物内部和事物之间存在着规律性的联系,呈现出某种固定的结构,这种结构从总体上制约着其组成部分,决定了事物的本质,因此,把握结构对于认识事物具有十分重要的意义.而结构主义所论述的把握结构及其组成的方法,如通过模型以把握结构,对结构内部各部分进行共时态的分析,从总体出发以了解部分等,都是很有参考价值的.

但是,结构主义关于结构的看法是唯心主义的,并且,结构主义作为一种方法论具有其片面性.它强调结构关系而忽视结构的载体,强调整体而忽视部分,强调形式而忽视内容,强调内部而忽视外部,强调结构内各部分的静止关系而忽视其运动变化.在评价结构主义方法时应当看到这些缺陷.

下面我们将通过结构主义方法在语言学、人类学、和文学中的

---

① 埃济沃斯.结构主义的关键问题,巴黎,1967:7.

② 列维·斯特劳斯.野性的思维,商务印书馆,1987:281(译文略有改动).

③ 皮亚杰.结构主义,商务印书馆,1986:12.

具体运用对它作进一步的考察.

3 结构主义语言学

在社会科学领域,要数语言学最早采用结构主义的研究方法.在上世纪末、本世纪初,瑞士著名的语言学家索绪尔就为结构语言学奠立了基础.他所采用的结构主义方法,和自然科学中所采用的结构主义方法一样,同为本世纪60年代结构主义思潮的直接理论来源,它们一道共同影响着结构主义哲学的诞生.

索绪尔出生于瑞士日内瓦一个自然科学家的家庭,曾在日内瓦大学、莱比锡大学读书,以后又在日内瓦大学任教讲授语言学.其主要著作《普通语言学教程》是在他死后由学生们整理他的讲稿而写成,此书一向被语言学界看作结构主义语言学的经典著作,影响遍及全世界.

索绪尔对语言学的贡献是开创性的.过去,语言学家们一向都把语言看成是个人意识的表现,孤立地研究一些语言事实,探究能指(语言符号)与所指(符号所代表的意义)之间的对应关系,索绪尔改变了这种旧的研究方法.

索绪尔认为,首先必须弄清语言学的研究对象.为此,他把语言和言语作了区分.言语是个人说出的话语,它具有一定的表现形式.由于各人的生活环境、习惯、心理气质和所受教育的不同,每个人的言语表现也显出千差万别.而语言是一种社会现象,它代表了社会的集体意识.语言要通过个人的言语表现出来,个人不能创造语言,也不能改变语言,只能接受语言.索绪尔在区别语言和言语的基础上指出,语言学的研究对象应当是语言而不是言语,过去的语言学家把这二者混淆起来,错将言语当成了语言学的研究对象.

语言作为一种符号由两个部分组成,一曰能指,即语言的音响;一曰所指,即音响所代表的概念、意义.索绪尔认为,语言的能指与所指之间的关系是任意的、约定俗成的.例如,同一个所指,中

文叫“树”,而英文却叫“tree”,这其间没有什么必然的原因.语言的能指与所指之间的对应关系,在他看来,其建立的根据就在于语言是一个系统.“语言既是一个系统,它的各项要素都有连带关系,并且其中每项的价值都只是因为有其他各项要素同时存在的结果”.[①]这段话的意思就是:一个语言单位(能指)的意义来源于它在语言系统中与其他同时存在的语言单位的差异.索绪尔说道:“……在任何情况下,我们所看到的都不是预先规定好了的观念,而是来自系统的价值.我们说价值相当于概念,其意思是概念纯粹表示差别的,不能根据其内容从正面规定它们,只能根据它们与系统中其他成员的关系,从反面规定它们.它们最确切的特征是,它们不是别的东西”.[②]例如,汉语中的“树”(su)这个词能代表其所指,只是由于在整个汉语的系统中,“树”(su)与“花”(hua)、与“草”(cao)等词有别,它不是它们,因而才获得其一定的意义,否则,单独就它本身而言,是什么也代表不了的.

索绪尔根据语言的上述特点指出,语言学的任务不是描述个别的言语行为,而应当是通过个别言语的表现,深入研究语言系统中形成符号的全部差别及其组合规则(即研究这些符号的聚合关系和组合关系).并且,对这些符号不是进行历时性的、而是进行共时性的研究.

尽管在索绪尔的语言学中还没有出现结构的概念,但贯穿于它之中的上述思想和采用的方法,却是结构主义式的.索绪尔的语言学无疑堪称结构主义语言学之滥觞,它的影响不仅限于语言学,而且遍及其他社会科学.

在索绪尔之后,结构主义语言学进一步得到发展.在20世纪,西方产生了三个观点不同的语言学派:布拉格学派、哥本哈根学派、美国描写语言学派.这三派尽管在观点上存在许多区别,但有

① 索绪尔.普通语言学教程,纽约,1959:114.

② 索绪尔.普通语言学教程,纽约,1959:117.

一点是共同的,即它们都把语言看成是一个独立的符号系统,都强调要对语言内部结构进行共时性的研究,从语言的各个成份的相互关系中去考察语言.围绕这一共同的观点,三个学派有不同的发展.例如,对列维·斯特劳斯有重大影响的布拉格学派的雅各布逊(R.Jakobson)提出,表示意义不同的语音差别,是以音响和音调为基础的二元对立构成的,二元对立是语音中的最终的、不可还原的组成结构.这一观点就进一步发展了索绪尔关于作为区分符号的语音差别的学说(即音位学).

本世纪50年代,在美国的描写语言学派中分化出一个新的学派:"转换生成语法学派",其著名代表是诺姆·乔姆斯基.这一学派对结构主义语言学的理论和方法作出了新的贡献.

乔姆斯基提出,作为符号系统的语言具有两种结构:表层结构和深层结构.所谓表层结构是指句子的语法结构,它的作用是在形式上规定句子如何构成,要遵循什么语法规则.例如,句子可以有主动句的语法结构、被动句的语法结构等.所谓深层结构是指句子的句法结构,也就是指一个句子未形成以前在头脑中已存在的概念之间的结构,它的作用是在内容上规定一个句子的意义.与表层结构相比较,深层结构代表了句子的内在本质,因而有更重要的意义.乔姆斯基认为,在同一种语言中,不同的句型(如被动句和主动句)可以表达同样的含义,其根源就在于尽管这些句子的表层结构(语法结构)不同,但它们却有着同样的深层结构.他还指出,各个民族的语言尽管其表层结构不一样,但它们却有着同样的深层结构,这就是各个民族的语言何以能互相转译的根据.这个转译的过程,在他看来,就是:首先通过一种语言的表层结构,发现它包含的深层结构,然后再通过第二种语言的表层结构将此共同的深层结构表现出来.

乔姆斯基根据深层结构在语言中的重要作用,提出语言学的研究对象应当是语言的深层结构,过去的语言学只注意研究语言的表层结构是错误的.

乔姆斯基将人类共同的语言深层结构形成的原因归结为人先天具有某种创造和理解语言的能力.他说:“语言结构的一般特点并不反映个人的经验过程,而是反映个人获得知识能力的一般特性——在传统的意义下,即反映一个人的天赋观念和天赋原理”.[①]在乔姆斯基看来,正是由于人的这种先天的能力,才自发地形成了概念的合乎理性的规则,产生了语言的深层结构.人的这种能力,在不运用语言时以潜在的形式存在着,而一旦运用语言,它就发挥出来.为了论证人确有这种能力,他列举出儿童在学习语言时能够自动地“举一反三”,造出新句子,以及人们在会话时,能够不费力地听懂别人讲出的新句子等事例,以作证明.可以看出,在对语言深层结构的解释上,乔姆斯基已陷入了先验唯心主义.以上的解释是错误的,他所列举的事实,都可以用唯物主义的观点得到科学的说明.

通过上述的简单考察,应当承认,结构语言学的确为语言学的研究输入了一些新观念,如把语言看成一个系统,认为它有一定的内在结构等,利用这些新观念能够较好地解释一些语言现象,从而促进了语言学的发展.但结构语言学是奠立于唯心主义的基础上的.它片面夸大了语言的形式和关系的作用,否定了语言的客观内容和物质世界对语言的决定作用.

4 列维·斯特劳斯的结构主义人类学

在法国的结构主义学者中,运用结构主义的方法研究社会科学取得成绩最大、对结构主义理论贡献最多、影响最广的,要数列维·斯特劳斯,他堪称法国结构主义哲学的创始人.

列维·斯特劳斯出身于法国一个犹太血统的家庭,毕业于巴黎

① 乔姆斯基.句法理论纲要,引自:当代美国资产阶级哲学,商务印书馆,1977:335.

大学.1935~1939年在巴西圣保罗大学任教时,曾多次深入巴西中部对印第安人进行调查研究,后旅居美国从事人类学研究,一度担任过法国驻美大使馆的文化参赞.1947年后回法国,曾任巴黎人类学博物馆副馆长,巴黎大学、法兰西社会学院教授.1968年获"法国最高科学荣誉奖",1973年当选为法兰西科学院院士.他的主要著作有:《亲属关系的基本结构》(1949)、《悲伤的热带》(1955)、《结构人类学》(1958)、《野性的思维》(1962)、《神话学》(四卷)(1964~1971)等.

列维·斯特劳斯的主要贡献是建立了结构主义的人类学.

人类学,是以人作为研究对象的.它对人的研究大致包括两方面:一是研究作为有机体的人,另一是研究人的行为方式、人类社会现象和社会意识.列维·斯特劳斯所致力研究的是后一方面.在他以前,人类学这一领域已产生了,如19世纪的进化论学派、本世纪的传扩学派、功能主义学派、社会学年鉴派等.但是,他认为这些学派对于人类社会、人类文化的研究只是停留于表面现象,而没有抓住现象背后的普遍本质,因而他企图开创出一条研究人类学的新路.

列维·斯特劳斯在谈到其结构主义人类学的思想来源时,曾把马克思主义、地质学与弗洛伊德的精神分析学比作他的"三个情侣".这无非是表明,这三门学科与他的人类学存在一定的联系.地质学对待地质构造的非历史态度,马克思主义关于历史不以人意志为转移而发展的主张,弗洛伊德的无意识学说,无疑都为他创立结构主义人类学提供了一定的理论依据和参考.但我们认为,真正给予他的人类学以直接影响的,是结构主义语言学.他声称"结构语言学将对社会科学产生变革的作用,就像原子物理学曾经对物理科学起过的作用一样".[1]而他本人正是利用结构主义语言学的方法在人类学领域实现变革者.

---

① 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文版,1970:33.

列维·斯特劳斯认为，语言与文化是密不可分的."语言构成了文化现象和全部社会生活形式借以确立和固定的现象"；[①]"谁要讨论人，谁就要讨论语言".[②]因此，结构语言学的一套方法完全可以运用于人类学.人类学不应当只停留于描写人类社会和文化的各种表面现象，而要像结构语言学那样，把社会的、文化的各方面现象都看成是一个系统，对系统内的构成成分进行共时性的分析，以发现其内在的结构.这个内在结构是"表面上差异不同的"社会现象之中的"恒定不变的因素"，是"超越经验"的"深远的实在".[③]但是，他并不把结构看作社会现象本身客观所具有的，而认为它是在人的创造活动中由人的无意识结构的投射而形成的.所以，人类学研究的最终目的就是，"……在每一种制度和风俗下面去找到这种无意识的结构，并从中得到对其他制度和习俗也适应的解释原则."[④]

列维·斯特劳斯的结构人类学的成就是多方面的，这里仅列举他对亲属关系和神话学所作的研究.

他认为，过去的人类学都是采取孤立地研究亲属关系中的一种成分，如父子、夫妻、兄弟、姐妹等，而没有看到这些成分之间的内在关系，因而也不能从联系的整体上来把握这些亲属关系的意义.他指出，亲属关系具有类似于语言的特征."和音素一样，亲属称谓是意义的要素；和音素一样，只有当它们组合成系统时，才能获得意义.'亲属系统'就像'音素系统'，二者都是人的心灵在无意识思想的层次上建立起来的.最后，在世界各个地区，即使是根本不同的社会，其亲属模式、婚姻规则、某些种类的亲属关系相互之间的指定性态度，等等，都有相同或相似之处.这种现象使我们相

① 列维·斯特劳斯.结构人类学，英文版，1970：358～359.

② 列维·斯特劳斯.悲伤的热带，纽约，1968：421.

③ 列维·斯特劳斯.神话与意义，英文本，第8页.

④ 列维·斯特劳斯.结构人类学，英文版，1970：21.

信,在亲属关系中,正如在语言中一样,可观察的现象都是由普遍而隐蔽的活动法则产生的".①

列维·斯特劳斯集中考察了四种基本的亲属关系:丈夫—妻子、兄弟—姐妹、父—子、舅—甥.他指出,这四种亲属关系是一个整体,在它们之间存在着对立的结构.

首先,夫妻与兄妹两种关系之间是对立的.如果夫妻之间的关系是亲密温存的(积极的),那么兄妹之间的关系就会是生硬对立的(消极的);反之,如果夫妻之间的关系是生硬对立的(消极的),那么兄妹之间的关系就会是亲善和睦的(积极的).与此类似,在父子、舅甥两种关系之间也存在着对立,如前者是积极的,后者即为消极的,反之亦然.

在以上两组对立的基础上,又产生了两组对立关系之间的对立.为了简便,我们把第一组对立标为 X,夫妻关系标为 A,兄妹关系标为 B;把第二组对立标为 Y,父子关系标为 C,舅甥关系标为 D.此外,又以 + 代表关系是积极的,以 - 代表关系是消极的.列维·斯特劳斯根据几个民族的资料,把 XY 两组关系之间的对立状况表列如下:

		X		Y	
部落集团		A	B	C	D
母	特罗布里恩德	+	-	+	-
	修埃	-	+	+	-
系	多波	-	+	+	-
父	库布图	-	+	+	-
	切尔克斯	-	+	-	+
系	通加	+		-	+

① 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文版,1970:34.

他从上面的考察中得出结论:以上所述的对立结构是"亲属关系的最基本形式,确切地说,它是亲属关系的基本单位."[①]整个亲属关系就是按照此对立结构而形成的统一体系.如想知道某种亲属关系的意义(它是积极的还是消极的),只有把它放在整个亲属关系的体系之中,考察它与其他亲属关系的对立关系,才能获得成功.

列维·斯特劳斯指出,具有对立结构的亲属关系是在人类社会初期,通过各部落之间对等地进行妇女交换而建立起来的.他写道:"我们应把婚姻制度和亲属制度看作一种语言一样,即看作在个人和集团之间进行交流而设计的一套交流方案,这里的信息,由在氏族、家庭之间循环的女人集团构成,……".[②]具体地说,在古代,当一个部落内的男人娶了另一个部落的女人为妻,同时又对等地把本部落的女人外嫁到那个部落,这时通过妇女的交换,便在两个部落之间建立了亲属关系.至于这样做的原因,他认为,这"事实上是一种普遍存在的乱伦禁忌的一个直接后果".[③]所谓乱伦禁忌,即不准在本部落通婚的禁令,在他看来,这一禁令是不自觉地深刻于人的无意识之中的.也可以说,"亲属关系是心灵在无意识层次建立起来的".他把亲属关系产生的最后根源归结于人的无意识,这当然是唯心主义的错误的解释.

关于古代神话,列维·斯特劳斯指出,从表面看,神话好像是随意构成的,其中,"任何事情都可能发生.没有逻辑,没有连续性.任何特征都可以被看作属于任何一个主体;可发现各种可以想像的关系."但如果仔细观察,又会发现这些神话在某些方面存在着"惊人的相似之处",若干个情节片断,在这些神话中规律性地进行重复.为什么会出现这种状况? 他根据结构主义的观点认为,这是由

① 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文版,1970:46.

② 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文本,1970:61.

③ 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文本,1970:46.

于这些神话"在其深处隐藏着稳定的结构".[①]是这个普遍的稳定结构,决定了不同神话中的情节在意义上具有某些相似.而此稳定的结构,又被认为是由人类心灵先天的无意识的模式投射到神话中的,它代表了原始人类、同时也代表了现代人类心灵的普遍结构.故列维·斯特劳斯认为,研究神话学的目的,就是要通过对一系列神话的比较分析,去发现神话中的内在结构,并通过它再去发现人的无意识的普遍结构.

在列维·斯特劳斯看来,要寻求神话的内在结构还得从构成神话的语言入手.但构成神话的语言不同于一般的语言,它能超越时间和空间的限制.他说:"神话是一个高层次上活动的语言,在这一个层次上,意义成功地'离开了'它赖以滚滚向前的语言基地".[②]不啻可以说,决定神话意义的是神话故事情节本身.

列维·斯特劳斯根据神话的上述特点指出,不同于构成语言的最小单位是词,构成神话的最小单位是表述神话情节的短语或句子,在研究神话时,首先要对构成一系列神话的那些短语或句子进行历时性和共时性的分析、比较,从而去发现这些神话的意义.他说,这种情形就好像管弦乐队中的乐谱,"如果要有意义,必须历时性地沿一条轴线(即一页接一页地从左到右地)阅读,同时又必须共时性地沿着另一条轴线阅读,让所有垂直地写出的音符组成一个总的组合单位,即一束关系."[③]在通过这种方法知晓不同神话中短语和句子所表达的共同意义后,再进一步去探求决定意义的神话的内在结构.

下面以列维·斯特劳斯所研究过的三个神话为例,来说明他如何具体运用上述结构主义的方法去研究神话.

这三个神话故事的情节如下:

---

① 列维·斯特劳斯.神话学,第一卷,法文版,1964:56.

② 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文本,1970:210.

③ 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文版,1970:212.

(1)卡德摩斯神话:天神宙斯骗走了卡德摩斯的妹妹欧罗巴,卡德摩斯因寻找其妹杀死了毒龙,毒龙的牙齿播种下地后,长出了它的后裔——斯巴托人,他们互相残杀,最后剩下的人与卡德摩斯共同建立了忒拜城.

(2)奥狄浦斯神话:底比斯王子奥狄浦斯因解开了怪兽斯芬克斯(狮身人面兽)的谜而杀死了这个怪兽,后来他于无意中杀死了他的生父累奥斯,娶了他的母亲约卡斯为妻,中了他出生时的预言;当奥狄浦斯知道事情的真相后,他悲愤至极,自己刺瞎双目,离宫出走.

(3)波吕尼克斯神话:奥狄浦斯的两个儿子厄多先斯和波吕尼克斯为争夺王位而在战争中互相残杀致死,他们的妹妹安提戈涅不顾禁令为其兄波吕尼克斯安葬.

列维·斯特劳斯把以上三个神话故事的情节分成若干片断,以短句表述之,然后,按每一个故事的情节将短句历时性地进行横向排列,并且共时性地把各个神话中相似情节的短句排在同一竖行,由此而形成表1.

经过这样的处理后,列维·斯特劳斯发现,分别列入四竖栏的神话情节,代表了三个神话所共同具有的四种意义.第一栏里的事件,表示过分重视血缘关系;第二栏里的事件,表示过分轻视血缘关系;第三栏里的事件,暗示否定人类来源于土地(按照神话,人是由妖怪的牙齿掉下土地而生出的,而此栏里的事件却是人杀死了妖怪);第四栏里的事件,又暗示人类来源于土地(因为正是土地给人带来了残疾).在这四个栏目所代表的意见之间存在着对立关系.第一栏和第二栏相对立,第三栏与第四栏相对立.这些对立的意义同时并存于三个神话之中.

神话中的这些对立并存意味着什么呢?列维·斯特劳斯对此进行了探讨.根据他的意见,古希腊人原是相信人是从泥土里生长出来的,但现实告诉他们,人又总是由男女结合而生,这就产生了矛盾.这三个神话故事就是试图解决这一矛盾,在对立的信仰和现

表 1

(1)卡德摩斯寻找他那被宙斯骗走的妹妹欧罗巴			
		(2)卡德摩斯杀死了这条龙	
	(3)斯巴托人互相残杀		(9)拉布达科斯(累奥斯的父亲)=瘸腿的
		(4)奥狄浦斯杀死了狮身人面兽	(10)累奥斯(奥狄浦斯的父亲)=左拐子
	(5)奥狄浦斯杀死他的父亲累奥斯		(11)奥狄浦斯=肿痛的脚
(6)奥狄浦斯娶他的母亲约卡斯为妻			
	(7)厄多先斯杀死了他的兄弟波吕尼克斯		
(8)安提戈涅不顾禁令埋葬了哥哥波吕尼克斯			

实之间"找到一个满意的过渡".神话对此矛盾解决得如何呢,他写道:"尽管问题不可能解决,但是奥狄浦斯神话提供了一种逻辑工具,它把一源(即土地)生还是二源(男女)生的原初问题与异类(不同血缘)生还是同类(相同血缘)生的派生问题联系起来了,……通过两者的相互同一来解决上述难题(或者更确切地说,是以后者代

替前者)”.[1]这段话的意思是说,神话的内在意义是要解决在人的来源问题上的意见对立,但在它那里却把这一对立转化为在乱伦禁忌上的对立,企图通过后一对立来解决前一对立,尽管神话没有明确解决这一问题,但却表现出“神话意识总是从对立的意识出发,朝着对立的解决而前进”的倾向.这种从对立到消解对立的倾向深深存在于人的无意识之中,是无意识的内在结构,神话的对立结构是前一结构的投射.

列维·斯特劳斯采用结构主义的方法以研究亲属关系和神话学,是有一定成绩的.它使得一向被认为是杂乱无章的亲属关系和神话,变得有章可循,可以理解了.尽管他关于结构的某些观点是错误的(如认为亲属结构和神话结构都是人的无意识结构的投射),但是,他的工作无疑给予我们很多启发,其中最宝贵的一点就是,社会科学不能停留于描述现象,它应当象自然科学一样去进行规律性的研究,在此过程中,可以适当采用自然科学的某些方法.

5　结构主义文学

结构主义的方法还被广泛地运用于研究文学艺术.本世纪60年代,在巴黎成立了以“太凯尔”命名的结构主义文学团体.这个团体还以“太凯尔”的名字发行了期刊,出版了丛书,于是,“太凯尔”就成了一个团体、一种期刊和一套丛书的统称.“太凯尔”的领导者是菲利普·索莱尔(P·Sollers 1936~),主要成员有:让·雷卡多(J. Ricardou)、克莉斯特娃(索莱尔之妻 J.Kristeva)等.除了“太凯尔”之外,结构主义哲学家雅克·德里达(J.Derrida1930~)和罗兰·巴尔特也对结构主义的文学艺术作出颇多贡献.

本节不打算对上述结构主义文学家的观点一一分别介绍,只想综合地简单论述整个结构主义流派在文学艺术方面的主要

① 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文版,1970:216.

思想.

结构主义在文学艺术方面的主要活动可以归结为三个方面:①结构主义的诗学(Poetics).此处的诗学,不是指研究诗歌之学,而是指结构主义根据语言学模式而创立的关于整个文学的结构和方法的学科.②结构主义叙事学.指以语言学模式来探讨神话、童话、传说等故事体作品的结构或语法的专门学科.③结构主义文学批评.指运用结构主义的方法专门对某些其内容本身就涉及文学批评和文学理论的作品的批评.

结构主义文学通过以上三个方面的活动,表达了它们关于文学艺术的下列观点:

(1)结构主义认为,每一种形式的文学都是一个统一的整体,可以通过对构成这个整体的各种成分进行分析,再按它们的组合变化列成模式,找出该文学整体的规律.例如,法国的戏剧理论家艾丹·苏瑞奥(E.Souriou)根据这一理论提出,戏剧的场景是由功能(指剧中的不同角色)的特殊组合而构成,他把戏剧分析为六种功能和五种不同的组合方法,由此而构成210141种戏剧场面,它们也就是戏剧这一种文学形式的不同模式.苏瑞奥把他所写的一部论述戏剧的著作由此而命名为《二十一万种戏剧场面》.

又如,英国文学批评家诺斯洛普·弗赖伊(N.Frye)在他所写的《批评的解剖》一书中,按照小说主人公与其他人物和环境力量对比的状况,把欧洲一千五百年来小说发展的历史分为五种模式:①神话:作品中主人公的力量绝对超过其他人物和环境的力量;②浪漫主义小说:作品中主人公的力量相对超过其他人物和环境的力量;③现实主义小说:作品中主人公的力量超过其他人物,但不超过环境的力量;④自然主义小说:作品中主人公的力量并不超过其他人物和环境;⑤嘲弄性小说:作品中主人公的力量不如其他人物和环境.弗赖伊认为,欧洲一千五百年来的小说就是按照以上五种模式的次序发展的.

结构主义认为,文学研究的任务,首先就是要从总体上把握每

一种文学形式的模式,找到了模式,就是发现了该文学形式的结构、规律,为分析该形式下的作品奠定了基础.

(2)在结构主义看来,一部作品的意义不是根据它所表现的内容决定的,孤立地分析一部作品,不能把握其意义;相反,分析一部作品,应当把它放到它所属的文学形式的大系统中,通过与其他作品的比较,发现其语言文字的形式结构,并由此了解作品的意义.例如,结构主义文学家托多罗夫(T.Todorov)在分析卜伽丘的作品《十日谈》时,将其一系列故事的情节归结为,主人公进行"改变情境"、"犯错误"、和"惩罚"的行动,指出这就是这一系列故事的结构,也就是它们的意义所在.

结构主义认为,通过这种结构式的比较研究往往可以发现单独分析一部作品时无从发现的内在意义.我国的学者张隆溪在介绍结构主义文学的方法时,曾列举了这样一个例子:我国"三国"时期的曹植写了一首《美女篇》的诗,其中有两句写道:"盛年处房室,中夜起长叹".从表面看,这两句诗的意思是描写一个美丽的采桑女因自己的丈夫不称心而忧愁.但如将这首诗与屈原的《离骚》进行比较,就会发现更深的含义.在《离骚》中有这样两句:"惟草木之零落兮,恐美人之迟暮",在这里,美人是用以比喻道德高尚的君子.知道了在中国古代诗歌中美人一词的另一种含义,就会明了《美女篇》中所描写的,实际是怀才不遇的君子,因而上面引用的两句诗,实际上是不受重用的君子为自己的不公待遇而发出的哀叹,这是该诗句的深层意义.

(3)结构主义根据作品的意义是由作品本身的语言所决定的,指出这个意义不是作者主观意义的表现.因而读者阅读作品,要想理解作品的意义,也不必想方设法去揣摩作者的主观意图.相反,读者完全可以根据自己对作品结构的探索,来把握作品的意义.据此,巴尔特主张,阅读作品是读者与作者之间的对话,作品的意义是开放性的,应允许读者对作品的意义作出"各种各样的解释";甚至包括原作者所没有设想的意义.他在谈论诗歌中的这种情况时

说道,诗歌的词语可以“闪烁出无限自由的光辉,随时向四面散射而指出一千种灵活而可能的联系.”

与结构主义在其他领域中的运用一样,它关于文学艺术的观点,一方面具有重视文学作品的整体联系,强调对文学进行内在的、整体性的、规律性的研究的优点,另一方面又具有只重形式、不问内容、错误地解释作品结构的缺点.

(作者:戴文麟)

参考文献

[1] 皮亚杰.结构主义,北京:商务印书馆,1987.
[2] J.M.布洛克曼.结构主义,莫斯科—布拉格—巴黎,北京:商务印书馆,1980.
[3] 伊·库兹韦尔.结构主义时代,上海:上海译文出版社,1988年.
[4] 索绪尔.普通语言学教程,纽约,1959.
[5] 乔姆斯基.句法结构,英文版,1957.
[6] 乔姆斯基.句法理论纲要,英文版,1965.
[7] 列维·斯特劳斯.结构人类学,英文版,1970.
[8] 列维·斯特劳斯.神话学,(四卷),法文版 1964~1971.
[9] 列维·斯特劳斯.悲伤的热带.纽约 1968.
[10] 列维·斯特劳斯.野性的思维,商务印书馆 1987.
[11] 埃德蒙·利奇.列维·斯特劳斯,北京:三联书店,1985.
[12] 拉康.拉康论文集,巴黎,1966年.
[13] 巴尔特.作品的零度,巴黎,1953.
[14] 巴尔特.批评文集,巴黎,1964.
[15] 巴尔特.*S/Z*,巴黎,1970.
[16] 阿尔图塞.阅读〈资本论〉,伦敦,1977.
[17] 阿尔图塞.保卫马克思,伦敦,1977.
[18] 福柯.词与物(英译本更名为《物的秩序》),纽约,1973年.
[19] 福柯.知识考古学,伦敦,1972.

十　解释学方法论

引　言

古典解释学的最初形态分为文献解释学与神学解释学两种，与之相应，古典解释学在雏形中便形成了语文学与语义学两种解释技术.古典文献研究注重经文典籍的语汇、语法上的考证注疏并从中发展出一整套解经释典的技巧与方法.随着解释学自身的不断进步，这种方法只作为一个不太重要部分为后起的解释学理论所吸收.与文献解释学的方法和目标不同，神学解释学在研究《圣经》中着眼于文本的涵义、意指和内容，以便更好地领会和履行神意.16世纪马丁·路德的宗教改革运动进一步推动了神学释义学的发展.著名的“解释学循环”方法也初步提出.此时的解释学虽颇具规模，但仍是一门理解古代文本的技术性、工具性学问.这种局部解释学经维科(G.Vico 1668～1774)、沃尔夫(F.A.Wolf 1759～1824)等人的努力，至施莱尔马赫(F.D.E.Schleiermacher 1768～1834)时，已发展为一种普遍的方法论并具有一定的认识论意义.施莱尔马赫在古典解释学中占有重要历史地位，被称为“解释学的康德.”他不仅系统总结了古典解释学，还提出了一些普遍适用的理解方法(参见1.1.).19世纪，实证主义和“历史主义”崛起.面对实证主义的机械主义倾向以及“历史主义”的历史相对主义和怀疑主义所导致的困境，狄尔泰(W.C.L.Dilthey 1833～1911)试图从其“历史理性批判”纲领出发提供一种新的方法论来重新解释历史文化的发展，这位“解释学之父”强调在人文科学中运用理解与解释的方法以区别于实证主义，为了达到真正客观的理解和解释，他提

出了两个互相关联的方法(参见 1.2.).

解释学发展到海德格尔(M.Heidegger,1889~1976),发生了一次根本性转折——向本体论的转折.这种转折一方面通过把理解和解释活动从传统的经验和认知层面推进到人的存在层面,并把它确立为人的本质性向度,从而将生活世界、精神科学以及一般存在论研究都收归于解释学的"文本"领域;另一方面又使由狄尔泰引入解释学的历史维度以人的历史性存在为基础得到了根本性的强调与巩固,从而为"精神科学方法论"的解释学奠定了本体论基础.经历本体论转向之后的解释学已是现代意义上的解释学,它的主要方法论基础是现象学.伽达默尔(G.Gadamer,1900~　)在接受现象学方法的同时对传统方法论进行了尖锐的批判.他认为,传统的精神科学面临真理与方法的两难选择.方法与真理不能一致,总是处于一种对立的张力之中.对于真理来说,方法总是不到家;对于方法来说,真理又总是处于迷雾之中.这种恶性循环的结果必然导致历史领域里真理的被遮蔽状态.走出困境的唯一途径就是彻底摧毁传统方法论的城堡,寻求真理与方法的一致和融合.伽达默尔解释学思想的继承者和批判者哈贝马斯(J.Habermas,1929~　)极大地拓宽了解释学方法论的视域.哈贝马斯强调解释学应吸收分析哲学、语言哲学的方法并与"法兰克福学派"的社会批判理论联系起来,强调解释不能仅仅在文本、语言和意义的框架内活动,它更应该批判地指向社会意识形态.哈贝马斯对解释学的实践指向和批判方法在一定程度上弥补了伽达默尔解释学的缺陷和不足,并极大地启发了利科的解释学思路.法国哲学家利科(P.Ricoewr 1913~　)不满意海德格尔和伽达默尔的解释学过分注重本体论的倾向,为了建立把本体论、认识论和方法论融于一体的统一的解释学,利科在研究工作中广泛吸收并运用了现代西方人文主义诸多流派的方法论合理因素,把解释学推进到一个新的高度.

1　古典解释学方法论

古典解释学时期出现了大量的解释学原则和方法，这里仅以两个代表人物的主要方法为例作一介绍.

1.1　语法解释方法与心理学解释方法

这是施莱尔马赫提出的两种解释方法.

语法解释方法就是暂时忘记作者，仅仅根据某种文化上共通的语言特性来分析文本的语言特性，并通过个体性和整体性相互比较或对照，确定词的真正意义.对此，他建立了44条解释学法则，作为理解和说明一切历史本文的基本理论原则.其中头两条最为重要：①在一篇给定的文本中需要充分确定其含义的每一内容，必须根据文本作者当时公众所处的语言情势来加以确定；②在给定段落中每个词的意义，必须参照其周围共存的其它词的意义来确定.这两条规则，一是强调了理解的语言性；二是强调了个别与整体的解释学循环原则.这种语法解释又被称为"客观的"解释.

心理学解释方法即把语言当作作者表现个性的工具，忘记语言的共通性和中介性，通过读者与作者心理上的同质性，用直观方法从总体上把握作者.施莱尔马赫更重视这种类型的解释.在他看来，文本的作者和解释者具有内在心灵的互通性，尽管人们因其禀性、品质、心理的差异而各有不同，但人却因具有一种普遍的人性而能达到心灵互通和情感交流.这种普遍的人性，互相沟通，表现在成功的语义交往之中.这就是解释者可以理解和说明历史文本的根据.施莱尔马赫认为，文本的作者与解释者由于时空的分隔，对文本的意义的理解肯定存在着差异.但是，解释者如果有丰富的历史知识和语言学知识，通过创造性的直觉重建作者的创造过程，他就可以比作者本人更好地理解作者，因而，理解和说明文本，既具有一定的普遍法则，又富有个体创造性.

1.2 “重新体验”的方法与历史的方法

狄尔泰希望通过“重新体验”的方法和历史的方法来重建文本的原有意义.

“重新体验”的方法认为,人所创造的人文——历史世界,是一个“精神”世界,它是由意识到自己目标的人创造的;它是一个历史世界,因为它是随着人对世界的意识而改变的.因此,对人类历史的理解只能靠“重新体验”.狄尔泰把“理解”定义为“我们理解体现在一个物质符号中的精神现象的活动”,或者“在外部世界的物质符号基础上”,理解“内在的东西”的活动.理解就是一个人与另一个人(包括一个人对自我的理解)的交流过程.一个人向另一个人开放,便是向他说的话开放.因此,理解就是一种对话的形式.“我们只有通过把我们的实际体验融注到自己和他人的生活表达中去,才能理解自己和他人.”[①]对这个“他人的世界”的理解要靠“重新体验”或“设身处地”,即将自己的心理置换成“他人”的心理,使“我”与“他人”达到一种类似对话的关系.

历史的方法,其含义为:如果说认识自我,只有认识他人才有可能,那么,认识自我同样必须先认识历史.狄尔泰说:“人是什么,只有他的历史才会讲清楚.”[②]因此,人在认识之前,先置自身于历史之中,他必须处身于历史之中去认识历史本身.历史生活既是理解的对象,又是理解的条件.他认为,“在我们成为历史的观察者以前,我们已经是历史的存在物,而且只因为我们是历史的存在物,我们才成为历史的观察者”.[③]我们之所以能理解历史,是因为历史与个体在根本上具有同质性、可互通性.

---

① 狄尔泰全集,第七卷,第87页.
② 狄尔泰全集,第七卷,第247页.
③ 狄尔泰全集,第七卷,第27页.

2　现代解释学方法论

现代解释学理论的建构和形成与现象学的方法是密不可分的.同时现代西方哲学诸流派的方法也渗入到了解释学的研究之中.

2.1　理解与解释:现象学方法的创造性运用

现象学对现代解释学核心概念"理解"与"解释"的建立和运用具有决定性的影响.现象学的方法是整个解释学大厦不可或缺的基础,但解释学中的现象学已不是胡塞尔意义上的现象学,它的目标不再是寻求一种绝对的真理,显现也不再被束缚在先验意识领域之内.例如,利科接受了胡塞尔的现象学方法,认为现象学和解释学之间存在着亲和关系:一方面,二者既有共同的假设,即意义问题是首要问题,又有共同的论题,即意义的来源先于语言;另一方面,现象学的方法不可避免也是解释学的方法.但是,利科却对胡塞尔作为阿基米德点的"自我"即"先验意识"概念提出了异议,他认为胡塞尔的"自我"实际上是一种当下的直觉,一种超验的意识.利科明确提出,"意义之家不是意识,而是"不是意识"的某种东西."[①]

2.1.1."真正的方法是事物自身的活动"

海德格尔在其《存在与时间》中对其现象学方法的性质作了如下说明:"现象学描述的方法上的意义就是解释.此在现象学的λo'νos具有 epmnvεÜενν(诠释)的性质."[②]由于《存在与时间》把现象学看作存在论研究的唯一方法,因此"解释"也就是把握存在、领会存在之意义的唯一道路.问题在于,在《存在与时间》中,解释指的是

① 利科.弗洛伊德和哲学:论解释,德文版,第55页.

② 海德格尔.存在与时间,中译本,第47页.

什么.

解释属于人的理解活动.《存在与时间》把人称作"此在".此在不是主体,因此,"领会"和"解释"也就绝不是主体所应有的表象认知行为.相反,应从存在论上去设定领会和解释理解活动.正如伽达默尔所指出的,"理解就是人类生命原始的存在特质."①因此,解释作为属于此在存在的基本结构就超越了传统的认知意义.从否定方面看,解释首先不是直观、表象、判断、逻辑推导等认知行为.

在《存在与时间》中,对传统思维方式作了两个根本性的批判."在世"结构首先以人与世界的原始一体性结构反对传统认知的主客对立模式.更为根本性的批判则在于,在"筹划"的阐述里对作为传统本体论、传统认识论和方法论的基础的在场先天性和直观先天性的破除.海德格尔指出,此在的生存筹划,一方面向着世界筹划自己的可能存在,展开世界的意蕴整体(可能的意义整体),同时也实行着向自身的返转,即:它自身被它所向之筹划的可能性展开.②藉此筹划,此在听凭可能性作为可能性来存在,赋予它们以缺席之留存;藉此筹划,此在听凭意蕴本身存在,听凭世界成形与瓦解.③于是在场的先天性和直观的先天性双双让位于筹划的在先性."世界和人都不是'本体论上'现成事物,而是'历史性的',即它们都具有历史性的存在方式."④

"领会"和"解释"则是"同一个东西",也就是人的理解活动.或者说,两者是理解活动相应于存在论及存在状态两个层次的两种概念.领会着重强调人的理解能力或理解的结构;解释则是理解行为.《存在与时间》把理解推向存在层面,其要点在于以心智的原始

① 伽达默尔.真理与方法,中译本,第334页.

② 海德格尔.存在与时间,第31、32页.

③ 萨利士.突入澄明之境.文化:中国与世界,第2辑,北京三联书店,1987.

④ 伽达默尔.真理与方法,中译本,第336页.

统一状态为主要维度,弥合实践与理论行为的传统分裂.就此而论,鉴于西方传统对"显"意识层面的关注,那一向为传统所忽视的"隐"意识在这里就显得更为紧要.

领会展开世界意蕴整体,解释则赋予世界以某种意义,使之处于某种因缘状态之中.解释赋予意义的基本结构是"作为"结构.解释活动使此在能够把某个上手的东西"作为"某某东西加以掌握和运用."作为"结构从世内存在者的承用性方面——从根本上说则是从它同此在和此在的世界的牵连方面——来指示存在者."作为"结构把世内存在者揭示出来从而是"显"的意识.同时,它也标志着理解活动的能动的、创新的方面,侧重体现理解对将要被揭示的世界的创造性作用.

《存在与时间》中的解释就是人在其生存活动(当然也包括理论活动)中心智的一体性的全然投入.这种一体状态先于理性和非理性的区分,涵融了显意识和隐意识,在本质上是一种"体悟".

另外,既然解释活动受到来自世界和人两方面的作用,它也就是某种在人和世界的关系总体内部的运动,即一种"在世"自身的活动.

海德格尔通过对"现象"和"逻各斯"这两个现象学组成部分的分析,认为现象学的方法就是让显示自己的自身,可见,现象不是"表面现象",它就是它自己,不存在一个内在于其中的本质;但是作为现象的东西会被遮蔽,因而需要"走向事物本身",[①]使被掩盖的存在显现出来.伽达默尔同样抛弃了在主客体分裂基础上把方法看作是主观意识活动的传统方法论,强调"真正的方法是事物自身的活动","当然没有我们思维的卷入,事物并不会自行其事,但思维意味着展开事物固有的逻辑."[②]如果说此在是海德格尔探寻存在意义的突破口,那么理解就是伽达默尔阐释人与世界关系的

① 海德格尔著,陈嘉映等译.存在与时间,第1版,三联书店,1987:35.

② 伽达默尔著,洪汉鼎译.真理与方法,上海译文出版社,1992:471.

突破口.理解在其哲学中已不再是认识论基础上的主体活动,而是人生活在世界中的方式,具有本体的意义,哲学解释学也不遵循从现象到本质的认识逻辑,而是让理解运动自己展现其普遍性及内在的整体结构,让理解的历史性自己显现出来,让人与世界的关系自己显现出来.

在《真理与方法》中,伽达默尔借用“游戏”的分析来表现现象学的方法,他反对传统方法论把游戏视为第一性的观点,认为只有游戏者失去自我意识,全神贯注于游戏中,游戏活动才会实现它所具有的目的.游戏相应于游戏者的意识具有优先性,它具有独立于游戏者意识的本质.游戏者不是游戏的主体,游戏只不过是通过游戏者得到了表现,因而游戏其实就是一种“发生”,它的意义来源于游戏本身的过程.这样,伽达默尔通过隐喻的方式试图表明,既然事物本身的运动过程是第一性的,那么区分主、客观就毫无意义,解释者并不仅仅是一个静观对象的超然旁观者,他还是一个参与者.文本的意义就在于文本和解释者能动的相互作用,因而文本不是一个固定的存在物,它本身并不能实现自身的意义,只有在理解过程中,活生生的意义才能得到展现.游戏的现象学分析只是伽达默尔作为艺术本体论阐释的入门,他通过这一分析展现出普遍的理解模式及其内在结构,这种模式可以推及到对历史、对文本的理解.

在对解释学本体论转向进行分析时,伽达默尔借助于语言的分析来透视人与世界的关系.在他看来,一方面,语言是理解得以普遍实现的媒介,它既规定了理解对象,又规定了理解活动本身,语言真正的在是它的内容,因而它已不再是一种工具,它也是人存在的一种方式;另一方面,语言同世界又有密切的关系,每一种语言都带给人一种对于世界的特定态度和关系,而“在每一种世界观里都隐含了世界自身的存在.”[①]能被理解的存在就是语言,我们

① 伽达默尔著,洪汉鼎译.真理与方法,上海译文出版社,1992:404.

只能通过语言来理解存在,世界也只有进入语言才能得到展现,"凡是在某种东西能被我们所产生并因而能被我们所把握的地方,存在就没有被经验到,而只有在产生的东西仅仅能够被理解的地方,存在才被经验到."[①]语言性的世界经验是绝对的,它超越了一切存在状态的相对性,因而世界不是与人无关的自在实体,语言和世界也不是主客体的关系.这样,伽达默尔认为,人与世界的本体论关系,即人以语言的方式拥有世界,这样一个结构整体,就在语言中呈现出来了.

为了克服主、客体,现象和本质相分裂的二元论方法倾向,伽达默尔继承了现象学的方法,把理解作为未分裂的原生统一体,并用意向性方法来说明统一的内在整体性,强调让统一体自己显现出来的认识方法,以克服分裂的趋向,从而最终建构了一元论的本体论,而现象学方法正是这一理论导向的基础.

2.1.2 理解的意向性

胡塞尔认为意识活动具有意向性,意识对象是由意识活动的意向性所构成的.海德格尔认为"在世界之中"是此在最基本的存在方式,只要此在在,就已经在世界之中,此在对自身的理解和对世界的理解一同展开,此在从一开始便寓于世界中而存在.显而易见,"在之中"这一结构整体已蕴含着一种意向性的结构因素.伽达默尔承袭了意向性的原则,并应用于对理解与传统的分析,以说明两者内在的不可分割的联系.

伽达默尔认为,我们本质上是进行理解的在者,"事物本身"不能被误解为事物"自在着",理解也不能误解为理解者去除一切前结构和前判断,客观地把握文本原意的认识活动.事实上,我们总是以一种特殊的方式在世,有特定的历史处境和社会视界,有先于我们的语言,有无法摆脱的历史性,这一切就构成了无法超越的传统.传统在属于我们之前,我们已经属于传统,理解展开的同时也

---

① 伽达默尔.真理与方法,德文版,第ⅩⅩⅢ页.

就意味着传统的存在,因而理解必然要在传统中展开,理解者不可能走出这个世界,以一个旁观者的身份俯视文本.伽达默尔指出:"不应把理解设想为好像是人的主观性行动,理解是将自已置身于传统的一个过程之中,在这过程中过去和现在不断地融合."[①]因此,传统既然不是一个外在于理解的境域,它就内在于理解活动之中,并且构成我们的一部分;它也不是一个由既定的已有的存在物集合而成的世界,它自身也处于过程之中.理解和传统内在地融合在一起,这个统一体就包含着一种意向性结构,它既有意向指向,又含有意向对象,正是这一意向性的构造活动体现了理解和传统的内在关系.如果说,在海德格尔那里,世界作为意指的对象,还只是一个被动的存在,因而意向性还只是具有单向的主动性,那么,伽达默尔则用能动的相互作用改造了意向性原则.在他看来,传统并不仅仅是理解必须寓于的世界,还对理解产生积极的建设作用.传统不仅为理解设定视域的界限,同时也在理解的过程中获得新生,它与理解保持一种动态的对应关系,传统决定理解,理解也决定传统.这样,伽达默尔通过意向性的方法,把传统内在化到理解的结构整体之中,从而使传统和理解在本体论上获得了高度的融合.

2.1.3. 解释中的三重悬置

在胡塞尔那里,现象学的 epoche(悬置)不是怀疑,也不是否定,而是"将整个自然世界置入括号中………使我完全隔绝于任何关于时空事实性存在的判断",[②]不仅如此,它还要求将一切自然科学和精神科学,以及它们的全部知识组成,甚至是超验者上帝都置入括号加以悬置不问.经过悬置的现象学就为进入纯粹意识领域及其一般结构做好了准备工作.

① 真理与方法,第258页.转引自张汝伦.意义的探究—当代西方释义学,第180页.

② 纯粹现象学通论,中译本,第97~98页.

利科在解释学工作中剔除了胡塞尔"悬置"的对象,把悬置法作为一种方法纳入到语义学层面中,让文本理论绽现一个全新的视域并与其它流派互相沟通.这样,就产生了以下三种悬置:

心理意义的悬置:在说的语言中,说话者的意向与已说出的话的意义常常是重叠的,而在书写语言中,说话者的当下性不复存在了,作者要说的东西的意义与写出的东西的意义发生分离,文本成了独立存在的东西,"文本表明的东西不再与作者意谓的东西一致;因此,文本的意义和心理的意义具有不同的命运"[①].不过需要说明的是,利科在解释中对作者和作者意向的悬置采取一种较为温和的立场,他有时也承认作者的心理意向与文本的意义的相互依赖和辩证运动.

社会历史条件的悬置:文本语言摆脱了说话语言的此时性与此地性,超越了时空限制.从理论上说,文本语言可以在任何时间任何地方面向任何能阅读的个人,文本语言可以被无限地阅读.因此,文本产生的社会历史条件应在解释中被悬置.

直接指称的悬置:由于对文本语言的心理意义和产生文本的社会历史条件进行了悬置,文本直接的、文字的指称也就不可能像口头语言那样明晰确定.在文本解释中,文本的直接指称事实上也被悬置起来.一个文本的世界不是一个充满直接指称的世界,而是一个可能的世界.利科的"象征"理论认为"双重意义表达式"中的直接的、基本的、文字的意义指示间接的、第二性的、比喻的意义,解释活动不能执著于直接的字面意义,应该将直接意义悬置起来,解释学追求的是文本的隐藏的、比喻的意义.

利科认为,这种语文学分析为反思提供了活动的思路和目标,反思通过"同在"解释"自我"生命的记录,解释对象和行为、象征和符号,一步步逼近那可望而不可及的本体论"希望之乡".

---

① 解释学和人文科学,第139页.转引自《意义的探究—当代西方释义学》第248页.

2.2 理解的否定性与开放性:理解的辩证法

伽达默尔对黑格尔的辩证法作了深入的研究,他抛弃了黑格尔的辨证逻辑方法,不再寻求那最后的综合和无所不包的体系,只是认为,“黑格尔的思辨辩证法,仍与我们保持经常的接近,‘无限联系’这一任务仍然存在.”[①]对于伽达默尔来说,辩证法不是为了从有限去思考无限,从人类经验去认识自在存在者,从短暂去把握永恒,以建立一个绝对,它仅仅是为了说明理解本质上是一个不断否定的过程.

理解的历史性:黑格尔认为绝对理念有一个自我发展,自我完善的过程.伽达默尔同样赋予理解以历史性,认为理解是一个无限的运动.他认为理解的历史性是由三个构成要素组成的.其一是在理解之前已存在的社会历史因素,其二是理解对象的构成,其三是由社会实践所决定的价值观.因而在理解活动中,不仅是理解主体,而且作为对象的文本也内在地嵌于历史性之中,也就是说,受历史制约的不仅是理解者,而且也包括解释对象.一方面,对于理解者来说,“先见”是他理解前所处的历史存在状态,是历史占有个人的方式,这是理解者无法选择的事实.他的一切理解都必须从“先见”开始.“先见”作为人现在的存在状态,同时又包含有过去,“先见”作为理解的前提,又指向将来可能的存在,它潜在地包含着未来.“先见”表现的就是存在和历史的关系,他决定了理解者的历史性;另一方面,文本的内容在不同的历史环境中有不同的意义.文本的意义不在于作者或最初解释者的经验,它“部分地也是由解释者的历史处境所决定的,因而是由历史客观进程之总体性所决定的.”[②]理解必须被看成意义生成的一部分.既然历史的进步无

---

① 真理与方法,第二版序言,上海译文出版社,1992.

② 真理与方法,第263页.转引自张汝伦《意义的探究—当代西方释义学》第188页.

穷无尽,那么一个文本的真正意义的发现永远不能结束,理解是一个"事物本身"和我们的传统之间无穷的"游戏"过程.这样,过去和未来在理解中得到了统一,时间的三维性随理解一同展开.对解释学来说,历史性就不但不是需要加以克服的主观因素,而且它恰恰是理解得以可能的前提条件,是与我们自身的存在紧密相联的.我们不可能超越历史去理解文本,而且也只有在理解历史的前提下才能展示人的存在过程.理解既包括对历史状况的探求,更重要的是致力于揭示未知,扩大人存在的范围和可能性.伽达默尔对理解历史性的论述体现着辩证法的运用,这使他从根本上告别了古典解释学的历史观.

经验的否定运动:黑格尔认为正如自然界没有两片完全同样的树叶,我们不可能有两次同样的经验,经验通过否定的运动来发展自己,这种否定是包含了肯定的"扬弃".伽达默尔接受了这一思想,认为"经验的真理始终包含一种朝向新经验的倾向."[①]这种辩证的倾向体现在经验的开放性和有限性之中.伽达默尔认为,经验的运动不是在固定的境域中进行的,它是一个流动的过程,一个不断获得新经验的过程,它的开放性决定了它的不确定性;经验的开放性又意味着自身的有限性,人始终是以自己特定的历史方式立足于世界的,尽管视界和经验可以不断的扩大和丰富,但其存在的历史性决定了它们是一个有限的定在,不可能跨越时空获得无限的理解和绝对的经验.他的经验总具有现时性,总是趋向一个更大的但仍然是有限的对于世界的理解.

伽达默尔用对话模式来具体阐述经验的辩证运动,在他看来,历史文本作为解释的对象,意味着向解释者提出一个问题."理解

① 真理与方法,第319页.转引自张汝伦《意义的探究—当代西方释义学》第197页.

一个文本意味着解释这个问题."[1]文本提出的问题总是处于一定的历史视界中,对它的理解必然要求在我们的视界中重新提出这个问题.因而问答过程就是突破过去和现在的两个视界,形成一个新的更大的视界,这就是向着更高方向发展的否定过程,理解的历史性决定了这一过程的无限性.

伽达默尔彻底贯彻了经验的历史性原则,把经验的运动视作一个永不停息的辩证过程.在他看来,不存在绝对的真理,真理总是相对于特定的历史条件,文本的真正意义由一代又一代的理解者共同决定,理解过去意味着把握未来,理解就是不断的否定,不断的超越,因而真理总是处于悬而未决之中.

2.3 文本的"言外之意":语义分析法的成果

索绪尔认为:语言作为一种纯形式,必须通过说和写才能得以实现.利科把"由书写而固定下来的语言"[2]称为文本,当然在利科那里,文本概念不只限于文学写下的文本,它有一种普遍性,社会行为和历史也可看作是一种文本,甚至整个的人类存在都可被看作是文本.它们有一个共同的特点,即"间距化",它有四种表现形式:①通过所说的意思达到对所说事件的超越;②文本所表达的意思不再和作者的原意一致;③书写的话语潜在地给与每一个能阅读的人,文本脱离了其产生的社会和历史条件,可以被无限地阅读,④文本不受直指指称的限制.前两种形式意味着文本的客观意义不是作者的主观意向,而是别的东西,因此,正确理解的问题不能像施莱尔马赫和狄尔泰所宣称的那样,通过简单地回归到作者的意图就可以解决,文本的意义应当被建构为一个整体,其结果使文本不止一种解释.因此,作者所声称的意图没有任何特殊作用;

---

① 真理与方法,第333页.转引自张汝伦《意义的探究—当代西方释义学》第201页.

② 利科.解释学与人文科学,中文版,第148页.

后两种形式使文本不受对话者和对话情境的约束，可能会引起两种不同的态度，第一种态度是结构主义所采取的，企图按照文本的内在关系来解释文本，这是来自语言领域本身的说明，但这种说明必须以某种形式的理解为前提，第二种态度，即分析哲学的语义学所采取的，它重视文本语言和所指谓的客体之间的关系，而非文本的字面含义．

分析哲学的先驱，德国哲学家弗雷格把意义区分为含义和指称．含义指的是言语的内涵意义；指称则是言语的言外之意，即外延意义．由于文本脱离开了当下的对话语境，因此，文本的直指指称实际上被悬置起来，它只能在解释的过程中展开，只能是一种可能性．利科接受了弗雷格对含义和指称的区分，但他更重视的是指称，因为正是指称使言语同现实联系起来了．他认为，并不是一切指称都能悬置，文学作品由于其自身语言的隐喻性特点，它不同于一般实证意义的指称．尤其是诗的语言，其隐喻的意义对诗来说是根本性的．利科认为，隐喻的意义只有在消除了文本的字面意义之后才能达到．那么，为说明隐喻的意义，利科借鉴了美国当代哲学家代德曼(Diademan)的研究成果．代德曼从各种艺术的指称功能出发，研究了音乐、绘画等艺术形式的象征体系，认为它们都“代表”了世界的构造，都“造”和“再造”了世界．利科在此基础上提出：隐喻表达式的指称性质是一种形成实在的力，这种语言关心的不是描述实在，而是构造甚至重新构造实在．

利科认为，作为话语作品的文本，就是一个扩展了的隐喻．因此，必须把文本的字面意义的指称悬置起来，我们才能达到文本的“言外之意”，文本解释的目的就是要揭示作为一种可能性的文本世界，即海德格尔的“在世”之“世”，它“本质上是随着此在的存在而展开的”．[1]因此，文本解释的目的不是要回归到作者的原意，也不是要弄清文本的字面意义，而是要通过理解文本达到自我认识．

① 海德格尔．存在与时间，第245页．

利科认为:"提出把象征语言和自我理解联系在一起,我想我实现了释义学最深刻的希望."①

如何通过解释文本达到自我认识?这就必须对文本进行反思和同化.利科认为,反思是理解符号和自我理解之间的一个环节,而自我理解则是解释学的最终目的.反思必须通过对对象和行为、象征和符号的理解和解释,才能达到真正的自我,因为"反思必须成为解释,因为除了在散布于世界上的符号中,我无法掌握存在的行为."②因此,只有走出自我,才能获得自我,那种通过当下的直觉立刻认识到自己的"我思"传统是完全错误的.这种通过反思而达到理解自我的过程就是所谓的"同化"过程,也就是使最初异己的文本意义成为自己的意义的过程.利科认为,同化也必须通过解释文本才能实现,同化就是解释.因此,同化与任何形式的"占有"是不同的,它不是把我们有限的理解能力加之于文本,而是向文本敞开自己,从中接受一个扩大了的自我.因此,同化就是自我的回归和认同.我们事先无法认识自我,自我只是作为解释的结果而被发现的.这个自我不是传统反思哲学中作为主观意识代名词的"自我",而是弗洛伊德意义上的作为无意识的欲望冲动的本我.

这样,利科通过分析语言、文本以及反思主体的"漫长"道路,终于达到了他的解释学的最终目标——理解自我.利科批判地接受了现代西方哲学中的各种方法论思想,试图通过解释学的方法论之途达到本体论之乡,利科把方法论与本体论结合起来,无论是与施莱尔马赫、狄尔泰相比较,还是与海德格尔、伽达默尔相对照,无疑都具有更多的辩证性和合理性.

2.4 文本的无意识领域:精神分析法的启示

弗洛伊德通过对人的心理结构的分析,指出:本我即无意识的

① 利科.解释的冲突,德文版,第16页.

② 利科.弗洛伊德和哲学:论解释,德文版,第46页.

欲望,冲动才是人的真正本质,人的整个精神生活根本是无意识的,意识只是附加的东西.但无意识的欲望冲动只能通过梦这种形式来揭示自己.弗洛伊德认为,梦本身不是意识的语言,它只是在我们的反思中才成为一个文本,因而,梦的文本只是隐晦的欲望的语言表达,这是一种隐喻的语言,只有通过对这种隐喻的解释,才能理解梦的意义,从而接近欲望.因此,反思不是直觉,而是解释.另一方面,梦所表现的其实是欲望的受压抑形式,梦的文本的话语都是经过伪装的,因此,主体和客体都不是直接呈现在梦的文本中.他最后得出结论:自我不是我思的主体,而是一个欲望的对象.

弗洛伊德的思想大大启发了利科.利科主张对"主体"这个概念重新规定:首先,它不是意识,而是欲望的对象;其次,直接的意识是不可能的,在意识之前还有无意识,意识的东西往往是虚假的.因此,必须把意识的东西还原为无意识的表现.而无意识只有通过语言,变为文本才能表现出来,所以,只有通过解释文本,才能进入无意识的主观性领域,才能重新发现并确定主体.要达到这个目的,必须将"解释学嫁接到现象学上."①走一条从方法论到本体论的漫长道路.利科试图将解释学的方法论和解释学的本体论统一起来.要从方法论着手,就必须从分析语言开始,语言是我们把握无意识的必由之路和中介.正如利科所说:"一切实体或本体论的理解首先并总是在语言中获得表现的."②

2.5 语言结构的内与外:对结构主义方法的批判与吸收

在对语言的分析中,利科受到了结构主义的结构分析法的影响.

当代结构主义语言学家索绪尔认为:语言本身是一个完整的符号系统,它是由语言各个成分之间的关系构成的一个语言网络,

---

① 利科.解释的冲突,德文版,第17页.

② 利科.解释的冲突,德文版,第11页.

它具有自身的系统性,语言学不应该历时态地研究语言的外部因素的变化,而应该共时态地研究语言内部不变的系统和结构.利科认为,这种研究方法不仅仅限于语言学,它对于理解人类表达式也同样富有成效.但利科也看到了结构分析的局限性,它只注重形式的研究而放弃了对内容的研究,只注重了语言的共时性而放弃了语言的历时性,这样,语言和外在世界的关系就被悬置起来,我们无法通过语言而达到实在.因此,利科认为:纯粹的结构分析只是一种科学方法,而不是一种哲学,但它对于真正的反思哲学来说都是必要的,因为它是理解自我和在的一个有效的要素,结构分析法可以作为存在解释的一个阶段纳入解释学.

解释学吸收现象学、语言哲学、存在主义和结构主义等众多当代流派的合理的方法论因素,形成了独具特色的解释学理论并对当代西方文化产生了广泛的渗透性影响,影响所及包括文学、美学、历史、宗教、法学、社会学、心理学、教育学,乃至科学哲学等等.

解释学进入文学、美学领域直接导致史超迪(Peter Szondi)的"语义学理解"的解释学和姚斯(Hans Rober Jauss)的接受美学的诞生;解释学在同结构主义的交互影响之中,衍生和发展出另一个在西方哲学、文学和美学界有较大影响的流派"解构主义";而科学哲学中历史主义流派的出现则标志着解释学进入科学哲学.

解释学的方法论摧毁了实证主义视界中的自然科学方法论.实证主义强调自然科学运用实验的、经验的、因果联系的方法,从中立的观察和陈述出发,达到纯而又纯的客观的绝对知识.解释学与之相反,它认为自然科学像人文科学一样,有自己的前知识和先结构,有自己的本体论承诺,有自己的特定社会文化背景,也必须进入解释的循环结构和运动之中.离开了历史的、实践的"人"及其"先结构",所谓的自然科学是不可能存在的,简而言之,没有独立于人的纯粹客观知识.解释学对自然科学认识论和方法论的影响直接表现在以库恩(Thomas Kuhn 1922 ~)、拉卡托斯(Imre Lakatos 1922 ~ 1974)、费耶阿本德(Paul Karl Feyerabend 1924 ~)、

夏佩尔等为代表的科学哲学的历史主义学派关于科学发现、科学发生和进化的、科学的客观性和合理性的理论中.

从某种意义上说,解释学是对打破自然科学和人文科学的僵持对立局面,弥合两大科学由来已久的鸿沟,促进它们之间的交流与融合,实现二者之间本体论和方法论上的统一,做出的一次较为成功的尝试.

(作者:哲 吾)

参考文献

[1] 保罗·利科著,陶远华等译.解释学与人文科学,石家庄:河北人民出版社,1987.

[2] 海德格尔著,陈嘉映等译.存在与时间,第1版,北京:三联书店,1987.

[3] 海德格尔著.走向语言之途,德文版 *Pfullingen* 1986.

[4] 伽达默尔著,洪汉鼎译.真理与方法,上海:上海译文出版社,1992.

[5] 胡塞尔著,李幼蒸译.纯粹现象学通论,北京:商务印书馆,1992.

[6] 张汝伦著.意义的探究—当代西方释义学,沈阳:辽宁人民出版社,1986.

第三部

逻辑学方法



一　逻辑学方法概论

概括地说,包括所有的逻辑基础学科和一切逻辑分支学科,都不过是关于思维活动的模式和程序的研究.人们一般常常把逻辑学定义为“关于思维的形式及其规律的科学”,这个定义不算是错的,但从现代科学发展的角度看,它已不够精确、不够科学了.因为,自有史以来的哲学和逻辑学对思维的研究,以及近现代以来心理学、脑科学、神经生理学和神经网络学等诸多学科对思维的研究来看,可以明确,思维的属性是多方面的,它的活动形式也是多样的.从心理生理学的角度看,思维有其生物化学的、生理机制方面的属性和作为大脑细胞的联结形式;从脑电学的角度看,思维有其电脉冲的属性和传输形式;从思维的存在和表达的角度看,它有语言、符号的属性及其表现形式;再就思维反映事物的角度看,它则有其逻辑属性和逻辑形式.而逻辑科学所直接研究的,就是思维的逻辑方面,即研究思维的逻辑形式及其规律.这种逻辑形式及其规律,也就是思维在反映事物时所必须运用的模式和程序.而这种模式和程序,是有其必然性和规律性的,是不依人们的意志为转移的.

逻辑学所研究的逻辑形式及其逻辑规律,是人类所特有的,也是人类所必需的,只要进行认识世界改造世界,就必须运用这种逻辑模式,遵循这种逻辑规律,否则就不可能实现认识世界和改造世界.正是因为逻辑对人类之如此重要,所以,逻辑就最早地被古代学者所研究,而且最早地形成了科学系统.例如古希腊亚里士多德的《工具论》,古中国墨子的《墨经》,古印度的“因明”.这些最早形成的逻辑学说,都是以逻辑推理为核心的逻辑学说,它们虽然形成于不同的国度,但其基本内容是大致相同的.古代的逻辑学说,比

起古代其他学科，都建立得要早些，更成熟一些.古代逻辑学和古代几何学一样，是具备了较完整的理论系统的，它成为古代人在相当长的历史时期中认识和改造世界的逻辑基本方法.当然，如果就逻辑学本身整个发展历史来看，古代的逻辑还只是人类思维的初级模式.这种初级思维模式的特点，是它的静态性和直观性.即这种古代的思维模式，是从人类所运用的既成语句和句群中概括出来的(语言是思维的直接现实)，而这种既成语句和句群是已经形成的、表现为静态的、直观的语言结果；语句与语句之间的关系也是静态的、比较直观的，它们所体现的逻辑内容——概念、判断和推理，也是静态的直观的，这种逻辑所反映的也只不过是事物间的相对静止的、常见的简单的关系.例如"全同关系"、"包含与包含于关系"、"传递关系"……等等.这些关系，确实也是事物之间的关系，但它们还只是事物间的表层关系，而不是事物内在的、本质的规律性的关系.因此，形成于古代的这种逻辑，虽然是人类认识事物所必须的思维方法，但却不是人类全部的思维方法，它们只是一种以静态分析为主要特征的逻辑方法.这种逻辑方法，对思维的逻辑整体来说，只是初级的逻辑或普通的基础逻辑.随着人类认识和改造世界的水平的提高，随着各种实证分析科学的成熟化和广泛化，人们逐渐深入到了对事物深层的内在的联系和关系的认识，因而形成了对事物及其关系的综合认识，而实现这种综合认识的逻辑手段，就是以综合为主导方法的辩证逻辑.辩证的综合的逻辑，也必须以分析为主导的普通逻辑为出发点和基础，但它不停留在表层的分析，而是通过表层深入到内层，通过静态分析达到动态的综合，从而实现以综合为主导的分析与综合的统一.这种分析与综合统一的辩证逻辑，发端于德国古典哲学家康德，建成于黑格尔，完善于马克思、恩格斯以及现代辩证逻辑学家.

辩证逻辑是以普通逻辑为基础的，没有普通逻辑成果，就不会有辩证逻辑，但这是一种人类思维方式、逻辑科学的重大变革，正确认识这种变革发展，必须正确认识两种逻辑体系的区别和联系，

以及二者各自的特征和意义.康德和黑格尔对此的认识是有缺陷的.康德把普通逻辑界定为“纯形式”、“与内容无涉”的逻辑,并且称之为“形式逻辑”,这是不符实际的,因而是不科学的.根本不存在与逻辑内容无涉的纯粹形式的逻辑,逻辑形式(概念、判断、推理等)归根到底,不过是逻辑内容(事物的共性和联系)的理论概括.与逻辑内容“无涉”的逻辑形式,只能是“无源之水”、“无本之木”,这样的逻辑就成了可以任意主观处理的游戏手段和游戏规则,那就不可能是什么具有必然性规律性的思维模式和思维程序了.事实是,逻辑是全人类任何人都不能不运用的思维形式,它的规律是全人类不约而同的共同遵守的必然规律.因此,逻辑是具客观的强制性的科学思维方法.逻辑与具有很大任意性的语言是不同的,也与任意性较强的人为法律、法规是不同的.创建《工具论》的亚里士多德,总是把表现在语言中的思维的逻辑与事物的逻辑联系起来,对逻辑形式及其规律进行分析论证的.就是从莱布尼兹以来的数理逻辑(符号逻辑),虽然运用数学方法、符号方法研究逻辑,但也并不是把它们当作是与内容无涉的,就其最基本的概念——“真”、“假”来说,仍须以是否符合事物存在来界定.运用人工表意符号语言,不等于否定逻辑形式与逻辑内容的联系,相反地是为了更精确地明确二者的联系.所以,康德的“形式逻辑”概念应当抛弃.黑格尔对普通逻辑的评价,也有偏颇之处,他把普通逻辑定义为“知性逻辑”,将之与其构造的“思辨逻辑”联系起来进行分析,这有其合理之处.但他对普通逻辑,时而肯定它的有用性,时而又将它与形而上学孤立、静止看问题的世界观方法等同起来,认为普通逻辑与形而上学是一样地否认事物的联系、运动和发展,这就不确切了.普通逻辑没深入到事物深层的矛盾运动,不等于它否定矛盾运动;而形而上学世界观则是把普通逻辑规律加以绝对化,并把它作为宇宙的普遍定律.二者完全是不同的.黑格尔对符号逻辑评价也不够准确,他认为符号逻辑只不过是根据抽象同一原则,从纯量上进行同语反复式的论证,对认识具体真理没有意义.这是不确切的.

符号逻辑引用数学方法、符号方法来研究普通逻辑问题，它虽然仍属静态性的分析方法，但它突出了量化分析特点，使得许多容易产生歧义的逻辑问题精确化了，并且开拓了许多新的推理系统，提出并解决了许多逻辑哲学问题，例如协调性、完全性、判定性等问题．符号逻辑成了数学发展的逻辑基础，并且符号逻辑成了人工智能、计算机实现物化的理论根据．因此，应该说，符号逻辑大大发展了普通传统逻辑，突破了传统普通逻辑的局限．而且由于它的数学化、符号化的特点，已发展成不同于普通逻辑的特殊的独立的逻辑学科．它已成为从量的侧面分析研究事物，获得具体真理的科学的更加精确的逻辑方法．所以，应该总结起来说，逻辑科学发展到现在，已经形成了普通逻辑、符号逻辑和辩证逻辑这三大基础逻辑学科，为人们认识和改造世界提供了三大基础逻辑思维方法．我们不仅要正确地运用它们，而且应该不断地深化研究它们，发展它们，使之更加完善、更有效地为人们服务．

本卷的三大基础逻辑学科方法，与“全书”第Ⅱ卷的“应用逻辑学方法”，既有联系又有区别，后者是前者在各种具体学科领域的应用方法，它们是基础逻辑的分支学科方法．本卷还包括有关于新兴逻辑学科“形象逻辑”的系统研究．

（作者：李志才）

二　普通逻辑学方法

1　普通逻辑学的对象及本质特征

1.1　普通逻辑学的对象

现在所通行的普通逻辑学，其内容和体系，主要来自古希腊亚里士多德的《工具论》. 亚里士多德是从既成的语句和句群中，分析总结出命题、判断和推理以及概念、范畴的. 语句是命题、判断的载体，句群是推理的载体，语词是概念、范畴的载体. 语句、句群、语词是属语言范畴，命题、判断和推理以及概念、范畴是属思维的逻辑范畴. 语言是思维的直接表现形式. 而思维离开语言是既看不见又摸不着的. 所以，研究思维的逻辑，必须从语言这种说出来、听得着，写出来、看得见的东西着手. 亚里士多德从语言中分析概括出思维的逻辑形式，并将他们进行了分类研究，揭示了各种逻辑形式之间的关系，例如由词项(概念)组成命题(判断)，由命题组成推理. 而且对推理的逻辑规则也进行了总结和概括，他首创了逻辑学体系. 亚里士多德把他所创立的逻辑学定义为"证明的科学"①. 这个定义主要是指他所总结出来的"三段论"，而"三段论"也就是他的逻辑学的主要内容. 他说："三段论是一种论证，其中只要确定某些论断，某些异于它们的事物便可以必然地从如此确定的论断中推出. 所谓'如此确定的论断'，我的意思是指结论通过它们而得出

---

① 亚里士多德. 工具论，载亚里士多德全集，第一卷，中国人民大学出版社，1990：79.

的东西,就是说,不需要其他任何词项就可以得出必然的结论."[1]这种三段论包括着三个词项:小词、中词、大词."如若三个词项相互间具有这样的联系,即小词整个包含在中词中,中词整个包含在或不包含在大词中,那么,这两个端词必定能构成一个完善的三段论."用公式表示则为"如果 A 可以作为一切 B 的谓项,B 可以作一切 C 的谓项.那么 A 必定可以作一切 C 的谓项."如果 A 不能作一切 B 的谓项,B 可作一切 C 的谓项,那就可以推出,A 不能作一切 C 的谓项."[2]前者的例子如:"好的品质是善,明智是好的品质,所以,明智是善."后者的例子如:"不好的品质不是善,无知是不好的品质,所以,无知不是善."亚里士多德在《工具论》中,也把他构造的三段论推理的各种格式统称之为"逻辑的格",[3]而且在此著作中到处都把运用推理所进行的各种证明和论证称之为"思维方法".这就是说,在亚氏那里,"三段论"、"逻辑的格"、"证明"的内容是同样的,它们就是思维的方法,是思维的程序模式.其中也包括为亚氏所研究了的"归纳"、"类推"、"模态三段论"和"矛盾律"、"排中律"等思维规律问题.实际上,在亚里士多德的逻辑学说中,已包括了后世普通逻辑的主要内容.不过亚里士多德本人还没称其首创的逻辑为"逻辑学";他的门人把他的逻辑著作编辑起来命名为《工具论》,认为亚里士多德逻辑就是科学研究的"工具"、思维的"方法".

明确地用"逻辑"来指称亚里士多德首创的逻辑学说的,是 12 世纪的彼德·阿伯拉尔(Peter Abelard),他有两部书直接标明为逻辑[《逻辑进展》(Logic Ingredientibus)、《我们的预期理由逻辑》(Logic Nostrorum Petitioni)],他有时也用像自古希腊以来就常用的

---

① 亚里士多德.工具论,载亚里士多德全集,第一卷,中国人民大学出版社,1990:88～89.

② 亚里士多德.工具论,载亚里士多德全集,第一卷,中国人民大学出版社,1990:85.

③ 同①.

"论辩术"来指称逻辑(他也著有一部《论辩术》).之后,13世纪又有威廉·奥卡姆(William Ockham)的《逻辑大全》等.在文艺复兴之后,用"逻辑"、"逻辑方法"来标示逻辑学的著作就多了起来,例如托马斯·布兰德维尔(Thomas Blundeville)的《逻辑方法》,罗伯特·山德森(Robert Sanderson)的《逻辑方法大纲》,约翰·沃利斯(John Wallis)的《逻辑结构》,等等.特别是自从琼金·雍吉(Junge Joachim)的《汉堡逻辑》和安东尼·阿尔诺(Antoine Arnauld)、皮埃尔·尼科尔(Pierre Nicole)合著的《波尔·罗亚尔逻辑》(又名《逻辑或思维术》)以及沃尔夫(C. Wolff)的《逻辑学》等著作普遍被应用之后,"逻辑"、"逻辑学"这个概念所表达的逻辑学说,被世界广泛地、一致地接受和运用了.而且通过《波尔·罗亚尔逻辑》和《逻辑学》等著作,把亚里士多德以后逻辑学的发展成果(包括中世纪逻辑学的某些研究成果),基本上都总括起来.普通逻辑的基本内容被总括为三个大的组成部分,即逻辑形式的部分(其中包括概念、判断、推理等),逻辑规律的部分(其中包括同一律、矛盾律、排中律、充足理由律等),逻辑方法部分(其中包括定义、划分、论证、反驳……等方法).不过关于"方法",有狭义和广义的理解,有的把"方法"狭义地解释为在逻辑形式和逻辑规律基础上构造的方法,如下定义方法等;有的则对方法作广义的理解,即一切逻辑的内容(包括逻辑形式和逻辑规律、规则等)都作为"思维的方法".显然这后一种理解是更确切的.至于从方法学角度看,"方法"还包括科学研究的一切其他方法,甚至还包括更广泛的认识、生产实践的一切方法.但就普通逻辑方法来说,它的逻辑方法内容,一直到现在,没有太多的变动.

近代德国哲学家康德和黑格尔,都把传统逻辑称之为"普通逻辑",旨在指明这种普通逻辑是有局限性的逻辑.康德是为了把"普通逻辑"与他的"先验逻辑"(探讨理性、理念发生发展的认识论逻辑)区别开来.黑格尔是为了把它与他的"思辩逻辑"(辩证思维的逻辑)区别开来.康德还把普通逻辑定义为"形式逻辑",他认为"纯

粹的普通逻辑""抽去一切悟性知识之内容及一切对象中所有之差别,而只论究思维之纯然方式."即这种"思维之纯然方式"是与对象内容"无涉"的[①].康德的这种观点,有一定的道理,即他指明了普通逻辑的抽象性与普遍性的特点;但把它说成是与知识内容、对象关系"无涉"这是不正确的.普通逻辑所研究的概念、判断、推理等思维的"逻辑方式",正是知识内容、对象关系的共性的抽象概括,因此它才普适于一切知识和一切对象关系.把这种普通逻辑定义为"形式逻辑"也不准确,不仅会产生很多歧义,而且曲解了普通逻辑的来源和实质,好像它可以任意设定似的.其实普通逻辑的思维形式,归根到底不过是对象共性、对象间一般关系的概括,其实质是对象、对象间一般的简单关系的反映形式.黑格尔对普通逻辑的局限性的看法是正确的,他认为普通逻辑是必需的,是确切地认识事物必须遵循的思维方法;但黑格尔却又把普通逻辑与形而上学世界观等同起来,把它当作孤立、静止看世界的哲学方法,这就歪曲了普通逻辑的性质和特点.

1.2 普通逻辑的本质特征

普通逻辑所研究的思维的逻辑形式,大概地说,就是概念、判断和推理;这些逻辑形式的联结规律有同一律、矛盾律、排中律和充足理由律.概念是思维的逻辑单元,它是事物的类的概括反映形式;判断是概念的联结形式,亦即事物的类与类或类与种之间的联结的反映形式;推理是判断的联结,是事物的类、种、属之间的联结的反映形式.而人的实际思维活动的典型的逻辑形式是推理.例如"树是植物,植物是生物,所以,树是生物"这个推理,它所反映的就是树、植物、生物这三个概念的两两联结的、三个判断的合乎逻辑规律的联结,其客观实质是事物的类、种、属之间的包含和被包含关系的必然联系的反映形式.这样的事物间的联系,是普遍的,无

① 康德.纯粹理性批判,三联书店,1957:72~73.

处不在的,各类事物都具有这种联系,只要人在进行逻辑思维,就必须首先思维事物的这些类、种、属的关系,否则就没法认识、理解事物.所以,它是人类思维的最基本的逻辑形式.运用这样的逻辑形式进行思维,必须遵守反映思维的确定性、一贯性、不模棱两可性和根据的充分性的同一律、不矛盾律、排中律和充足理由律.(关于各种逻辑规律的含义的规定,将在第3章中详述).

很清楚,普通逻辑所提供的逻辑思维方法,就是反映事物类的一般共性(概念就是一类事物的共性的反映形式)以及不同层次的类之间(最基本的是类、种、属三层次)的相对静止状态上的联结关系的思维模式和程序.事物类之间的这种相对静止状态中的相对稳定性的联系,是一切事物皆具有的一种必然联系,即使是事物的运动状态,也具有这种相对静止的方面.因为一切事物都是运动和静止的统一.运动是静止的联结,因此要反映运动,就必须通过反映静止的逻辑形式.当然,运动毕竟不归结为静止,但不通过静止状态的思维形式,就不可能准确地深刻地反映事物的运动和发展.就人类逻辑思维的整体来说,反映运动的逻辑是辩证思维的逻辑,但辩证逻辑要以普通逻辑为基本条件和出发点.所以说,普通逻辑是基础逻辑,是人类逻辑思维最起码的规范性的要求和规定.概括地说,**普通逻辑是思维反映事物相对静止的稳定性联系的逻辑**.以这种逻辑为研究对象的科学即为普通逻辑学.因此,如下的一些定义是不确切的:

"普通逻辑是关于思维形式结构的科学."普通逻辑并不是研究一切思维形式结构的,例如它不研究辩证思维形式结构.

"普通逻辑主要研究思维的逻辑形式,同时也研究思维的逻辑规律和简单的逻辑方法."此定义和上面的定义的问题是基本上一样的,普通逻辑并不研究一切逻辑形式和逻辑规律.

"普通逻辑研究初级的(或初步的)思维形式和思维规律的科学."说初步的或初级的都不确切.不能说,普通逻辑只提供"初步的"思维形式和规律,因为任何思维,包括辩证思维也必须以普通

逻辑方法为基本条件,即辩证思维也必须运用普通思维的逻辑形式,遵守普通逻辑规律.因此不能说普通逻辑只是初级思维工具,高级思维就没用了,如果"初级"的含义是"初级科学",那就更错了,科学只有对象、内容的区别,并无"高级"与"低级"之分.

在明确普通逻辑本质特征的问题上,也牵涉到普通逻辑的表达手段问题,这就是逻辑必须通过语言来表达和存储.在这一点上,普通逻辑和数理逻辑有根本的不同.普通逻辑思维是以自然语言为主要的表达和存储的载体;而数理逻辑则主要的是以人工表意符号——即人工语言为表达和存储的载体.这种区别,主要是为了更好地服务于不同的实际思维的需要,普通逻辑比较适用于日常一般思维和人文科学思维;而数理逻辑(符号逻辑)则适用于数理思维和机器思维(如计算机).

2 普通逻辑形式

普通逻辑包括两个大的方面:普通逻辑形式和普通逻辑规律.前者包括普通逻辑的概念、判断和推理;后者包括同一律、矛盾律、排中律、充足理由律.

2.1 概 念

普通逻辑所研究的概念,是通过语词来进行的.一般实词(名、动、形、数等词)都可表达概念,虚词(副、介、助、连、叹等词)一般都不表达概念.

概念是反映对象特殊的、本质的属性的逻辑形式.是逻辑思维的最基本的单元或要素.例如天、地、日、月、人、兽、社会、商品、小说、音乐等等.

概念的逻辑特点是,任何概念都有内涵和外延.概念的内涵就是反映概念中的对象的特殊的、本质的属性;外延就是具有某种特殊的、本质的属性的对象.例如"人"这个概念,其内涵为"能思维能

制造并使用劳动工具的动物";其外延为古今中外的一切人.概念的内涵是概念的质的特性,概念的外延是概念的量的特性.

普通逻辑根据概念内涵与外延的逻辑特性,把概念划分为许多种类.

根据概念反映对象的量的不同,分为普遍概念、单独概念、空概念、集合概念.普遍概念是反映一类事物的概念,即包括有两个以上对象的概念,例如人、国家、行星等.这种普遍概念,亦称"范畴".单独概念是只反映某单一事物的概念,例如南京、中国、欧洲等.空概念是反映现实中不存在的对象,这种对象是人在思维中把不同事物的某些属性抽象综合起来,虚构成一个类,如燃素、以太、上帝等.集合概念是以事物的群体为对象的概念,如"森林"、"军队"等.

根据概念反映对象具不具有某属性而把概念分为肯定概念和否定概念.前者例如"幸福";后者例如"不幸福".

根据同一系列上下位概念关系而分为属(上位)概念与种(下位)概念.例如"学生"与"大学生".

概念的分类,是依据不同角度的根据进行的,一个概念,从不同角度看可以属于不同的类型,例如"军队"是个普遍概念、集合概念,也是个肯定概念,这要依据具体的思维情况和语言环境来确定.为了确切地合乎逻辑地运用概念还必须明确概念间的关系.从普通逻辑角度说概念间有如下的关系:

(1)全同关系:即两个概念外延完全重合的关系.例如"南京"和"江苏省省会所在地".

(2)包含关系与包含于关系:一个概念的部分外延与另一个概念的全部外延重合的关系为包含关系,例如"书"与"自然科学的书".反之,从"自然科学的书"包含于"书"的概念中,则为包含于关系.此关系即为属种概念之间的关系.

(3)交叉关系:即一个概念的部分外延与另一概念的部分外延重合的关系.例如"男人"与"工程师".

(4)全异关系:两个概念的外延完全不重合的关系,例如“动物”与“非动物”,“上”与“下”.前者为矛盾关系的全异关系,即二者外延之和等于二者的上位概念(即属概念)外延的关系.后者为反对关系的全异关系,即二者外延之和小于上位概念(属概念)的外延的关系.

根据概念的内涵与外延的逻辑特性,以及概念间的逻辑关系,可以制定出三种明确概念的逻辑方法:定义、划分、限制和概括.

(1)定义:是揭示概念内涵的逻辑方法,亦即揭示概念中所反映的对象的特有的、本质的属性的逻辑方法.例如:“人是能思维能制造并使用劳动工具进行有目的生产活动的动物.”这就是个关于“人”的概念的定义.其中“人”是被定义项,“能思维能制造并使用劳动工具进行生产活动的动物”是定义项,“是”是联项.这种定义方法称之为属加种差的定义.其中“动物”为属概念,而且是人与其他种动物最邻近的上位概念;其中“能思维能制造并使用劳动工具进行生产活动”是人的特有的本质属性,是与其他动物的根本差别.正确的定义必须符合下列规则:

(ⅰ)定义项与被定义项,在外延上必须完全重合,不能过宽也不能过窄.

(ⅱ)定义项不能直接或间接包含被定义项,即不能出现“同语反复”或“循环定”.

(ⅲ)定义一般必须用肯定概念,而不能用否定概念.

(2)划分:是揭示概念外延的逻辑方法,即将属概念中所包含的种概念明确出来的方法.例如“产品”这个概念,根据其性质,而划分为“物质产品”和“精神产品”,划分包括三个要素,即被划分的母项(属概念如“产品”)、划分出来的子项(划分出来的各种概念如“物质产品”、“精神产品”)、划分的根据(如物质与精神不同的“性质”).正确的划分,必须符合下列规则:

(ⅰ)划分出来的子项的外延之和必须等于母项的外延,不能多也不能少.

(ⅱ)划分出来的子项必须互相在外延上是全异关系,不能有子项相容.

(ⅲ)划分的根据必须同一,即在一次划分中,只能依据一个根据;在多层次的划分中,每次也只能用一个根据.不能犯"混淆根据"的错误.

(3)限制与概括:是根据概念内涵愈少、则其外延愈大,概念内涵愈多则其外延愈小的反变关系,来扩大或缩小概念的外延,以明确概念的逻辑方法.例如从"生产"限制到"工业生产",再限制到"汽车生产".这就是从一般性较大的概念限制到一般性较小的概念,以用较大的一般性来确切理解较小的一般性,即由一般到特殊,用一般来论说特殊;反之还可以从特殊概括到一般上来.这样,在属种关系的概念系列中,进行从属到种的限制和从种到属的概括,以达确切、深刻地明确概念.限制法的极限是单独概念;概括法的极限是最高的属概念——即范畴.

在上述明确概念的方法中,还须运用比较、分析、抽象、综合这些方法.比较是鉴别对象属性的异同;分析是把对象属性解析开来考察;抽象是舍弃非本质属性抽取本质属性;综合是把本质属性联结为一个总体.例如要明确"商品"这个概念,首先把商品与非商品加以比较;接着则把商品的诸多属性分解开来;然后抽象出其本质属性;最后把抽得的本质属性综合起来,就构成了"商品"这个概念的内涵.商品这种对象,有很多属性,它是劳动的产品,是有价值和使用价值的东西,它或是物质的或是精神的,它有各种不同的存在形式,它或者是有色的或者是无色的,它要在市场上进行交换,……等等.在这些甚至是数不尽的诸多属性中,通过比较、分析、抽象、综合,明确出"在市场上交换"、"有价值和使用价值"这两种属性,是与其他劳动产品不同的、为商品所独有的属性,因此可以构造出"商品"的定义:"商品是在市场上进行交换的有价值和使用价值的劳动产品."同样的,对概念进行划分,对概念进行限制和概括,都须明确对象的本质属性,因此都必须运用比较、分析、抽

象、综合这些方法.

2.2 判　断

普通逻辑研究判断,就是以既成的陈述语句为材料的,但它不像语言学那样研究一切语句;而是研究具有真或假的陈述句.有真有假的陈述句,在逻辑学中,称之为命题.而这种命题总是人作出的,因此是人对事物情况的一种断定,故称之为判断.例如:“各种科学都是有价值的.”这就是个有真实内容的命题,也是一个判断,即它作出了关于“各种科学”的肯定的断定.再例如:“各种危害社会公益的行为都不是好的行为.”也是个真命题,但却是个否定断定.又例如:“上帝是造福人类的.”是个假命题,但却是个肯定断定.总之,命题、判断,都是语句,但是是有真假的语句,是有肯定或否定的断定的语句.

普通逻辑对判断,主要进行分类研究.这种分类是以既成的判断各种不同特点为根据,作出各种分类.首先是根据判断组成上的繁简而分为简单判断(不包含其他判断的判断)和复合判断(两个以上的简单判断组成的判断).简单判断又根据它是断定对象性质还是断定对象关系而分为性质判断和关系判断.复合判断又根据其中各简单判断的组合形式的不同,而分为联言判断、选言判断、假言判断、负判断.最后再根据判断是否包含模态词而分为模态判断和非模态判断.这是大的分类轮廓.在各大的种类之下,还根据各类判断的一些逻辑特点,又各分出较细的种类,如下.

(1)性质判断:即断定对象具不具有某种性质的判断.例如“所有的花草都是生物.”是肯定“花草”具有“生物”的性质;例如“所有的岩石都不是生物.”是否定“岩石”具有“生物”的性质.

性质判断都是由主项、谓项、联项、量项四个逻辑成分组成.

主项是表示被断定的对象的概念,例如上列二例中的“花草”、“岩石”.谓项是表示被断定对象具不具有的性质的概念,例如上列二例中的“生物”.联项是表示主、谓项联结的概念,如上例中的

"是"、"不是",前者为肯定性质,后者为否定性质.量项是表示主项数量的概念,它分为全称量项(表示主项全部外延,一般用"所有"表示);特称量项(表示主项的部分外延,一般用"有些"表示);单称量项(表示主项中的个别对象的外延,一般用"这个"表示).

性质判断按其质量结合,可分为如下六种:单称肯定判断,例如"这本书是逻辑学.";单称否定判断,例如"这本书不是逻辑学.";特称肯定判断,例如"有些书是逻辑学.";特称否定判断,例如"有些书不是逻辑学.";全称肯定判断,例如"一切科学知识都是有价值的.";全称否定判断,例如"一切低级趣味都不是有价值的."

在传统的普通逻辑中,从判断主项的外延上来看,单称判断的主项外延,与全称判断的主项外延,二者都是反映了对象的整体,因而在逻辑上,其量都是对象的全部量被断定,因而在逻辑推演上,全称的量就可完全代表单称的量.因此,就把上列六种性质判断归结为四种:全称肯定判断(用"A"表示)、全称否定判断(用"E"表示)、特称肯定判断(用"I"表示)、特称否定判断(用"O"表示).

A,E,I,O 四称性质判断之间,有如图 3-1 逻辑方阵所表示出来的真、假推演关系:

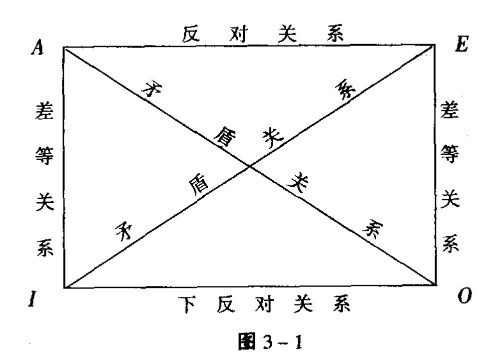


图 3-1

这种方阵关系,第一是在相同的主、谓项的判断之间的关系;第二是假定主项存在的条件下才有这种关系,如果主项在客观上是不

存在的对象，即为空类，则不存在这种方阵关系.

矛盾关系：例如"所有的树都是植物."(A)与"有些树不是植物."(O)，从A真必然推出O假；从O假必然推出A真.再例如"所有的书都不是逻辑书."(E)与"有些书是逻辑书."(I)从E假必然推出I真，反之，从I真必然推出E假.即二者不能同真，也不能同假.

反对关系：例如"所有的书都不是逻辑书."(E)与"所有的书都是逻辑书."(A)，二者之间是从E假必推出A假；如果从"所有的松树都是树."(A)之真则可推出"所有的松树都不是树."(E)之假；如果从"所有的中国人都不是外国人."(E)之真，则推出"所有的中国人都是外国人."(A)之假.总之，反对关系是从一个真必推出另一个假；从一个假则另一个真假不定.

下反对关系：例如"有些植物是树."(I)为真，则"有些植物不是树."(O)为假；"有些书是物理书."(I)为真，则"有些书不是物理书."(O)亦为真.反过来，由"有些人不是大学生."(O)为真，则"有些人是大学生."(I)亦真；从"有些树不是植物."(O)为假，则"有些树是植物."(I)为真.总之，二者不能同假，却可以同真.

差等关系：例如"所有的工程师都是知识分子."(A)真，则"有些工程师是知识分子."(I)亦真；"所有的工程师都是男人."(A)假，则"有些工程师是男人."(I)则真."所有的岩石都是生物."(A)假，则"有些岩石是生物."(I)亦假.总之，A真，I亦必真；A假，则I真假不定.E与O的真假关系亦然.I假，则A必假，I真则A真假不定.O与E的关系亦然.

根据这种方阵中的真假必然关系可以进行推导，得出确切结论.

(2)关系判断：即断定对象与对象之间的关系的判断.例如"二小于三.""南京在北京与广州之间."关系判断皆由关系者项、关系项、量项这三部分组成.上列例中的"二"、"三"、"南京"、"北京"、"广州"皆为关系者项亦即主项，它们可以是两个以上.上例中的

“小于”、“在……之间”为关系项,亦即谓项.表示关系者项的数量的概念为量项,它可以标出也可以不标出.上例为未标出者,例如“有些人和另一些人是亲属关系.”则为标出的特称量项,“所有的中国人民和所有的外国人民都应该是友好的.”则为全称量项.

关系对象间的关系,可以是多方面的,从逻辑上来看,其中对称性关系和传递性关系是普遍的和主要的.对称性关系是甲与乙二对象之间,如果甲对乙有某种关系,则乙对甲也有同样的关系,例如“甲与乙是同代人”,那么“乙与甲也是同代人”.与对称关系相联系的还有反对称关系(例如“2 小于 3”则“3 不小于 2”),非对称关系(例如“小王喜欢小张”,但小张可能“喜欢小王”,也可能“不喜欢小王”).传递关系是不仅甲与乙有某种关系,而且乙对丙也有这种关系,例如“3 大于 2,2 大于 1,所以,3 大于 1.”与传递关系相关的还有非传递关系和反传递关系,例如“小张佩服小李,小李佩服小王,但小张不一定佩服小王”.这是非传递关系的例子,非传递关系的含义是甲与乙有某种关系,乙与丙也有这种关系,但甲与丙不必然有这种关系.反传递关系是甲与乙有某种关系,乙与丙也有这种关系,但甲与丙必然无此种关系,例如“甲数比乙数多 2,乙数比丙数多 2,那么,甲数比丙数决不只多 2.”

(3)模态判断:即含有“必然”、“可能”、“必须”、“允许”、“禁止”之类的模态词的判断.即含有断定对象必然性或可能性的判断.例如“冬去春来是季节的必然规律.”、““明天可能是晴天.”这两种模态判断,都是认识客观事物的模态.这类模态判断分为四种:肯定必然判断(必然 P)、否定必然判断(必然 $\overline{P}$)、肯定可能判断(可能 P)、否定可能判断(可能 $\overline{P}$).这四种判断之间也有性质判断逻辑方阵所示的真假逻辑制约关系.如图 3-2.

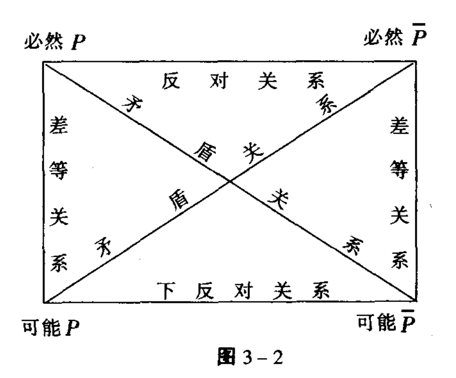


图 3-2

必然 P 与必然 $\overline{P}$，当其一个为真，则另一个必假；当其一个为假，则另一个真假不定.

可能 P 与可能 $\overline{P}$，当其一个假，则另一个必真；当其一个为真，则另一个真假不定.

必然 P 与可能 $\overline{P}$、必然 $\overline{P}$ 与可能 P，当其一个为真，另一个必假；当其一个为假，另一个必真.

必然 P 与可能 P、必然 $\overline{P}$ 与可能 $\overline{P}$，其中必然 P 和必然 $\overline{P}$ 真，则可能 P 和可能 $\overline{P}$ 真；必然 P 和必然 $\overline{P}$ 假，则可能 P 和可能 $\overline{P}$ 真假不定；可能 P 和可能 $\overline{P}$ 假，则必然 P 和必然 $\overline{P}$ 必假；可能 P 和可能 $\overline{P}$ 真，则必然 P 和必然 $\overline{P}$ 真假不定.

包含"必须"(或"应该")、"允许"、"禁止"这类规范模态词的判断为规范模态判断.而每种规范模态判断又皆可分为肯定的与否定的，故共可有六种：必须肯定判断(Op)、必须否定判断($\overline{O_{\bar{p}}}$)、禁止肯定判断(Fp)、禁止否定判断($F_{\bar{p}}$)、允许肯定判断(Pp)、允许否定判断($P_{\bar{p}}$).其中禁止肯定判断(Fp)与必须否定判断($O_{\bar{p}}$)、禁止否定判断($F_{\bar{p}}$)与必须肯定判断(Op)的断定是相等的，例如"禁止中、小学生吸烟"(Fp)与"一切中、小学生都必须不吸烟"($O_{\bar{p}}$)是相等的，"禁止司机不遵守交通规则"($F\bar{p}$)与"司机必须遵守交通规则"(Op)是相等的，因此，我们可以用 $O_{\bar{p}}$ 表示 Fp，用 Op 表示 $F_{\bar{p}}$.

这样,上述六种判断就归结为如下四种判断:

(ⅰ)必须 $P(Op)$;

(ⅱ)必须非 $P(O\bar{p})$;

(ⅲ)允许 $P(Pp)$;

(ⅳ)允许非 $P(P\bar{p})$.

由于规范判断是断定人的行为的是否正确,因而规范判断之间的关系,是正确与否的制约关系,而不是直接的真假制约关系.这种规范判断的正确与不正确的逻辑关系也可用逻辑方阵表示如图 3－3.

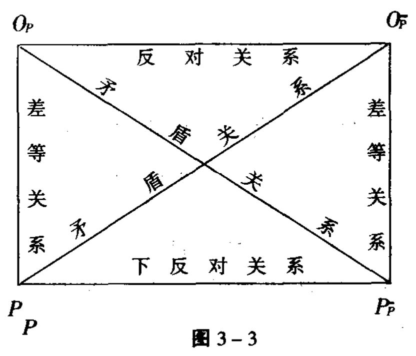


图 3－3

此方阵表明,反对关系为:二者之一正确,另一个就不正确;一个不正确,另一个正确与否不定.下反对关系为:二者之一不正确,另一个就正确;一个正确,另一个正确与否不定.差等关系为:Op 正确,则 Pp 必正确;Op 不正确,则 Pp 正确与否不定;Pp 正确,则 Op 正确与否不定;Pp 不正确,则 Op 不正确.矛盾关系为:其中一个正确,则另一个不正确,反之亦如此.

(4)复合判断,是由一些简单判断通过一定的逻辑联项组成的判断.有如下各种.

(ⅰ)联言判断:即断定若干事物情况同时存在的判断,亦称合取判断.例如"鲁迅是文学家,并且,鲁迅是思想家",其中逻辑联结词是"并且".联言判断的逻辑规则是:只有当构成它的简单判断皆

真的情况下才真,其中只要有一个为假,则联言判断为假.

(ⅱ)选言判断:是断定若干可能的事物情况,至少有一个情况存在的判断,亦称析取判断.其联结词为"或者……,或者……".分为排斥的选言判断和不排斥的选言判断.前者为组成选言判断的简单判断(称选言肢),只有一个为真的判断.例如"张某或者是汉族,或者不是汉族."所以,排斥的选言判断,其逻辑规则是:不仅必须有,而且只能有一个选言肢是真的,否则就是假的.不排斥的选言判断是断定选言肢中至少有一个为真的判断,例如"张某的意见之所以没有说服力,或者是因为论据不足,或者是因为论证不合逻辑."不排斥的选言判断的逻辑规则是:可以不只一个选言肢是真的,但至少有一个是真的,否则就是假的.

(ⅲ)假言判断:即断定某一事物情况为另一事物情况的条件的判断.所以亦称条件判断或蕴涵判断.其联结词为"如果……,那么……".分为充分条件判断、必要条件判断、充分必要条件判断三种.充分条件判断所断定的是如果有甲,就必然有乙,如果没有甲,则乙不定.例如"如果天下雨,那么地就湿","天没下雨","地不一定湿不湿".充分条件判断的逻辑规则是:前件真,后件也真;前件假,后件真假不定.必要条件的假言判断,是断定某事物情况是另一事物情况的必要条件的判断,所谓必要条件即:如果没有甲就必然没有乙;而有甲,却未必有乙.例如"只有虚心学习,才能进步",但"虚心学习"了,不一定就"进步"了,因为还可能学习方法不对.必要条件判断的逻辑规则是:当前件假时,后件一定假;但前件真时,后件真假不定.充分必要条件假言判断,是断定某事物情况是另一事物情况的充分的并且是必要的条件的判断.所谓充分必要条件就是如果有甲,就必然有乙,如果没有甲,就必然没有乙.因此,这种判断亦称"等值判断".例如"当且仅当三角形是等边的,则它是等角的."充分必要条件判断的逻辑规则是:当前后件皆真或皆假时,则为真,否则皆为假.

(ⅳ)负判断:即否定某个判断的判断.例如"并非所有的人都

是中国人."其联结词为"并非",即否定词.它是表示对原判断的否定.负判断的逻辑规则是:原判断真,其负判断必假;原判断假,其负判断必真;原否定判断的负判断等值于肯定判断——双否定律.

简单判断的负判断及其等值判断:"并非'*SAP*(全称肯定判断)'"的等值判断为"*SOP*(特称否定判断)",例如"并非所有的人都是中国人"等值于"有些人不是中国人";"并非'*SEP*(全称否定判断)'"的等值判断为"*SIP*(特称肯定判断)",例如"并非本校学生都不是女生"等值于"本校有些学生是女生";"并非'*SIP*(特称肯定判断)'"的等值判断为"*SEP*(全称否定判断)",例如"并非有些树是无机物"等值于"所有的树都不是无机物";"并非'*SOP*(特称否定判断)'"的等值判断为"*SAP*(全称肯定判断)",例如"并非有些树不是有机物"等值于"所有的树都是有机物".

复合判断的负判断及等值判断:联言判断的负判断"并非(甲并且乙)"的等值判断是相应的选言判断"非甲或者非乙",例如"并非张某的工作既得法,又认真",等值于"张某的工作或者不得法,或者不认真";排斥的选言判断的负判断"并非(要么甲要么乙)"的等值判断是"(甲并且乙)或者(非甲并且非乙)",例如"并非张某办的事要么好,要么坏"等值于"张某办的事或者又好又坏,或者不好不坏";不排斥的选言判断的负判断及其等值判断"并非(甲或者乙)"的等值判断是"非甲并且非乙",例如"并非张某或者是教师,或者是工程师"等值于"张某既不是教师,又不是工程师";充分条件判断的负判断"并非(如果甲那么乙)"的等值判断是相应的"甲并且非乙",例如"并非如果阴了天,就会下雨"等值于"阴了天,并未下雨";必要条件判断的负判断"并非(只有甲才乙)"的等值判断是"非甲并且乙",例如"并非只有天下雨才地湿"等值于"没下雨地也湿";充分必要条件的负判断"并非(当且仅当甲才乙)的等值判断是"或者(甲并且乙),或者(非甲并且非乙)",例如"并非当且仅当室外热室内才热"等值于"或者室外热而室内不热,或者室外不热但室内热".

2.3 演绎推理

推理是从一个或几个已知判断推出一个新判断的逻辑形式.根据推理所具有的各种逻辑特性,可以把推理分为各种类型,分别加以研究.根据推理进程的方向性,可分为从一般到特殊的演绎推理,从特殊到一般的归纳推理,从特殊到特殊的类比推理.还可以根据前提与结论间是否有蕴涵关系,分为有蕴涵关系的必然推理(即演绎推理)和无蕴涵关系的或然推理(归纳推理、类比推理).还可以根据前提数量的不同而分为直接推理(只一个前提)和间接推理(两个以上前提).推理的基本组成部分是前提(据以推出新判断的判断)和结论(从前提推出的新判断).各种推理都有特有的逻辑特点,因此都各自有不同的逻辑规则和要求,但总的共同要求是:推理的前提必须真实和推理必须合乎逻辑规则.

(1)直接推理:即以一个判断为前提推出结论判断的推理.以任何不同的一个判断类型为前提,都可以进行直接推理.这里只介绍典型的、常用的以 A,E,I,O 四种性质判断分别作为前提的直接推理.这有两类方法如下.

(ⅰ)运用性质判断变形方法的直接推理:即或者改变原来判断的联项,将肯定变为否定,或将否定变成肯定;或者对调主、谓项的位置;或者既改变联项又对调主、谓项位置.它们分别称之为换质法、换位法、换质位法.

换质法,A,E,I,O 都可进行.A 换成 E,例如从“所有的学生都是受教育者”,推出“所有的学生都不是不受教育者”.E 变成 A,例如从“所有的学生都不是不受教育者”,推出“所有的学生都是受教育者”.I 变成 O,例如从“有些学生是优秀生”,推出“有些学生不是非优秀生”.O 变成 I,例如从“有些学生不是非优秀生”,推出“有些学生是优秀生”.换质法的规则是:结论的谓项必须是前提的谓项的矛盾概念.

换位法,即调换判断主项与谓项位置的方法.例如从“教师是

脑力劳动者"推出"有些脑力劳动者是教师". A, E, I, O 四种判断中前三种可以换位，即：$SA \to PIS$, $SEP \to PES$, $SIP \to PIS$. O 不能换位，因 O 的主项不周延、谓项周延，若换位则原来不周延的主项变成了周延的谓项，这就犯了外延扩大的错误，故不能换位. 换位法的规则是：第一，只换位，不能换质；第二，换位的主项与谓项必须保持原来的周延情况不变.

换质位法，即把换质、换位结合起来的判断变形法. 例如先从"所有的教师都是脑力劳动者"，换质推出"所有的教师都不是非脑力劳动者"，然后再换位推出"所有的非脑力劳动者都不是教师". A、E、O 三种判断皆可换质位：$SAP \to \overline{P}ES$, $SEP \to \overline{P}IS$, $SOP \to \overline{P}IS$. SIP 不能换质位，是因为 SIP 换质后就成为"$SO\overline{P}$"，根据上述换位规则，"$SO\overline{P}$"不能进行换位，换质位法要遵循换质法和换位法的规则.

(ⅱ)依据逻辑方阵中判断间关系进行直接推理. 例如根据矛盾关系可从"所有的教师都是脑力劳动者"(A)，推出"并非有的教师不是脑力劳动者"(O)；根据差等关系，从"所有的教师都是脑力劳动者"(A)，推出"有的教师是脑力劳动者"(I)；根据反对关系从"所有的教师都是脑力劳动者"(A)推出"并非所有的教师都不是脑力劳动者"(E)；根据下反对关系从"并非有些教师不是脑力劳动者"(O)推出"有些教师是脑力劳动者"(I). 等等，以此类推. 此种运用逻辑方阵方法进行的直接推理，必须遵循逻辑方阵关系的真、假制约规则.

(2)三段论. 即由两个包含一个共同项(中项)的性质判断推出一个性质判断的推理. 它共有三个项：小项(在结论中为主项的概念)、大项(在结论中为谓项的概念)、中项(两个前提中共有的概念). 这三个项(三个概念)两两分别组成三个判断，而成为一个三段论. 例如："金属是导电体，铜是金属，所以铜是导电体."三段论公式：M(中项)——P(大项)，S(小项)——M，所以，S——P.

三段论所依据的公理是：如果对一类事物的全部有所断定，则

对其部分也就有所断定.要正确地运用三段论必须遵循如下规则:

(ⅰ)一个三段论中只能有三个不同的项.因为两个项构不成三段论;四个项则没有一个项起大、小项的中介作用,亦即没有了中项.

(ⅱ)中项在两个前提中至少要周延一次.因为中项是表示一类事物整体的,而只有它是周延的才表示整体,如它不周延,则不符公理.

(ⅲ)在前提中不周延的项,在结论中也不得周延.因为结论中的项,就是前提中的项,在前提中不周延的项,到结论中周延了,那就犯了无根据地"扩大外延"的错误.

(ⅳ)从两个否定的前提不能得出结论.因为否定判断所断定的是主、谓项互相不包含,如果两个前提判断都是否定的,那就是断定小项和大项都与中项无包含关系,因而无根据断定大、小项的关系,故得不出结论.

(ⅴ)两个前提中若有一个是否定的,则结论必是否定的;反之,结论是否定的,前提也必有一否定的.这是因为否定的前提是表示中项与一个项无包含关系,这样也就必然制约结论中的大、小项无包含关系,即相互排斥,故只能是否定的.否定的结论来自前提,故前提一定有一个是否定的.

(ⅵ)从两个特称前提不能得出结论.因为两个特称前提,只有三种组合可能:*II*,*OO*,*IO*(或 *OI*),这三种没有任何一种表示对事物整体作出断定,因而对其部分也不能断定.

(ⅶ)有一个前提是特称的,结论只能是特称的.因为两个前提有一个是特称的,只有如下三种情况:*AI*,*AO*,*EI*.其中 *AI* 的 *A* 是全称的,它周延,必作中项,而 *I* 的主、谓项都不周延,故只能得特称结论;其中 *AO* 有两个周延的项,即 *A* 的主项和 *O* 的谓项,而 *A* 的主项须为中项,*O* 的谓项须为结论的谓项,这样只剩 *O* 的主项为结论主项,而这只能是特称的;其中的 *EI*,*E* 有两个周延项(即 *E* 的主谓项),又因其为否定判断,故结论必为否定判断,否定判断

谓项必周延.因而 E 的两个周延项,一个须当中项,一个须当结论谓项,剩下的 I 的主谓项都是不周延的,不周延的 I 的项当结论主项,只能是特称的.

三段论还可以细分为格和式.根据三段论中项所处的位置,可分为四个格,如图 3-4.

第一格
M — P
S — M
S — P

第二格
P — M
S — M
S — P

第三格
M — P
M — S
S — P

第四格
P — M
M — S
S — P

图 3-4

三段论的规则,在格中体现为各格的规则.例如第一格,由于其中项的位置是在大前提(有结论谓项的前提)中的主项和小前提(有结论主项的前提)中的谓项,故其规则是:小前提必须是肯定的;大前提必须是全称的.之所以小前提必须是肯定的,是因为假如是否定的,则结论必为否定的(根据三段论规则(4)),否定的结论的谓项必是周延的,但它在大前提中为全称判断的谓项,不周延.不周延的大前提谓项到结论中变成周延的了,这就犯了"大项扩大"的错误,故小前提必须是肯定的,才能保持规则.此类规则,在第二格中有:两个前提中必须有一个是否定的;大前提必须是全称的.在第三格中有:小前提必须是肯定的;结论必须是特称的.在第四格中有:如两个前提有一个是否定的,则大前提必是全称的;如果大前提是肯定的,则小前提必是全称的;如果小前提是肯定的,则结论必是特称的;任何一个前提都不能是特称否定的;结论不能是全称肯定的.

三段论的式,是由于前提和结论的质、量的不同而形成的不同形式的三段论.即 A,E,I,O 四种判断在两前提及结论中各种不

同的组合形式. 如大、小前提和结论都由 *A* 组成,则为 *AAA* 式;大前提是 *A*,小前提和结论为 *I* 的就是 *AII* 式. 在三段论中大、小前提和结论皆可能分别是 *A*,*E*,*I*,*O* 之一. 因此,可以有 4×4×4=64 个式,但它们并非皆为正确的或有效的. 如 *EEE* 式,违反"两否定前提不能得出结论"的规则,*III* 式违反了"两特称前提不能得出结论"的规则,等等. 这样,把不正确的式去掉后,64 个可能组合的式只剩十一个符合规则的式. 将之按四个格的规则要求分配到各格中去,共有 24 个正确式,如图 3-5.

第一格	第二格	第三格	第四格
AAA	*AEE*	*AAI*	*AAI*
AII	*EAE*	*AII*	*AEE*
EAE	*EIO*	*EAO*	*EAO*
EAO	*AOO*	*EIO*	*EIO*
[*AAI*]	[*AEO*]	*IAI*	*IAI*
[*EAO*]	[*EAO*]	*OAO*	[*AEO*]

图 3-5

此表中括弧里的式称"弱式",即能得出全称结论却得出了特称结论的式. 弱式虽不错,但没把应当推出者全部表示出来,是一种不完善的推理,可以把它去掉. 去掉后,则只剩下 19 个不带括号的正确的式.

三段论的表现形式,有时可以是省略式或复合式. 省略式是没明白表示大前提或小前提或结论的三段论,即省略了三者之一的形式. 例如"小张是学生,所以小张主要的任务是学习"是省掉了大前提"学生的主要任务是学习";又例如"学生的主要任务是学习,所以小张的主要任务是学习"是省掉了小前提"小张是学生";再例如"学生的主要任务是学习,小张是学生"是省掉了结论,"所以,小张的主要任务是学习."省略式是在不言而喻的条件下进行的一种简炼的表达方式,实质上还是三段论推理形式. 复合三段论是把两个以上的三段论连结起来的三段论. 例如"科学是有价值的,思维

科学是科学,所以,思维科学是有价值的;逻辑学是思维科学,所以,逻辑学是有价值的;普通逻辑学是逻辑学,所以,普通逻辑学是有价值的."这种复合三段论是从一般推到特殊(或个别),称前进式;还可以是从特殊或个别推到一般称后退式,例如"普通逻辑学是逻辑学,逻辑学是思维科学,所以,普通逻辑学是思维科学;思维科学是科学,所以,普通逻辑学是科学;科学是有价值的,所以,普通逻辑学是有价值的."这种前进式和后退式皆可省掉其中间的三段论的结论,而成为省略的复合三段论,传统上,分别称之为前进式连锁推理、后退式连锁推理.还有一种称之为带证式的省略的复合三段论,其中两个前提本身也都是省略三段论,例如"所有的鸟都不属于灵长目,因为所有的鸟都不是哺乳类动物,此个体是鸟,因为它全身长满羽毛,所以,此个体不属灵长目."

(3)关系推理.即前提中至少有一个关系判断的推理.这种推理是根据前提中关系的逻辑特性进行的.有如下几种类型:

(ⅰ)对称性关系推理.例如"李某和张某是同时代人,所以,张某和李某是同时代人."

(ⅱ)反对称关系推理.例如"李某比张某身长高,所以,张某不比李某身长高."

(ⅲ)传递性关系推理.例如"李某比张某身长高,张某比王某身长高,所以,李某比王某身长高."

(ⅳ)反传递性关系推理.例如"李某比张某身长高一公分,张某比王某身长高一公分,所以,李某不是比王某高一公分."

(ⅴ)关系三段论.即第一个前提是关系判断,第二个前提是性质判断,结论是关系判断的推理.例如"某车间所有的人都拥护李某当主任,张某是某车间的人,所以,张某拥护李某当主任."

(4)模态推理.即以模态判断为前提的推理.分为模态逻辑方阵推理和模态三段论推理.

(ⅰ)模态逻辑方阵推理是根据必然 P、必然 $\overline{P}$、可能 P、可能 $\overline{P}$ 之间的真、假制约关系所进行的推理.例如从必然 P 真推出可

能P真:“所有的事物都必然变化,所以,有些事物可能变化.”它们共有以下几种形式:必然 $P \rightarrow$ 可能 P;必然 $\overline{P} \rightarrow$ 可能 $\overline{P}$;必然 $P \rightarrow$ 不可能 $\overline{P}$;必然 $\overline{P} \rightarrow$ 不可能 P;可能 $P \rightarrow$ 不必然 $\overline{P}$;可能 $\overline{P} \rightarrow$ 不必然 P;必然 $P \rightarrow$ 不必然 $\overline{P}$;必然 $\overline{P} \rightarrow$ 不必然 P.

(ii)模态三段论,即以模态判断为前提和结论的三段论.例如“植物必然需要水分,花草必然是植物,所以花草必然需要水分.”这类推理共有如下四种形式:必然模态三段论:M 必然 P,S 必然 M,所以,S 必然 P;必然与可能相结合的三段论:M 必然 P,S 可能 M,所以,S 可能 P;必然与实然(直言性质判断皆为实然性质)相结合的三段论:M 必然 P,S 是 M,所以,S 必然 P;可能与实然相结合的三段论:M 可能 P,S 是 M,所以,S 可能 P.

(5)规范推理.即以规范判断为前提和结论的推理.主要有两种类型:规范逻辑方阵推理和规范三段论.

(i)规范逻辑方阵推理:即根据必须 P、必须 $\overline{P}$、允许 P、允许 $\overline{P}$ 之间的方阵关系所进行的推理,例如从必须 P 推出允许 P:“行人必须走人行道,所以,允许行人走人行道.”规范逻辑方阵推理共有八种形式:必须 $P \rightarrow$ 允许 P;必须 $\overline{P} \rightarrow$ 允许 $\overline{P}$;必须 $P \rightarrow$ 不允许 $\overline{P}$;必须 $\overline{P} \rightarrow$ 不允许 P;允许 $P \rightarrow$ 不必须 $\overline{P}$;允许 $\overline{P} \rightarrow$ 不必须 P;必须 $P \rightarrow$ 不必须 $\overline{P}$;必须 $\overline{P} \rightarrow$ 不必须 P.

(ii)规范三段论:在三段论中包含规范词的三段论,其大前提是规范判断,小前提是性质判断,结论是规范判断.例如“工作人员必须尽其岗位责任,张某是工作人员,所以,张某必须尽其岗位责任”.主要有三种形式:必须规范三段论形式为“M 必须 P,S 是 M,所以,S 必须 P”;禁止规范三段论形式为“M 禁止 P,S 是 M,所以,S 禁止 P”;允许规范三段论形式为“M 允许 P,S 是 M,所以,S 允许 P”.

(6)联合推理.即前提或结论为联言判断的推理.分为分解式和组合式两种.

(i)分解式,是由联言判断之真,推出其肢判断之真的推理形

式:“P 并且 q,所以,P.”例如“工、农、兵、知识分子是现代化建设的主力,所以,知识分子是现代化建设的主力”.

(ⅱ)组合式,是由全部肢判断之真,推出联言判断之真的联言推理形式:“P,q,所以,P 并且 q.”例如“动物是生物,植物是生物,所以,动物和植物都是生物.”

(7)选言推理.是前提中有一个是选言判断,并根据其选言肢间的逻辑关系推出结论的推理.分为不相容的和相容的两种类型.

(ⅰ)不相容的选言推理,即前提中有一个不相容的(排斥的)选言判断的推理.有两种:肯定否定式(“要么 P,要么 q,P,所以非 q”),例如“此刻某人要么在家,要么不在家,某人在家,所以,某人不是不在家”;否定肯定式(“要么 P,要么 q,非 P,所以 q),例如“此刻某人要么在家,要么不在家,某人没有在家,所以,某人不在家”.

(ⅱ)相容选言推理,即前提中有一个相容的(不互相排斥的)选言判断的选言推理.这种推理,由于选言肢相容,肯定其中一个或数个选言肢后,也不能否定其余选言肢,故只能有否定肯定式(“或 P,或 q,非 P,所以 q),例如“某工厂亏损或者是因为原料价格提高,或者因为管理不善,不是因为原料价格提高,所以是因为管理不善”.

为了正确进行选言推理,得到真实结论,必须在前提中列举全部可能的选言肢.

(8)假言推理.即前提中有一个为假言判断的推理.有三种:

(ⅰ)充分条件假言推理,是一个前提为假言判断,另一个为性质判断的推理.它又分为两种形式:肯定前件式(“如果 P,则 q,P,所以 q”),例如“如果铁加热,则必膨胀,加热了,所以膨胀”;否定后件式(如果 P,则 q,非 q,所以非 P”),例如“如果得了重感冒,则一定发烧,没发烧,所以没得重感冒.”

(ⅱ)必要条件假言推理,即一个前提为必要条件判断,另一个前提和结论为性质判断的推理.它可分为两种形式:否定前件式(“只有 P,才 q,非 P,所以非 q”),例如“只有管理好,才能有效

益，没有管理好，所以没有效益"；肯定后件式（"只有 P，才 q，q，所以 P"），例如"只有管理好，才能有效益，有效益，所以是管理好".

（ⅲ）充分必要条件假言推理. 是一个前提为充分必要条件假言判断，另一个前提和结论为性质判断的推理. 分为四种形式：肯定前件式（"当且仅当 P，则 q，P，所以 q"），例如"当且仅当一个数能为6整除，则能为3整除，该数能为6整除，所以能为3整除"；否定后件式（"当且仅当 P，则 q，非 q，所以非 P"），例如"当且仅当一个数能为6整除，则能为3整除，该数不能为3整除，所以不能为6整除"；肯定后件式（"当且仅当 P，则 q，q，所以 P"），例如"当且仅当一个数能为6整除，则能为3整除，能为3整除，所以能为6整除"；否定前件式（"当且仅当 P，则 q，非 P，所以非 q"），例如"当且仅当一个数能为6整除，则能为3整除，不能为6整除，所以不能为3整除".

（9）假言选言推理. 是由假言判断和选言判断所构成的推理. 其中第一个前提是假言判断，第二个前提是选言判断. 如果是由两个假言判断和一个二肢选言判断构成的假言选言推理，传统上称之为"二难推理"，因为它可以在论辩中使论敌陷入左右为难的境地. 实际上，这种推理不止可以是"二难"的，也可以是"三难"、"四难"，等等，这取决于前提中假言判断的数量，和选言肢的数量. 这类推理有如下四种形式.

（ⅰ）简单构成式："如果 P，则 r；如果 q，则 r；或者 P，或者 q，总之 r"，例如"如果张某是故意杀人犯，则他应该受刑罚处罚；如果张某是过失杀人犯，则他也应受刑罚处罚；张某或者是故意杀人犯，或者是过失杀人犯，总之，张某是要受刑罚处罚".

（ⅱ）简单破坏式："如果 P，则 q；如果 P 则 r；或者非 q，或者非 r，总之，非 P"，例如"如果张某的行为是故意杀人，那么该行为的主观方面是故意的；如果张某的行为是故意杀人，那么该行为是非法剥夺他人生命；张某的行为或者不是故意，或者不是非法剥夺他人生命，总之，张某的行为不是故意杀人".

(ⅲ)复杂的构成式:"如果 P,则 q;如果 r,则 s;P 或 r;所以 q 或 s",例如"如果贪污分子坦白交代其罪行,那么就会得到从宽处理;如果贪污分子顽抗,那么就会受到从严处理;贪污分子或者坦白交代,或者顽抗,所以贪污分子或者得到从宽处理,或者受到从严处理".

(ⅳ)复杂破坏式:"如果 P,则 q;如果 r,则 s;非 q 或非 s;所以,非 P 或非 r",例如"如果某人行为构成流氓罪,那么应具有流氓罪的特征;如果某人行为构成伤害罪,那么应具有伤害罪的特征;某人的行为或不具有流氓罪的特征,或不具有伤害罪的特征;所以,某人的行为或不构成流氓罪,或不构成伤害罪".

假言选言推理的破坏式,必须全部列举事物情况,否则不能保证推得真结论.

2.4 归纳推理

归纳推理,即从个别的或特殊的判断推出全称判断的推理.分两种类型.

(1)完全归纳推理.根据前提中对某类对象的每一个对象所都具有的属性的断定,而推出某类对象整体都有此属性的结论.这是从特殊到一般的一种必然推理.例如:逐个考察了九大行星,它们都是"沿椭圆形轨道绕太阳运行;而这九个行星就是太阳系的全部大行星,所以,所有太阳系的大行星都是沿椭圆形轨道运行的."

(2)不完全归纳推理.根据前提中对某类对象的部分对象具有某种相同的属性的断定,而推出某类对象都有此属性的结论,这是一种从特殊到一般的或然性的推理.例如:考察了金、银、铜、铁、锡……等,得知它们都有导电的属性;而它们是金属;所以,推出"金属都导电"的结论.这种不完全归纳推理,也称作"枚举归纳推理".

进行完全归纳推理,必须考察全类,不能遗漏,否则不能得出真实结论;进行不完全归纳推理,既要尽可能多地考察一类对象的

个别对象,又要尽可能抓住本质属性,以提高其可靠性.

2.5 类比推理

类比推理.根据对象在一些属性上相同,而作出另一些属性上也相同的结论.这是从特殊推到特殊的推理,是一种或然推理.例如已知某工厂管理是科学的,技术水平是高的,原料来源是有保证的,因而其效益是好的;另一工厂与某厂在管理、技术、原料来源等方面是相同的,因此得出类推结论"另一工厂效益也会是好的".

进行类比推理,一要相同属性尽量多;二要抓住本质属性为类推根据.

2.6 论　证

论证.是用一个或一些真实判断来确证另一判断真实性的逻辑程序.任何论证都是运用推理进行的,因此,论证是一种运用推理的方法.例如要确证"火星有卫星"这一断定的真实性,就可用已知的"因为火星是行量,而所有的行星都有卫星"这两个判断来论证.这个论证所运用的就是三段论推理,实际上所确证的就是结论,作为论证根据的是前提.任何论证都是由论题、论据、论证方式三要素组成.论题为需确证的判断;论据是用以确证论题的判断;论证方式是论题与论据的联结程序或联系方式.依据不同的根据,可将论证分为如下类型.

(1)直接论证与间接论证.直接论证是从论据的真实性直接推出论题真实性的论证,如上例.间接论证是通过确证其他判断的虚假来确证论题真实性的论证,它分为反证法和选言证法.

反证法是通过确证与论题相矛盾的判断(反论题)的虚假来确证论题真实性的间接论证.例如"某企业的管理是科学的,因为如果管理不科学,就不能有很高的效益,而某企业已经有了很高的效益,所以,某企业的管理是科学的."反证法所用的推理是假言推理的否定后件否定前件式.

选言证法上通过确证除论题所指的可能外,其余可能都是虚假的,从而推出论题的真实性,选言证法是运用选言推理的否定肯定式进行的.例如"某罪行为甲所犯,因为某罪行或者为甲所犯,或者为乙所犯,或者为丙所犯,经查证,非乙所犯,非丙所犯,所以为甲所犯".

(2)演绎论证和归纳论证.演绎论证是运用演绎推理(必然性推理)所进行的论证,如上面举出的直接论证和间接论证及其例子,皆为演绎论证.归纳论证是运用归纳推理所进行的论证.归纳推理中的完全归纳推理的结论是必然性的可靠的,所以能进行可靠的论证;不完全归纳推理,如果其前提(论据)所断定的属性是本质的,则仍能起到可靠论证的作用,否则只凭枚举非本质属性,则不一定可靠.

有效的、可靠的论证须符合如下论证规则:论题须清楚明确,不含糊,无歧义;论题在论证过程中须保持同一,不能"偷换论题";论据须真实,不能犯"虚假理由"和"预期理由"(其真实性尚未证实的理由)的错误;论据的真实性不能依靠论题来论证,即不能犯"循环论证"的错误;论据须能合乎逻辑地推出论题,即论证程序不能违反推理规则.

2.7 反　驳

反驳是确证某论题虚假或论证不合推理规则的逻辑程序.它也有三个要素:被确证为虚假的判断,即"被反驳论题";被确证为虚假的论据,即"被反驳论据";被确证为不合乎推理规则的论证方式,即"被反驳论证".反驳也是一种论证,不过它是论证某判断的虚假性.它有如下类型.

(1)直接反驳与间接反驳.直接反驳是用确证被反驳论据的虚假来确证被反驳论题的虚假.例如要反驳"某甲不是杀人罪犯,因为他不在犯罪现场",就可以根据现场查得的证据确证"某甲在犯罪现场",从而确证其"不在现场"是虚假的,因而"某甲不是杀人罪

犯”是虚假的.这就是直接反驳.

间接反驳是通过论证一个与被反驳的判断有矛盾关系或反对关系的判断的真实性,来论证被反驳判断的虚假性的论证.例如要反驳“某甲是杀人罪犯”这个论题,可以不直接论证其虚假,而是论证与其有矛盾关系的论题,“某甲不是杀人罪犯”的真实性,即根据某甲不在现场的确实材料,论证“某甲不是杀人罪犯”的真实性,从而根据矛盾关系,论证了“某甲是杀人罪犯”的虚假性.

(2)演绎反驳与归纳反驳.演绎反驳即用演绎推理形式所进行的反驳.演绎反驳最常用的是归谬法.此方法是先假定被反驳判断是真的,并从此判断推出一个(或一些)荒谬的判断,从而由此荒谬的判断必然推出被反驳判断的荒谬.归谬法的程序是:假定 P 判断真,从 P 必然推出 q,已知 q 假,故 P 假.例如古希腊克拉底鲁说:“我们对任何事物所作的肯定或否定都是假的.”亚里士多德反驳道:“克拉底鲁的话等于说:‘一切命题都是假的’,而如果一切命题都是假的,那么,这个‘一切命题都是假的’命题也是假的.”

归纳反驳,是运用归纳推理进行的反驳.用完全归纳进行反驳是可靠的,如反驳“某班学生这次考试没有得优秀成绩的”这个判断,就可列举事实已得优秀成绩的每个学生,而确切驳倒该判断.用不完全归纳推理进行反驳,须尽量地多列举些某类对象,并抓住本质属性,否则不能有力地反驳.

因为反驳也是运用推理的一种论证,故任何反驳都必须遵循论证规则.

3 普通逻辑规律

普通逻辑形式——概念、判断、推理以及运用它们所构成的种种逻辑方法,都是必须遵循各种逻辑形式、逻辑方法的特殊规则的.而这些多种多样的特殊规则,又都是具体运用普通逻辑的规律的结果.普通逻辑规律是在思维中具有普遍性效用的规律,把它们

运用到各具特殊性的逻辑形式、逻辑方法之中,就体现为各种特殊的逻辑规则.逻辑规律与逻辑规则是一般与特殊的关系.也可以说,前者是后者的概括;前者对后者来说,是更根本、更本质的东西,只有准确地掌握前者,才能更正确地理解和运用后者.普通逻辑规律有四条:同一律、矛盾律、排中律、充足理由律.分述如下.

3.1 同一律

同一律的内容是:关于在同一时间、同一关系下的同一对象的思想的内涵和外延,在思维过程中,必须严格确定和始终一致.不能混淆不同的逻辑形式.它的公式是:甲是甲.同一律的要求,归根结底是来自事物的相对稳定性和确定性,思维的逻辑形式是具有这种相对稳定性和确定性的反映形式,因此也必然具有要求稳定性和确定性的规律,否则就不能正确反映事物.

同一律的规定,具体表现为逻辑要求,即要求概念保持同一性;要求判断保持同一性.前者是要求在同一个思维过程中,保持概念的内涵和外延,始终如一,否则就必犯"偷换概念"或"混淆概念"的逻辑错误而达不到正确思维.例如在三段论推理中,首先一条规则是要求三段论只能有三个概念.之所以有这条规则,就是防止"偷换概念"、"混淆概念",例如下面的三段论就犯了这种错误:

你没有丢失的东西就是你所有的东西,
你没有丢失角,
所以,你有角.

这个三段论中,把"本来就有的'没有丢失的东西'",偷换成了"原来没有的'没有丢失的东西'".这就是犯了"四概念的逻辑错误".除了这种三段论中的违反同一律的错误以外,在其他逻辑形式逻辑方法之中,也常会出现这种逻辑错误,例如在论证中,首先要求"论题的同一",即要求判断的同一,不能偷换、混淆论题,即不能偷换、混淆所要论证的判断;在划分当中要求"母项与子项相应相

称”;在下定义中要求“下定义概念与被下定义概念必须相应相称”,……等等,都是要求遵守同一律.

同一律对思维具有普遍的逻辑作用,但它不是世界观,不能用同一律把世界看成是“始终如一”的“不能变化”的.同一律要求思维的确定性,不等于否定事物的变化性.反映事物变化性的逻辑是辩证逻辑,但辩证逻辑首先也须遵守思维的确定性,否则也达不到对事物变化性的正确反映.

3.2 矛盾律

矛盾律的内容是:对于同一时间、同一关系下的同一对象的论断过程中,不能既肯定又否定;相互矛盾的思想论断,不能同时是真的,而且至少有一个是假的.其公式为:甲不是非甲.

矛盾律要求思维不出现“自相矛盾”,即要求思维的一贯性.这一要求实质上是从反面强化同一律.“自相矛盾”是易犯的逻辑错误.例如常常在会议上有人说:“对老张的意见我完全同意,只是还有一点我有不同看法.”这就是对“老张的意见”在同一个人的发言表态里,出现了自相矛盾:在完全肯定的同时又否定了.又例如《韩非子·难势》中有一个典型的自相矛盾的例子:“楚人有鬻矛与盾者,誉之曰:‘吾盾之坚,物莫能陷也.’又誉其矛曰:‘吾矛之利,于物无不陷也.’或曰:‘以子之矛,陷子之盾,何如?’其人弗能应也.夫不可陷之盾与无不陷之矛,不可同世而立.”

有一特殊的逻辑矛盾称“悖论”,由一论断之真,可以推出其假;由其假,又可推出其真.例如古希腊著名的“说谎者悖论”:“我正在说的这句话是假的.”那么“说自己正在说谎的人,他的这句话是否为假”?回答此问题就会出现悖论:如果他所说的“我正在说的这句话是假的”这句话是真的,那么,这句话就是假的;如果他所说的这句话是假的,那么,又可推出这句话是真的.可见,悖论所断定的论断,同时既真又假,是违反矛盾律的.但实质上,悖论是一种辩证矛盾,而不简单是逻辑矛盾.它反映了这类论断的深层的二重

性,从一定的角度上说,它是真的;从另一个角度上说,它是假的.因此,悖论是一种辩证论断,它反映了真假的对立统一.普通逻辑的不允许自相矛盾,是就一个论断对同一时间、同一关系下的同一对象而言的,而悖论等辩证论断则超出了这"三同一原则",是就不同时间、不同关系的角度说的.辩证逻辑的辩证论断,是根据对立统一律作出的.如果就悖论来说,它在一定意义上是真的;在另一种意义上是假的.因此,悖论是真与假的对立统一.

3.3 排中律

排中律的内容是:关于同一时间、同一关系下的同一对象的相互否定的两个论断,有一个必是真的,另一个必是假的.其公式为:甲或者非甲.例如"三角形的三个内角之和是180°"与"三角形的三内角之和不是180°"这两个具有矛盾关系(互相否定关系)的断定,必有一真、必有一假,不能模棱两可,不能有第三者.事实上,从欧几里得几何的意义上,前一断定是真的,后一断定是假的.如果离开这种欧几里得几何学的意义或关系,那么,在罗巴切夫斯基几何学的意义或关系上,则后一断定是正确的.

排中律是对矛盾律的进一步引伸,即当对于同一时间、同一关系下的同一对象出现有矛盾关系(互相否定)的论断时,一定要真、假分明,不能含糊其词、模棱两可.因此,排中律是发现真理、坚持真理的必要的逻辑条件.

排中律只要求对同一时间、同一关系下的同一对象的两种互相矛盾的论断的排中,并不是否定事物内在的对立双方具有中介环节,即与辩证法、辩证逻辑所说的概念内在的对立因素通过其自身的中介因素而互相转化的观点,是不矛盾的,因为这是各自从不同的意义和关系上来看待有关问题的.

3.4 充足理由律

充足理由律的内容是:在论断过程中,只有能提出充分理由论

证其为真的判断，才可以认定其为真实可靠的. 其公式为：甲真，因为乙真，并且乙能推出甲. 例如“如果某三角形为锐角三角形，则其内角之和一定是 180°；因为任何三角形内角之和都是 180°.”

充足理由律是 17 世纪德国数学家、哲学家莱布尼兹(G·Leibniz)在其《单子论》中提出的：“我们的推理建立在两个大原则上，即是：(1)矛盾原则，……以及(2)充足理由原则，任着这个原则，我们认为：任何一件事如果是真实的，任何一个陈述如果是真的，就必须有一个为什么这样而不是那样的充足理由，虽然这些理由常常总是不能为我们所知道的.”①这个“充足理由原则”，被以后的逻辑学家沃尔夫把它与同一律、矛盾律、排中律并列为普通逻辑的规律，而称为充足理由律. 实际上，充足理由律，同其他三条规律一样，是普通逻辑思维的普遍规律，一切思维的逻辑形式、逻辑方法，都必须遵循它. 不仅仅演绎推理要遵循它，而且归纳推理和类比推理也要遵循它. 例如归纳前提(即理由)、类比前提(即理由)要尽量多、尽量抓住对象的本质属性的要求，也都是充足理由律的体现.

(作者：李志才)

参 考 文 献

[1] 普通逻辑编写组. 普通逻辑，第四版，上海：上海人民出版社，1993.

[2] 朱志凯主编. 形式逻辑基础，上海：复旦大学出版社，1983.

[3] 杜岫石主编. 逻辑学，沈阳：辽宁大学出版社，1987.

[4] 李志才著. 逻辑学纲要，长春：吉林人民出版社，1980.

[5] 末木刚博等著，孙中原等译. 逻辑学——知识的基础，北京：中国人民大学出版社，1984.

[6] 贝拉·弗格拉希著，刘丕坤译. 逻辑学，北京：生活. 读书. 知识三联书店，1979.

---

① 西方哲学原著选读，上卷，商务印书馆，1983:482.

三　数理逻辑方法

（一）逻辑演算

逻辑演算（Logical Calculus）分命题演算（Propositional Calculus）与谓词演算（Predicate Calculus）两部分.

1　命题演算

1.1　命题　命题联结词

命题演算专门处理命题与命题联结词（Propositional Connectives）.命题表示一个个体具有什么性质，或某些个体之间具有什么关系.当该个体的确具有该性质时，或这些个体有该关系时，该命题便真，否则该命题便假.这里我们利用"个体""性质""关系"来定义命题，但在命题演算内无须作这样的分析，可以更简单地说，日常语言中的陈述句，它总能取得真值或假值的，便是命题.至于命令句，如"你不准进来"，或祈求句，如"但愿明天天气晴朗"，它们都没有真假可言，便不是命题.有些数理逻辑家把命题看作真假值，或真假值的各种不同的表示形式，完全抹杀其内容含意，是难于信从的.当然，在命题演算中，只从命题的真假值考虑，而忽略其内容含意，这却是应该注意的.

我们把一些命题（较简单的命题）组成更复杂的命题，这时利用命题联结词，由于只从命题的真假值考虑，所以对命题联结词也

只考虑它们把怎样的真、假命题变成怎样的真假命题,可以说,把命题联结词看作以{真、假}为定义域而以{真、假}为值域的函数,叫做真值函数.

通常使用的命题联结词有五个:$\neg$(非,一元),$\vee$(或),$\wedge$(且),$\rightarrow$(蕴涵,如果…则…),$\leftrightarrow$(等值,当且仅当)(后四者均二元),$\neg A$ 叫做 A 的否定,$\neg$叫否定词;$A\vee B$ 叫做 A,B 的析取,而 A,B 为两个析取项;$A\wedge B$ 叫做 A,B 的合取,A,B 为两个合取因子;$A\rightarrow B$(如果 A 则 B)叫做 A,B 的蕴涵式,A 为蕴涵前件,B 为蕴涵后承;$A\leftrightarrow B$(A 当且仅当 B)叫做 A,B 的等值式,A,B 为该等值式的两端.

这五个联结词可由下表定义(以 T,F 表示真、假).

A	$\neg A$
T	F
F	T

A	B	$A\vee B$	$A\wedge B$	$A\rightarrow B$	$A\leftrightarrow B$	$\neg(A\leftrightarrow B)$
T	T	T	T	T	T	F
T	F	T	F	F	F	T
F	T	T	F	T	F	T
F	F	F	F	T	T	F

对这些定义,提出几点注意.

(1)只当 A,B 同假时,$A\vee B$ 才假,亦即只要 A,B 有一为真时 $A\vee B$ 便真,因此"$A\vee B$"是可兼的"或".日常语言中有时用到"不可兼的或",例如,"任你挑一本书或这本或那本",这时是不能 A,B 均真的(不允许两者均挑),亦即 A,B 同为"T"时它取得 F 值.这种不可兼的"或"恰是最后所列的联结词$\neg(A\leftrightarrow B)$.

(2)日常所使用的蕴涵词都强调前件与后承之间有某种关系,使得由 A 真"必致"B 真(从而可由 A 推得 B),对于不考虑 A,B 之间的关系,纯粹由 A 及 B 的真假便确定"$A\rightarrow B$"的真假的,特叫做实质蕴涵(material implication),它与日常所用的"如果…则…"不太吻合,因此人们怀疑它是否该叫做"蕴涵".但是根据实质蕴涵而进行推导,是不会出毛病的,因为当 $A\rightarrow B$,A 都真时,B 必然是真的,而且经验表明,利用实质蕴涵比之使用别的蕴涵词更为方便而

且也更合数学上推理过程.因此到现在,对实质蕴涵抱怀疑态度的人越来越少了.

(3)日常还使用一些别的联结词,只要它只考虑真假值(作为真值函数),都可以用上面五个联结词表示,如不可兼的“或”(见上),既…又…(即∧),不是…就是(即∨)除非…否则…,…必须…(即→)等.

∨与电路上的并联相当,而∧与电路上的串联相当(电流通与真相当而电流断与假相当);在电子技术上,则∨相当于“或”门而∧相当于“与门”(或门和与门的名称正因此而得).因此命题演算可以广泛地应用于电路,网络以及电子技术各方面.例如逻辑式的简化便可以用于电路网络的简化,从而减少所用的元件而仍有同样的结果.

一命题中如果不出现命题联结词,从而不能利用它们而分解成若干更小的命题的组合,它就叫做(命题演算中的)原子命题.原子命题可用命题变元或命题符号,如 $A,B,C,\cdots,A_1,B_1,C_1,\cdots$ 等表示.

不是原子命题,从而其中有命题联结词的叫做(命题演算中)复合命题.

命题符号及其否定叫做简单命题或准原子命题,简单命题的合取、析取式叫做简单合取式、简单析取式;简单合取式的析取叫做析合式,而简单析取式的合取叫做合析式.它们都是复合命题.

如果对一个复合命题中不同的命题符号给以真、假值,便说对该复合命题给以一个指派.给出指派后按其中的命题联结词的定义表而进行运算,整个命题便取得真或假值,叫做在该指派下该命题的值.当其取得真、假值时,该指派便叫做该复合命题的成真、成假指派.

一般的复合命题可以有多个成真指派以及多个成假指派,还可兼而有之.但简单合取式至多只有一个成真指派,而简单析取式至多只有一个成假指派.没有成真指派的简单合取式以 $A\wedge\neg A$

为代表,没有成假指派的简单合取式则可以 $A\vee\neg A$ 为代表.另外,任给一指派,均有一个也只有一个简单合取式以它为成真指派,均有一个也只有一个简单析取式以它为成假指派.例如设指派为:$(A,B,C)=:(T,F,F)$,则 $A_{\wedge}\neg B_{\wedge}\neg C$ 以它为(唯一的)成真指派,而$\neg A\vee B\vee C$ 以它为(唯一的)成假指派.

因此可以知道,任意一个复合命题都可以用一个析合式或一个合析式来代表,分别叫做它的析合范式及合析范式.其法如下,先求出该复合命题的成真指派,写出它们相应的简单合取式,再作析取,即得析合范式.如果没有成假指派,则以 $A\wedge\neg A$ 为其析合范式.如选取成假指派,同法可得合析范式.

1.2 命题演算

没有成假指派的复合命题叫做重言式.由于不论对其中命题符号给以任意真假值它都为真,故它便是逻辑规律.逻辑演算便是探求各逻辑规律并以之应用于各学科.而讨论只含命题联结词的逻辑规律的便是命题演算.

命题演算可有三个表达方式.

1.2.1 直接给出全部重言式

全部重言式是无穷多个的,当然不可能直接逐条给出.但我们有极简单的方法而验证某某复合命题是重言式,学会这个方法以后,任何复合命题都可立即判定是否重言式,这也就够了.但是这种方式很少有人使用,因为知道重言式(逻辑规律)以后,还需使用这些重言式以进行推理,要能使用还需知道逻辑推理规则.例如,知道重言式$(A\to B)\to((B\to C)\to(A\to C))$后,还应该知道"当 $A\to B$,$B\to C$ 为真时,$A\to C$ 亦真"(这便是蕴涵词的传递性),又,除知道重言式外,还应知道"当 $A\to B$ 与 A 为真时,B 亦真"(这便是分离规则)等等,如果没有这些规则,只有干巴巴重言式是没有用的.但给出规则后,例如给出分离规则后,也就无需给出全部重言

式,只给几条重言式便可以根据分离规则而导出全部重言式了.因此一般书很少应用使用直接给出方式,但作为给出逻辑规律的一种方式,这种方式是可能的,而且与别的部门结合起来后,有时这种方式也是很方便的.

1.2.2 命题演算的公理系统

给出一些重言式叫做公理,并给出一些基本推理规则(可叫做公则),由它们可由已知的重言式推出新的重言式.从而原则上便可得出全部重言式了.由于历史上的原因,除这以外,还给出公式的组成规则.因此命题演算的公理系统可如下给出(此外,还有很多别的公理系统).

组成部分

1)命题符号 (1)p 为命题符号;(2)如果 a 为命题符号则 $a1$ 亦为命题符号;(3)命题符号仅限于由(1)(2)而得到的.

2)公式 (1)命题符号为公式;(2)如果 A 为公式则 $\neg A$ 亦为公式;(3)如果 A,B 为公式,则 $A\vee B, A\wedge B, A\rightarrow B, A\leftrightarrow B$ 亦为公式;(4)公式仅限于由(1)(2)(3)而得到的.

推理部分.

1)公理 具有下列形状的公式叫做公理,其中 A,B,C 为公式.

(1)$A\rightarrow(B\rightarrow A)$;

(2)$(A\rightarrow(B\rightarrow C))\rightarrow((A\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow C))$;

(3)$(\neg A\rightarrow B)\rightarrow((\neg A\rightarrow\neg B))\rightarrow A)$;

(4)$(A\wedge B)\rightarrow A$;

(5)$(A\wedge B)\rightarrow B$;

(6)$A\rightarrow(B\rightarrow(A\wedge B))$;

(7)$A\rightarrow(A\vee B)$;

(8)$B\rightarrow(A\vee B)$;

(9)$(A\rightarrow C)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow((A\vee B)\rightarrow C))$;

(10) $(A \leftrightarrow B) \to ((A \to B) \wedge (B \to A))$;

(11) $((A \to B) \wedge (B \to A)) \to (A \leftrightarrow B)$.

2)公则(推理规则)　$A \to B, A \vdash B$

(读为:由 $A \to B, A$ 推得 B),本公则又叫分离规则.

3)定理(形式定理)

(1)公理为定理;

(2)如 $A \to B, A$ 为定理,则 B 亦为定理(叫做由 $A \to B, A$ 依分离规则而得 B).

(3)定理仅限于由(1)(2)而得的.

命题演算的公理系统便止于此.

对这个系统可作下列的说明.

第一,通常对命题符号(以及谓词演算中的个体符号、函词符号、谓词符号等)大都如下规定:共有可数无穷多个,以 $p, q, r, \cdots, p_1, q_1, r_1, \cdots$ 等表示之.这样说法虽极简单明白,但用到“无穷多”甚至用到“可数无穷多”这类概念.命题演算是非常原始、非常简单的理论,不应牵涉到这么复杂艰深的“无穷”概念.照我们所说,则是用递归定义而定义命题符号,与下文的公式、定理的定义相同,这样才更合适.照我们的定义,则 $p, p1, p11, p111, \cdots$ 等便是命题符号,而命题符号也只限于这些,正符合我们的要求.当然,在书写时,可把“$p1$”写成“q”,“$p11$”写成“r”等等,但应以 $p1, p11$ 等为正式写法.

第二,通常在给出了公理与公则之后,没有关于“(形式)定理”的定义,这也是不够妥当的.定理是公理系统的一个重要部分,而且是占绝大多数的部分,忽略它们显然是不妥当的.通常书中当然没有忽略(人们详细地推导出各重要定理),但不写入公理系统中作为正式的部分,仍然是不妥当的.

第三,有很多书所列的公理内含有命题符号(从而每条公理都是一条公式),并辅之以代入规则.这代入规则大体如下:如果 A 为定理,则对 A 中某个命题变元处处代入以某个公式 B 时,所得

亦为定理.这样的叙述不但非常噜嗦,而且不够形式化与整个公理系统非常不协调(其余内容无论公理或公则,都是形式的,即可用逻辑符号表达的).我们采用冯·诺依曼(Von Neumann)的说法,即在任何理论中,都不用代入规则,这时公理中并没有命题符号(亦没有个体符号、函词符号、谓词符号等等),只有对命题符号所代入的公式.换言之,我们不使用含有命题符号的一条公理,而使用对这些符号所作代入后所得的结果.代入结果是无穷多的,我们所作的正是从这无穷多的代入结果中选取一条来使用.人们说,这些代入结果不是"公理"而是"公理模式"(每条公理模式都含有无穷多条公理).在上面我们便使用11条公理模式而废除了代入规则.注意,在命题演算中我们不但废除了代入规则,也不使用代入运算,因为公理已替我们作了代入了.但在后面的谓词演算中,代入运算却非常重要,绝不能省(尽管我们也不使用代入规则).

第四,有些书只用两个基本命题联结词(¬与→,或¬与∨,或¬与∧),别的联结词则用定义引入,因此公理数目较少(一般只三条).但定义本身实际上相当于两个蕴涵式,而我们,对∧,∨,↔每种只三条公理,并没有增加太多.但我们所给的公理却能够显示各联结词的最根本的特性,由它们而作推导最为简易.

1.2.3 命题演算的自然推理系统

如果宁可增加公则,而公理则减少到一条甚至没有,这便叫做自然推理系统,因为利用这个系统而进行推导,最近于我们日常使用的推理过程.这个系统是30年代起才为人们所注意并研究的,现在已为大部分逻辑学家所采用.这种系统亦有多种,我们只列举其一.

组成部分 与公理系统相同

推理部分 有三种规则

1)引入假设规则 理论上说,可以随时引入假设.但实际上如引入而不能消去,则所引入的假设是无用的.因此所引入的只限于

下列三种假设.

(1)当然假设.待证公式中某蕴涵式的前件作为假设而引入.

(2)反证假设.待证公式中某蕴涵式的后承的反面(即,A 与 $\neg A$ 互为反面)作为假设而引入.

(3)穷举假设.如已推出 $A \vee B$,则将 A 作为假设而引入,又将 B 作为假设而引入(两假设平行引入,不同时使用).这两假设叫做穷举假设.亦说,它们是由 $A \vee B$ 启发而作的假设.

2)消去假设规则　分两种.

(1)当在假设 A 之下推得 B,则可消去假设 A 而得 $A \rightarrow B$.

(2)当在假设 A 之下推得 B 与 $\neg B$,则可消去假设 A 而得 $\neg A$.

前者叫做简单消去,后者叫做反证消去.

3)推理规则　可分成下列几条.

(1)由 $A \wedge B$ 可推得 A,又可推得 B;

(2)由 A, B 可推得 $A \wedge B$;

(3)由 A 可推得 $A \vee B$,又可推得 $B \vee A$;

(4)由 $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C$ 可推得 C;

(5)由 $A \leftrightarrow B$,可推得 $A \rightarrow B$,又可推得 $B \rightarrow A$;

(6)由 $A \rightarrow B, B \rightarrow A$ 可推得 $A \leftrightarrow B$.

4)定理　如果不用假设(假设已全部消去)而推得 A,则 A 叫做命题演算的形式定理.

这个自然推理系统和我们的日常推理非常相似.至于它和公理系统的等价性也是容易证明的.

1.3　赋值,解释与指派

一个理论的所有公式(及项)的全体叫做该理论的语言.形式语言是没有给以意义的,因此须给以语义.给语义的方法是:给出一个论域以及根据该论域而对该语言中的常项加以确定,对常项的确定叫做解释.有时不必指定公式的全体,而只给出公式的基本

元素(基本符号)以及由基本符号而造公式的方法,因此这两者亦常叫做语言.就命题演算而言,其基本符号是(1)命题变元,(2)命题联结词$\neg$(一元),$\vee$,$\wedge$,$\rightarrow$,$\leftrightarrow$(均两元).而作成公式的方法则可递归定义为:(1)命题变元是公式;(2)如果A,B为公式;则$\neg A$,$A\vee B$,$A\wedge B$,$A\rightarrow B$,$A\leftrightarrow B$亦为公式;(3)公式仅限于由(1)(2)而作成的.这样,命题演算的语言亦指:(1)命题变元(2)命题联结词以及公式的定义三者的组合.

要对一个演算给以语义,须给出论域与解释.目前的论域可取为由{真,假}组成的真值集,(命题)变元定为在真值集上取值的变元,解释是对其中的常项即命题联结词给以定义.我们约定它们指常见的真值函数如上面所规定的.给了这样的语义后,命题演算便是二值逻辑(给了别的解释便将得出不同的命题逻辑,如直觉主义命题逻辑等).

一般的公式是含有变元的,给了语义后还不能确定各公式的值(真或假).要确定一公式的真假值还须对该公式内的变元(未定符号)指派以真或假,这叫做对该公式作一个指派.作了指派之后,再根据对命题联结词的解释,我们便可以算出在该指派之下该公式所取得的值了.根据取得的值为真或假,便叫做该公式的成真、成假指派.

我们强调一点,论域与解释是整个语言中各公式所公用的,而指派则是对各公式而实施的,是随公式的不同而有所不同的.

如果一公式只有成真指派,它叫做永真公式亦叫重言式(tautology).如果它只有成假指派,便叫做永假公式.不是永假公式便叫做可满足公式.可满足而非永真的叫仅可满足,永真与永假都叫做永真假性.

有关永真假性的性质如下,$\neg A$永真当且仅当A永假;$A\wedge B$永真当且仅当A与B均永真;$A\vee B$永假当且仅当A与B均永假;$A\rightarrow B$永假当且仅当A永真而B永假;$A\leftrightarrow B$永真当且仅当每个指派均使A,B取得相同的值,即同真假.

解释与指派合称赋值.赋值中解释是固定的,而指派则随公式而异.

设在公式 A 中不出现$\rightarrow$,当将 A 中$\vee$与$\wedge$互换,$\leftrightarrow$与$\not\leftrightarrow$互换,结果所得的公式叫做 A 的对偶式,暂记为 $A^{\triangle}$.可证,对任何两个不含$\rightarrow$的公式 A,B 而言,$A\rightarrow B$ 与 $B^{\triangle}\rightarrow A^{\triangle}$同永真假性,$A\leftrightarrow B$ 与 $A^{\triangle}\leftrightarrow B^{\triangle}$同永真假性.(注意,它们未必同真假).

不难看出,对命题演算的语言给以语义后,命题演算便是有关真值函数的理论了.对每个公理系统我们一般都要从三个方面加以检查.

第一,可靠性,亦叫融贯性.即由该公理系统不可能推出两个互相矛盾的命题,B 与$\neg B$.(有时亦说,由该公理系统不可能推出全部命题来.因如推得 B 与$\neg B$,自然能推出每个命题 C).

第二,完备性,亦即该公理系统能推出我们所希望推出的全部命题.所谓"希望"一般应指该公理系统的语言所能表达的全部真命题.例如,几何学应能推出全部真的几何命题,而命题演算应能推出由命题符号及命题联结词所能表示的全部真命题.

第三,独立性.即任何一条公理公则不能由别的公理公则所推出,因此删去任何一条公理或公则,都不能推出原来所能推出的全部命题.

经过对命题演算的语言给以解释后,我们可以就命题演算而回答上述三个问题.

定理 命题演算的公理系统是可靠的即融贯的.

证 极易证明,所有的公理都是重言式,而分离规则又保持重言性(当 $A\rightarrow B$,A 为重言式时,B 亦为重言式).从而命题演算中所能推出的定理都是重言式,但 B 与$\neg B$ 两者之中,如果一为永真式,另一必为永假式,从而决不能两者同时推出,故定得待证.

定理 命题演算的公理系统可推出全部重言式,故就推出重言式而言,它是完备的.

对此可利用析合范式或合析范式而立论,今不赘.

命题演算还有更强的完备性,即只要把命题演算所不能推出的任一命题模式,作为公理模式而加到命题演算中去,其结果变成矛盾系统,即其结果将能推出任何命题.这种更强的完备性是命题演算所特有的(连狭义谓词演算也不具有).

至于独立性,我们所给的公理系统也是具有的,其证明需构作各式各样的方阵,用以显示由别的公理公则不能推出某一公理公则.这个证明太过琐碎噜嗦,一般都不讨论.其实,独立性虽然是很合理的要求,但却不是必须满足的要求,有时为了种种原因,例如,为了简洁,为了便于推导,或者为了便于显示、比较各公理之间的关系等等,我们故意多列几条公理,这时我们便为了别的目的而牺牲独立性了.所以对独立性一事,我们这里也不多说.

2 谓词演算

2.1 狭义谓词演算

再说谓词演算,在这里我们首先要对命题演算中的原子命题给以分析.上面说过,命题是表示某个个体有什么性质或表示某些个体之间有什么关系.这里面有所谓个体,它是"物",又有所谓性质与关系,它们是属性.某些物具有某些属性便是"事",表示事的便是命题.因此我们讨论了下列三种东西:

(1)个体,由个体全体便组成了逻辑的论域.

(2)谓词,它表示属性,其中"性质"相应于一元谓词,"关系"相应于多元谓词.

(3)命题,它是谓词作用于个体的结果,也就是命题演算中的原子命题.谓词可以说是以个体为主目而以真假为值的函数,与此平行的我们还有另一种函数,即

(4)(项值)函词,它是以个体为主目,以个体为值的函数.

为便于说明起见,今假设以自然数域为逻辑论域.则各个自然

数便是个体,而"为素数"(一元)"大于""互素"(二元)便是谓词.将谓词作用于个体,便得一些原子命题,如"3 为素数"(真),"4 大于 5"(假)"6 与 8 互素"(假)便是一些原子命题.另外,"的 5 倍",(一元),"的最小公倍数"(二元)"的立方"(一元)便是项值函词.当这些项值函词作用于个体时,便得出另一个体(在目前的例子中,个体便是自然数)以为值.例如"7 的 5 倍"(其值为 35),"4,7 的最小公倍数"(其值为 28),"5 的立方"(其值为 125)等等.

注意,这里所说的谓词,一般限于以个体为主目,故与命题联结词不同(它们以命题为主目).如加以推广,允许以个体与命题为主目,只要以真假为值便叫做谓词,则命题联结词 亦是谓词的一种(其主目限于命题).

"等于"亦是谓词之一种,当它作用于个体 a,b 时,"$a=b$"为真当且仅当 a,b 是同一个个体.它是纯逻辑谓词,非常重要.

如果仅限于对原子命题加以分析,那末只须在公式的定义中,在"命题符号为公式"一款之后,再添入"如果 p 为 n 元谓词,而 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 为项,则 $p(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 为原子公式"(当然,还须补充"项"的定义,见后)便成了,别的一概不改动.换句话说,除了扩充"原子公式"的范围以外,命题演算的公理规则可以照旧,因而得不出新内容.

但是谓词演算却有新内容,那就是引入四个新概念.

其一是量词.量词分两个,其一是全称量词,记为 $\forall$,读作"所有的"或"每一个"或"一切的";另一是存在量词,记为 $\exists$,读作"(至少)有一个","有些".例如,设有 px,表示:x 为偶数,则

$\forall xpx$ 读作:一切 x 均使 x 为偶数(即一切数为偶数);(假)

$\exists xpx$ 读作:有一个 x 它为偶数(即有些数为偶数);(真)

这里 $\forall$,$\exists$ 后面的 x 叫做 $\forall$,$\exists$ 的指导变元,而 px 叫做 $\forall x$,$\exists x$ 的辖域(作用域),指导变元以及辖域中与指导变元同名的变元都叫做约束变元,更详细些是被相应指导变元所约束的变元.在一式中不被任何指导变元所约束的变元便叫做自由变元.

自由变元与约束变元其性状是截然不同的，好些书都主张两者该用不同的符号表示，一般建议以 x,y,z 等表示约束变元，而以 a,b,c 等表示自由变元．但是，一般说来，当 x 在 A 中自由时才作 $\forall xA$，显然应该以 x 表示 A 中的自由 x 以及 $\forall xA$ 中的约束 x．如果在 A 中须写为 a（标明时为 $A(a)$），添全称量词 $\forall x$ 时须马上改为 $\forall xA(x)$，这是既不方便又没有必要的．因此，两种变元使用同一种符号（均用 x,y,z 等）是更为方便的．

当同一个公式（它含有多个自由变元）而重迭地添加多个量词时其意义如下确定．试就 $\forall x\exists yA$ 而言（A 依 x,y 而变）．固定 x，A 便是 y 的函数，$\exists yA$ 说："有 y 使 A 真"．但这句话随 x 而或真或假，故它为 x 的函数，而 $\forall x\exists yA$ 则说每一 x 均使 $\exists yA$ 真，亦即，每一 x 均使得有 y 使 A 真．可见，构造命题 $\forall x\exists yA$ 时，先对 A 添量词 $\exists y$，再添量词 $\forall x$（先 y 后 x），但读时却先 x 后 y 而读成：每一 x 均有 y 使 A 真．本此规律，我们便可读任意多层的量词式了．

当把 A 考虑为 x 的谓词时，如果每个 x 均使 A 真便说 A 是（对 x 的）永真谓词，如果至少有一 x 使 A 为真，便说 A 是（对 x 的）可满足谓词．因此显然有：$\forall xA$ 真当且仅当 A 为（对 x 的）永真谓词，$\exists xA$ 真当且仅当 A 为（对 x 的）可满足谓词．

其二是摹状词，它相应于日常语言中的"者"字，用 ι 表示．

x 发现 y（谓词）　y 的发现者：ιx（x 发现 y）；

x 探索 y（谓词）　y 的探索者：ιx（x 探索 y）；

一般说来，设有谓词 A（它依赖于 x,y），则可用 ιxA 表示：使 A 成立的那个 x（它当然依赖于 y）．一般说来，要使得 ιxA 有意义，A 必须满足下列两个条件：

存在性：至少有一个 x 使 A 成立，即 $\exists xA$ 为真；

唯一性：至多有一个 x 使 A 成立，亦即当 x_1,x_2 均使 A 成立时必有 $x_1=x_2$．设将 A 标明为 $A(x,y)$，则应有：

$$\forall x_1\forall x_2(A(x_1,y)\wedge A(x_2,y)\cdot\!\!\rightarrow x_1=x_2)$$

当唯一性不成立时，（有多个 x 使 A 成立时），通常每每增加

条件,使 A 成为新谓词 B,而这时只有一个 x 使 B 成立,人们便使用 ιxB 以代替 ιxA.但当存在性不成立时,人们每每随意指定一个 z 以作为 ιxA 之值,并写成 $\iota(z/x)A$.必须注意,这样的 z 之所以作为 $\iota(z/x)A$ 之值,完全是根据人工约定而得,它并不使 $A(z,y)$ 成立.因此,也有人(也许更多的人)认为这时 ιxA 无定义,这样一来,ιxA 便未必处处有定义了,有时显出其不方便.

在原来的摹状词 ιxA 中,ι 后面的 x 叫做摹状词的指导变元,而 A 叫做摹状词的辖域,指导变元 x 与 A 中与 x 同名的变元叫做约束变元,详细些说是受指导变元所约束.在新的摹状词 $\iota(z/x)A$ 中,指导变元与辖域同上,z 叫做摹状词的伴行主目,如 z 为变元则它亦为自由变元.伴行主目可有可无(量词与原来的摹状词便没有伴行主目),但指导变元与辖域是不可少的.

其三,代入算子.$S(a/x)A$,意指在 A 中将变元(符号)x 处处用 a 代入.这里 S 是代入算子(人们经常将它省去),a 为伴行主目特叫小代入式,x 为指导变元特叫代入变元,而 A 为辖域,特叫大代入式.指导变元 x 是约束变元,它约束辖域 A 内与它同名的变元(即 x),这些都是约束变元.辖域内别的自由变元以及伴行主目 a 便是自由变元.还可推广到多个变元的代入,$S(a_1,\cdots,a_k/x_1,\cdots,x_k)A$,意指:在 A 中将变元 $x_1,\cdots,x_k$ 同时用 $a_1,\cdots,a_k$ 代入,当诸 a 与诸 x 无关时,这个代入实即 $S(a_1/x_1)S(a_2/x_2)\cdots S(a_k/x_k)A$,即使诸 a 内可含有诸 x,可选择诸 a 以及 A 内均不出现的新变元 $t_1,\cdots,t_k$,则 $S(a_1,\cdots,a_k/x_1,\cdots,x_k)A$ 可换为 $S(a_1/t_1)\cdots(a_k/t_k)(t_1/x_1)\cdots(t_k/x_k)A$.因此在讨论时只须讨论对一个变元的代入便成了.

根据代入的意义,伴行主目 a 必与代入变元 x 同为公式或同为项,而代入结果 $S(a/x)A$ 又必与辖域 A 同为公式或同为项.

在具有约束变元的情况下,代入运算必须遵守下列准则:凡在小代入式中为自由出现的变元在代入结果式 $S(a/x)A$ 中亦必须自由出现,从而在 A 中的指导变元的约束对象绝不能扩大到小代

入式中的自由变元去,这叫做保持约束关系.凡代入结果其约束关系有所更改的,叫做不合法代入,这时"$\forall xA \to S(a/x)A$"便未必为真,从而即使 A 真亦不能推得 $S(a/x)A$ 为真了.

利用代入算子可把函词或谓词对其主目的作用改用代入表示.设有函词 f,谓词 p,可引入其空位符 $e_1,\cdots,e_k$,则

$$ft_1\cdots t_k = S(t_1,\cdots,t_k/e_1,\cdots,e_k)fe_1,\cdots e_k;$$

$$pt_1\cdots t_k = S(t_1,\cdots,t_k/e_1,\cdots e_k)pe_1,\cdots e_k;$$

根据这情况,我们可废除对函词谓词变元的代入.

在通常书中,尤其当讨论到二阶谓词演算时,都提到对函词变元与对谓词变元的代入,并说,函词变元 f 可代入以任意一项 E,而谓词变元 p 可代入以任意一公式 G,亦即人们使用

$$S(E/f)A \quad 及 \quad S(G/p)A;$$

但 E,G 为项及公式,而 f 与 p 为函词与谓词,两者截然不同不能代入.照严格意义的代入而言,在原有公式 A 中可出现有 ft_1t_2 与 pt_1t_2,代入后应得 Et_1t_2 与 Gt_1t_2,但这是不合式的、无意义的.有人改说:对 f 及 p 代入以函词 λe_1e_2E 及 λe_1e_2G(设 f,p 为二元,而 E, G 看作依赖于 e_1,e_2),即改用 $S(\lambda e_1e_2E/f)A$ 及 $S(\lambda e_1e_2G/p)A$.这在理论上是非常正确的,但在代入过程中,人们只使用 E,G,并未使用抽象而得的 λe_1e_2E 与 λe_1e_2G.因此这个建议并未得到人们的使用.如果照上文所说,把函词,谓词作用于主目时一律用代入表示,这时人们只使用函词谓词的命名式 $fe_1\cdots e_k$ 与 $pe_1\cdots e_k$,它们是个体变元与命题变元,可改用 x 与 u 表示.这样,我们可改用 $S(E/x)A$ 及 $S(G/u)A$.这时 x 与 u 实际上是依赖于 $e_1\cdots e_k$ 的变元而非独立自变元.对依变元的代入颇与对自变元的代入不同,但只要略加注意,我们是可以顺利地建立对依变元而作的代入的.对依变元的代入既可用以代替对函词变元与对谓词变元的代入,因此通常的二阶谓词演算便可归结到(含有对依变元作代入的)一阶谓词演算中(其实,任何高阶逻辑都可以归结到它).

其四递归词,$\rho(a,b,c/x,y)\{g(x),f(x,y)\}$,它有三个伴行

主目 a,b,c,两个指导变元 x,y,以及两个辖域 $g(x)$ 与 $f(x,y)$. 可以说,它把一个二元函词 $f(x,y)$,与一个一元函词 $g(x)$,变成一个三元函词 $l(a,b,c)$. 函词 $l(a,b,c)$ 应满足下列条件:

$$l(a,b,a)=b,$$

$$l(a,b,c)=f(c,l(a,b,g(c))) \quad \text{当 } c\neq a \text{ 时}.$$

如果在自然数域内讨论,这便是一般递归式(又叫有序递归式).但这个定义式绝不限于自然数而对一般的论域都可以使用的.而这个新函词 l 的存在,也是与自然数无关的,对一般的论域都成立的.把它限于自然数域(并且从自然数特有的加法乘法的理论而推出这个等式的成立)是没有任何道理的.因此我们特把它提出来,放在狭义谓词演算中,这样一来,自然数论的讨论也就更容易了.

根据函数 l 所满足的条件,要计算 $l(a,b,c)$ 的值(当 $c\neq a$ 时)归结到计算 $l(a,b,g(c))$ 的值,后者又归结到 $l(a,b,g(g(c)))$ 的值,……如此追溯下去,如果有 k 使 $g^k(c)=a$,则 $l(a,b,g^k(c))=b$,于是逐步倒退便可以计算 $l(a,b,c)$ 之值了.反之,如果任何 k 均使 $g^k(c)\neq a$,则显然 $l(a,b,c)$ 是无法计算其值时这时 $l(a,b,c)$ 便无定义.凡有 k 使 $g^k(c)=a$ 的 c 叫做 a 的祖先.因此 $l(a,e,c)$ 仅当 c 为 a 的祖先时有定义.一般说来,没有能行的方法以判定 c 是否 a 的祖先的.

总结上面所说,可知量词、摹状词、代入词以及递归词都含有指导变元及辖域.含有指导变元与辖域的便叫做算子.算子实即是把函谓词变成函谓词的运算.具体说来,量词与原摹状词把谓词变成元数较少一个的谓词、函词,而新摹状词则把谓词变成同元数的函词.代入词把函谓词变成与代入结果相应的函谓词,递归词则把两个函词变成一个新函词.

命题联结词、相等词、量词、摹状词、代入词以及递归词可以说是逻辑常项,它们的意义上面已经阐明了.在这种意义之下,要确定一个公式的真假值以及要确定一项的值(是什么个体),还须对公式与项内的变元(所谓符号)指派以相应的值.具体说来,要对其

中的命题符号指派以真假,对其中的个体变元指派以论域内的一元素,对其中的谓词变元、函词变元指派以论域上的谓词与函词.另外,照理应该认为约束变元是不必指派的(理由是:一项或一公式的值与其中的约束变元无关);但是,比如说,在求 $\forall xA$ 的值时,如果只对 A 中别的自由变元给以指派而对 x 不指派无法求得 A 的值,故在求 A 的值时便须补对 x 给以指派,这时不但须补一次指派而且须补无穷多次指派,以致在通常说法中在求一公式的值时要考虑无穷多个别的赋值(各赋值的差异只在于对 x 的指派).讨论在一指派之下的值而要牵涉到无穷多个别的指派,这显然是不够妥当的.既然在求 $\forall xA$ 时,只须把 A 考虑为 x 的函数(以看它是否永真),因此对约束变元指派以空位符(这时 A 自动地便是 x 的函数)是很适宜的.但量词等算子只与辖域的值有关,因此我们规定:在对各公式作指派时,对辖域中的约束变元指派以论域的全体元素.在我们的指派之下,对每个公式或项的求值,只须讨论本指派本身,无须牵涉到别的指派.

作了指派以后,便可以由内算子而外算子地求得一公式或项的值,叫做在该指派之下该公式或该项的值.如果一公式对任何指派都取得真值,该公式便叫做永真公式;如均取得假值便叫做永假公式,非永假的公式又叫做可满足公式.永真公式便是逻辑规律,谓词演算中的逻辑规律.由命题演算中的重言式代入以一般的项或公式(不限于命题演算公式),所得结果亦叫做重言式.不是由命题演算的重言式作代入而得的,即使永真,一般也不叫做重言式.

由于论域经常是有无穷多个元素的,因此一公式 A 是否对一切 x 为真或是否对一切 x 为假,未必永可判定.因此,给出指派后,虽然原则上永可确定某公式 A 为真或为假,但未必可以能行地判定.因此任给一公式 A,未必能判定它是否永真式.

全体的永真公式便组成谓词演算,当其中的变元(自由变元与约束变元)限于个体变元与命题变元时便叫做狭义谓词演算亦叫做一阶谓词演算.由于未必能行地判定是否永真式,因此不靠规则

而直接给出全部永真式是不可能的.现在我们只有两法:公理系统法以及自然推理系统法.

2.2 狭义谓词演算的公理系统

组成部分.

基本符号:

1)原子符号 $x, p, f, |, o, (,)$;

2)命题联结词 $\neg$(一元)$\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$(均二元);

3)相等词 $=$(二元)

4)算子 $\forall, \exists, \iota, S, \rho$.

· 命题符号 与前相同,

· 个体变元 (1)x 为个体变元;(2)如果 ξ 为个体变元,则 $\xi|$ 为个体变元;(3)个体变元限于由(1)(2)而得的;

· 个体常元 (1)f 为个体常元;(2)如果 ξ 为个体常元,则 $\xi|$ 为个体常元;(3)个体常元限于由(1)(2)而得的;

· 函词符号 (1)f^{o}为 1 元函词符号("|"为一竖);(2)如果 ξ^{o} 为 η 元函词符号,则 ξ^{oo} 为 η_1 元函词符号;(3)如果 ξ 为 η 元函词符号则 $\xi|$ 为 η 元函词符号;(4)函词符号仅限于由(1)(2)(3)而得的;

· 谓词符号 (1)p^{o}为 1 元谓词符号("|"为一竖);(2)如果 β^{o} 为 η 元谓词符号则 β^{oo} 为 $\eta|$ 元谓词符号;(3)如果 β 为 η 元谓词符,则 $\beta 1$ 为 η 元谓词符号;(4)谓词符号仅限于由(1)(2)(3)而得的;

· 项,带空位的项,公式及带空位的公式 (1)个体变元为项;(2)个体常元为项;(3)η 元函词符号是带 η 个空位的项;(4)如果 ξ 为带 $\eta 1$ 个空位的项,α 为项,则 $\xi\alpha$ 为带 η 个空位的项;(5)如果 ξ 为带 1 个空位的项,α 为项,则 $\xi\alpha$ 为项;(6)命题符号是公式而且是原子公式;(7)如果 α, ξ 为项,则 $\alpha = \xi$ 是公式而且是原子公式;(8)η 元谓词符号为带 η 个空位的公式;(9)如果 β 为带 $\eta 1$ 个空位的公式,ξ 为项,则 $\beta\xi$ 为带 η 个空位的公式;(10)如果 β 为带 1 个空位的公式,ξ 为项,则 $\beta\xi$ 为公式而且是原子公式;(11)如果 α 为公

式则$(\neg\alpha)$亦为公式；(12)如果α,β为公式则$(\alpha\vee\beta)$，$(\alpha\wedge\beta)$，$(\alpha\rightarrow\beta)$，$(\alpha\leftrightarrow\beta)$亦为公式；(13)如果$\alpha$为公式，$x$为个体或命题变元，则$(\forall x\alpha)$，$(\exists x\alpha)$为公式；(14)如果$\alpha$为公式，$x$为个体或命题变元，$\xi$为项或公式，则$S(\xi/x)\alpha$为公式；(15)如果$\alpha$为公式，$x$为个体或命题变元，则$(\iota x\alpha)$为项；或(15′)：如果$\alpha$为公式，$\xi$为项，$x$为个体或命题变元，则$\iota(\xi/x)\alpha$为项；(16)如果$\alpha$为项，$x$为个体或命题变元，$\xi$为项或公式，则$(S(\xi/x)\alpha)$为项；(17)如果$\alpha,\beta$为项，$\xi,\eta$为项，$x,y$为个体变元，则$\rho(\xi,\eta,\zeta/x,y)\{\alpha_1\beta\}$为项；(18)项，带空位的项，公式，带空位的公式仅限于由(1)~(17)所得的.

以上仅是定义各概念便很费一番工夫，足见通常书中的假定(已知函词谓词的元数)是作了很强的假设的.换言之，通常书中并没有把基本概念分析到最简单的阶段.

约束出现、自由出现以及约束关系亦可仿此定义，今不赘.

推理部分.

1)公理　我们仍不使用代入规则而用公理模式.除上述1.2.2命题演算的公理系统(1)~(11)外，还有：

(12)$\forall xA\rightarrow S(a/x)A$，$a$为任意一项；

(13)$S(a/x)A\rightarrow\exists xA$，$a$为任意一项；

(14)$a=a$　a为任意一项；

(15)$a=b\rightarrow(fa_1\cdots a\cdots a_n=fa_1\cdots b\cdots a_n)$，诸$a$为任意的项，$a,b$占第$i$空位$(1\leqslant i\leqslant n)$，$f$为基本$n$元函词符号；

(16)$a=b\rightarrow(pa_1\cdots a\cdots a_n\leftrightarrow pa_1\cdots b\cdots a_n)$，诸$a$为任意的项，$a,b$占第$i$空位$(1\leqslant i\leqslant n)$，$p$为基本$n$元函词符号；

另外有关摹状词、代入词以及递归词亦须列出相应的公理，由于一般书上很少论列，这里暂略.

2)公则(推理规则)

(1)分离规则，$A\rightarrow B,A\vdash B$.

(2)全称规则(全)：$B\rightarrow A\overset{x}{\vdash}B\rightarrow\forall xA$，这里$B$不含变元$x$的自

由出现,而"$\overset{x}{\vdash}$"指:作为变元 x 时能推出规则前件 $B \rightarrow A$(而不是对特给的 x 推出).

(3)存在规则(存):$A \rightarrow B \overset{x}{\vdash} \exists xA \rightarrow B$,这里 B 不含变元 x 的自由出现,"$\overset{x}{\vdash}$"的意义同上.

当使用(2)(3)时叫做就 x 而实施(2)(3).

狭义谓词演算的公理系统就止于此.

2.3 狭义谓词演算的自然推理系统

至于相应的自然推理系统可由命题演算的自然推理系统添加下列各规则而得.

1)引入假设规则 所引入的假设除(1)当然假设;(2)反证假设;(3)穷举假设外添加

(4)命名假设,如已推得 $\exists xA$,由它启发可引入假设 $S(e/x)A$,这里 e 为从未出现过的新变元(与 x 同类的).

这假设相当于日常的下列推理:已经得 $\exists xA$,即有某个 x 满足 A,今命它为 e,即有 $S(e/x)A$.这里 e 为从未出现过的新变元,因为我们没有理由认为它与已出现的个体相同.

2)消去假设规则 (1)简单消去;(2)反证消去;再添入

(3)如果在命名假设 $S(e/x)A$ 之下推出一公式 B,而 B 中无 e 的自由出现,则消去假设 $S(e/x)A$ 后仍得 B,即 B 不再依赖于命名假设.因为该公式 B 既与命名 e 无关,只要 A 有根无论由哪个根同样可得 B,而与 e 的命名无关了.

3)推理规则 除命题演算的自然推理系统的(1)~(6)外添入

(7)由 $\forall xA$ 可推得 $S(a/x)A$,a 为任一项;

(8)由 $S(a/x)A$(a 为任一项)可推得 $\exists xA$;

(9)由 $a = b$ 可推得 $fa_1 \cdots a \cdots a_n = fa_1 \cdots b \cdots a_n$,这里诸 a 为任意的项,f 为任意一个基本的 n 元函词,a 在第 i 空位($1 \leqslant i \leqslant n$);

(10)由 $a = b$ 可推得 $pa_1 \cdots a \cdots a_n \leftrightarrow pa_1 \cdots b \cdots a_n$,这里诸 a 为任意的项,p 为任意一个基本的 n 元谓词,a 在第 i 空位($1 \leqslant i \leqslant n$);

此外有关摹状词、代入词与递归词的部分暂略.

定理部分照旧,无须新添(当然,公式、项、公理等已具有新内容,不是原来的内容).以上便是狭义谓词演算的自然推理系统.

如果一公式可写成 $Q_1x_1\cdots Q_nx_nA$ 之形,诸 Q 为 $\forall$ 或 $\exists$ 之一,而 A 中不再出现任何量词,便说该公式具有前束形.从上面的公理系统极易推得:任何一公式都与另一个具前束形的公式同真假(等价),该公式便叫做本公式的前束范式.

2.4 赋值、解释与指派

狭义谓词演算的语言叫做一阶语言,由演算中所有的公式与项组成,可递归定义为:(1)基本符号,分为个体变元符号,命题变元符号,谓词符号(又依元数再区分),函词符号(依元数再区分),(2)命题联结词:$\neg$,$\vee$,$\wedge$,$\rightarrow$,$\leftrightarrow$;(3)量词 $\forall$,$\exists$;(4)摹状词 ι(可无);(5)递归词 ρ(可无).由这五者根据常用的组成规则而组成公式与项.

要对谓词演算给以语义,须给出论域以及对其中变元及逻辑常项作出解释.取两个论域,其一是{真假}即真值集,根据它而确定命题变元的取值,又对命题联结词给以定义(同命题演算),其二是任一非空集合,作为个体域,根据它而确定个体变元的值域,以及谓词变元的定义域,函词变元的定义域与值域,又用下法对量词、摹状词与递归词给以定义.注意,对命题联结定义了以后,量词摹状词的辖域便对应于谓词,而递归词的辖域则对应于函词(均以其中的个体变元与命题变元为自变元),这时,全称量词、存在量词便根据其辖域而决定真假,而摹状词则作出其辖域的唯一的满足者,递归词则作出其辖域的相应的新函词.因此,作出这些解释后,命题联结词量词等便有内容,而谓词演算便成了有内容的演算了,也就是通常的狭义谓词演算了.

要对一公式或一项而定其真假值或定其值,我们还须对该公式(或项)内的个体变元、命题变元、谓词符号、函词符号给以指派,

给以指派以后，便可以根据解释而计算出该公式或项的值(真假或对应的论域中的元素)了.其过程是：由内而外地把各谓词、函词在相应变目处的值求出，并根据命题联结词、量词、摹状词、递归词的意义而逐步求其值，当最外面一层的值求出后，该公式或项的值便求得了.

和命题演算处一样，论域与解释是对该语言内全部公式通用的，但指派则是对各公式中的各变元与符号而作的，随公式的不同而指派亦异.

通常书中(对命题演算也这样)为了使得指派不随公式而异，都规定：指派是对语言中全部的个体变元、命题变元、谓词符号、函词符号所作的指派.由于这些变元、符号一般都是无穷多个的，从而无端地要考虑指派无穷多个值，这既无必要，又增添复杂性，而且使得每个语义中，论域与解释是公用的这一特点湮没了，好像作不同的指派时解释也跟着改变似的.我们把解释与指派分开，前者不因公式而变，后者因公式而有所不同但却只指派有穷个值，这样处理更为适当.通常书中又对约束变元不给以赋值，这也是不够妥当的.对自由变元指派以论域中一个对应的值，对约束变元则应指派以论域的全体元素，从而含有约束变元的公式或项，经过指派后，计算结果便得出一个确定的(含有空位符的)谓词或函词，再与量词、摹状词等的解释相结合，便立刻得出所求的值了.如照通常做法，遇到量词或摹状词时，须考虑无穷多个别的赋值(指派)，这种要考虑别的赋值(乃至全部赋值)才能求得在某个赋值下的值，显然是不够妥当的.

解释与指派合称赋值.指派随公式而异，解释则是固定的(适用于全体公式及项)，但因个体域可以是随便一个非空集，故解释仍可有多个(无穷多个)，但它们都是适用于全体公式及项的.如果个体域为 D，便叫做 D 上的解释.

如果在 D 上解释之下，A 的任何指派都是成真指派，便说 A 是 D 上永真公式，如都是成假指派，便说 A 是 D 上永假公式，如 A

不是D上永假便说A是D上可满足的,这时D及相应的解释便说是A的模型.如果D是公式集Γ中每个公式的模型,便说D是公式集Γ的模型.这些都叫做A的关于D的永真假性.

如果对一切非空集D,A都是D永真(假)便说A是永真(假)公式.如果有一非空集D使A为D可满足,则A便叫做可满足公式.这些都叫做A的永真假性.

我们有下列性质.对任何非空集D,在D解释之下均有:(1)A永假当且仅当$\neg A$永真;A永真当且仅当$\neg A$永假;(2)A不能同时既永真又永假;(3)如果A与$A\rightarrow B$均永真,则B亦永真;(4)A永真当且仅当$\forall xA$永真,A可满足当且仅当$\exists xA$可满足.根据(3)可知,分离规则保持永真性.

如果D_1,D_2具有相同个数的元素(个体),则对任何公式A而言,它的D_1永真假性便与它的D_2永真假性相同.因此我们只须考虑对D_1,D_2的基数的永真假性,其基数相应地便叫做永真、永假数.

当d为任一无穷数时,A的d永真假性与A的ω永真假性同.

当d为有穷数时,d永真假性永可在有限步骤内决定.

如果在A中只出现一般的函词谓词而不出现相等词,又设$k < k$,则由A的k永真(k永假)可推得A的k永真(k永假);由A的k可满足(仅可满足)可推得A的k可满足(仅可满足);这性质可简记为由小满可推得大满,由大永可推得小永.

由这可知,没有相等词的公式A不可能既有永真数又有永假数,而只能有永真(或永假)与仅可数,而且必分成两段,大的一端是仅可数而小的一端为永真(或永假)数.换言之,如只有一种数,它为永真、永假或仅可(共三种);如有两种数又可依其分界数而再区分,如分界数为ω,则依小的一端而叫做有穷永真或有穷永假,如分界数为有穷数k,仍依小的一端而叫k下永真或k下永假.共有七种情形.

当 A 中含有相等词时，设它共含有 m 个等式(等号共出现 m 次)，则 $k>m$ 时，k 只能为 A 的永真数或只能为 A 的永假数，但这时可有无穷多个永真数与仅可数，亦可有无穷多个永假数与仅可数，情况复杂得多，可总结如下，只有一种数是无穷多个的为：k 上永真，k 上永假，k 上永仅可(共三种)，有两种数是无穷多个的为：k 上有穷永真，k 上有穷永假，k 上无永真(只有永假与仅可)，k 上无永假. 当有两种数是无穷多个时，ω 必是仅可数.

此外我们还有下列性质：

(1)如果 A 为可满足则必有 ω. 可满足.

(2)如果 A 为 ω. 永真(永假)则必有有穷数 k 使得 A 为 k 上永真(永假).

(3)如果 A 中只有 l 个一元谓词符号而没有函数变元，则 A 永真当且仅当 A 为 2^l 永真，A 可满足当且仅当 A 为 2^l 可满足.

我们还可把永真假性推广到公式集去. 设有公式集 S，又有一个 D 上解释. 对 S 中全体公式的全部变元都作了指派，便说对公式集作了一个指派. 如果在 D 上解释之下，一切指派均使 S 中一切公式为真便说 S 对 D 永真；如果至少有一指派使其中一个公式为真，则说 S 对 D 非永假；如果有一个指派使 S 中一切公式均为真，则说 S 对 D 可全满足(又说同时满足). 我们有：任给可数多个无量词的公式集 S，S 可全满足当且仅当 S 的任意有限子集亦是可全满足.

关于谓词演算的公理系统，我们也有下列的特性.

定理(可靠性) 谓词演算的公理系统是可靠性亦即融贯的，

证 极易证明，所有公理都是永真性，所有各公则都是保持永真性的，因此谓词演算内各定理都是永真公式. 显然，B 与 $\neg B$ 不能同时都是永真，故公理系统是融贯的.

定理(完全性) 由谓词演算的公理系统可推出全部永真公式，故就推出永真公式而言，它是完全的.

这条定理的获得是哥德尔(K. Gödel)1930 年的成果. 原来的证

明比较麻烦，后来经过多次的改进，已经相当简单了.

不过谓词演算却没有像命题演算那样，它却没有更强的完全性. 已经知道，即使把谓词演算的某些推不出的公式加到谓词演算中去，例如，添入 $\exists xAx \to \forall xAx$，也不会发生矛盾(因为在 1 域上它是永真的). 所以更强的完全性是没有的.

各公理的独立性也是具有的，但我们不再论列.

(作者：莫绍揆)

参考文献

本部分的参考文献极多，今只列出若干本，读者可由这些文献中所列参考文献而获得更多的参考文献.

[1] S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam, 1952.
[2] A. Church, Introduction to Methematical Logic, Vol 1. Princeton, 1956.
[3] W. V. Quine, Mathematical Logic, Havard University Press, 1951.
[4] J. R. Shoenfield, Matematicul Logic, Addison、Wesley, Mass. 1967.
[5] J. L. Bell and M. Machover, A Course in Mathemctical Logic, North-Holland Publishing Company, 1977.
[6] 莫绍揆. 数理逻辑导论，上海：上海科技出版社，1965.
[7] 莫绍揆. 数理逻辑教程，武汉：华中工学院出版社，1982.

(二) 集合论

1 引　言

集合是一切科学，特别是自然科学的最基本的概念. 数学又可

以说是一切科学的高度抽象，而整个数学又可以在集合论中被精确地推导出来．为此，我们需要选定几条数学家们公认的基本原则作为公理，由它们出发便可以定义一切数学概念和推导出一切数学定理．我们这里将要介绍的公理集合论系统是流传最广泛的 ZFC 系统．

2　公理概述

ZFC 系统有以下公理：

（Ⅰ）外延性公理：如果集合 x 和 y 有相同的元素，则说 $x=y$．形式地，

$$\forall_x \forall_y (\forall_z (z\in x \leftrightarrow z\in y) \rightarrow x=y).$$

（Ⅱ）良基公理：每个非空集合都有 $\in$ 最小元．形式地，

$$\forall_x (\exists_y (y\in x) \rightarrow \exists_y (y\in x \wedge \neg \exists_z (z\in x \wedge z\in y))).$$

（Ⅲ）概括公理：如果 $\varphi(x,z,w_1,\cdots,w_n)$ 为一个用逻辑公式表示的关系，则对任何集合 $z,w_1,\cdots,w_n$ 都存在集合 y，使得 $y=\{x\in z \mid \varphi(x,z,w_1,\cdots,w_n)\}$，即 y 作为满足 φ 的 z 的子集是存在的．形式地，

$$\forall_z \forall_{w_1} \cdots \forall_{w_n} \exists_y \forall_x (x\in y \leftrightarrow x\in z \wedge \varphi(x,z,w_1,\cdots,w_n)).$$

（Ⅳ）对偶公理：对任何集合 x,y，存在含 x,y 的集合 $\{x,y\}$．形式地，

$$\forall_x \forall_y \exists_z (x\in z \wedge y\in z).$$

（Ⅴ）联集公理：对任何集合 F，存在由其元素的并组成的集合 A．形式地，

$$\forall_F \exists_A \forall_x \forall_y (x\in y \wedge y\in F \rightarrow x\in A).$$

（Ⅵ）替换公理：对任何函数 f 和任何集合 A，存在集合 $y=f[A]=\{f(x) \mid x\in A\}$．形式地，

$$\forall_A \forall w_1,\cdots,\forall w_n (\forall_{x\in A} \exists!\ y\varphi(x,y,A,w_1,\cdots,w_n) \rightarrow \exists y$$

$\forall_{x\in A}\exists z\in y\varphi(x,z,A,w_1,\cdots,w_n))$.

(Ⅶ)无穷公理:无穷集合是存在的.形式地,

$$\exists_x(O\in x\wedge\forall_y(y\in x\rightarrow S(y)\in x)).$$

(Ⅷ)幂集公理:对任何集合 x,存在由 x 的一切子集构成的集合.形式地,

$$\forall_x\exists_y\forall_z(z\subseteq x\rightarrow z\in y).$$

(Ⅸ)选择公理:任何非空集合的簇都有一个选择函数,它的等价形式可表示为

$$\forall_A\exists_R(R\text{ 良序 }A).$$

熟悉公理集合论的读者容易发现,我们列出的公理具有一定的可扩充性,这是与其它著作不同的地方.

3 公理系统的必要性

大多数数学家并不需要对他们所研究的数学分支采用公理集合论的精确推理方式,在他们的头脑里,哪些原则是显然成立的(相当于公理),而哪些原则是需要证明的(相当于定理),应该是一清二楚的.那么为什么还须要集合论的公理化方法呢?首先,有些看来似乎可作为公理的显然成立的原则,有时会导致悖论.例如,在经典的康托尔集合论中的概括原理便会导致罗素悖论.其次,当我们讨论希尔伯特第一难题——连续统假设(简称 CH)时,我们需要证明 CH 是独立于集合论系统的,即,在通常的集合论系统中,既不能证明 CH,也无法否定 CH.要证明这个著名的论断,便必须建立公理化的集合论,如 ZFC,然后,才能精确地去证明 $\mathrm{ZFC}\nvdash\mathrm{CH}$ 和 $\mathrm{ZFC}\nvdash\neg\mathrm{CH}$.

读者可能会问,ZFC 真的能代表通常的集合论吗?事实上,我们将用不长的篇幅展开 ZFC 系统,使读者清楚地看到,在 ZFC 中如何可推导出全部传统数学的内容.

4 形式逻辑

我们需要形式逻辑.首先,需要用它来精确表述 ZFC 的公理.前面已提到过一条概括公理,它的简化形式为以下集合存在:

$$\{x\in A \mid P(x)\}.$$

其中,$P(x)$为 x 的一个性质.但是,什么是性质呢?"x 说谎"是否算一个性质呢?显然,应当对"性质"给予严格的定义,ZFC 中的性质 $P(x)$便定义为形式逻辑中的公式.只有这样才能避免混乱.试看以下悖论便是由于乱用"性质"这一概念而造成的:设 n 为不能用 100 个字的一句话定义的最小正整数,但是,我们已经用上述这句不超过 100 个字的话定义了这个 n! 其次,需要用形式逻辑来精确证明一些独立性问题.例如,只有借助于形式逻辑,才能精确论证,ZFC $\nvdash$ CH 和 ZFC $\nvdash \neg$CH.可以说,没有逻辑便没有近代数学的这些重大成果.

我们将给出形式语言的精确定义,因为,这是容易做到的和对表述 ZFC 也是十分必要的.

我们的形式语言的基本符号是 $\wedge,\neg,\exists,\in,=,V_i$ 和括号(即"("和")").一个表达式是这些基本符号的任一有穷串.形式语言中有意义的表达式称为公式,可定义如下:

(Ⅰ)对任何自然数 i,j, $V_i\in V_j$ 和 $V_i=V_j$ 皆为公式;

(Ⅱ)如果 φ 和 ψ 为公式,则对任何自然数 i, $\neg(\varphi)$, $(\varphi\wedge\psi)$, $\exists V_i(\varphi)$也都是公式;

(Ⅲ)只有有穷次使用(Ⅰ)和(Ⅱ)得到的才是公式.

一个公式的子公式是该公式中能够构成一个公式的符号串.如,公式 $V_0\in V_1$ 为公式$(\exists V_0(V_0\in V_1))$的子公式.量词的作用域是指从该量词开始的唯一的子公式.如,上例中,$\exists V_0$ 的作用域是 $\exists V_0(V_0\in V_1)$.公式中的变元可分为约束变元和自由变元两种.一个变元如位于其量词的作用域中,则称为约束变元,否则,

便称为自由变元,如上例中,V_0 的两次出现都是约束的,而 V_1 则为自由的.

句子是不含自由变元的公式.ZFC 的公理便是一组句子.如果 S 为句子的集合,φ 为一个句子,则 $S\vdash\varphi$ 是指从 S 出发用纯逻辑方法可以推导出 φ.更精确地,$S\vdash\varphi$ 指存在有穷多个句子 φ_1, $\varphi_2,\cdots,\varphi_n$,使得(Ⅰ)$\varphi_n=\varphi$.(Ⅱ)对每个 $i,1\leqslant i\leqslant n,\varphi_i$ 或为逻辑公理,或为 S 中的句子,或由 $\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_{i-1}$ 出发使用逻辑推理规则而得.如果 $S\vdash\varphi$ 且 S 为空集,则记为 $\vdash\varphi$ 且说 φ 为逻辑真,如果 $\vdash(\varphi\leftrightarrow\psi)$,则说 φ 和 ψ 为逻辑等价.

如果 φ 为一个公式,则 φ 的全称封闭式为将 φ 的所有自由变元用全称量词约束而得的句子.易见,ZFC 的大多数公理都是全称封闭式,只有无穷公理例外,它可称为存在封闭式.对一个公式 φ 而言,$S\vdash\varphi$ 便指 φ 的全称封闭式可由 S 导出.

如果 S 为句子的集合,且不存在 φ 使得 $S\vdash\varphi$ 和 $S\vdash\neg\varphi$,则说 S 是相容的.显然,对任何句子 φ,$S\vdash\varphi$ 当且仅当 $S\cup\{\neg\varphi\}$ 是不相容的,并且,$S\vdash\neg\varphi$ 当且仅当 $S\cup\{\varphi\}$ 是不相容的.因此,要证明 ZFC $\nvdash$ CH 和 ZFC $\nvdash\neg$CH,只须证明 ZFC $\cup\{\neg$CH$\}$ 和 ZFC $\cup$ $\{$CH$\}$ 都是相容的即足.换句话说,我们只要设法去构造后两者的模型即足.由此可见,集合论与模型论的密切关系.

由于推理过程都是有穷的,故若 $S\vdash\varphi$,则必有有穷集合 $S'\subseteq S$,使得 $S'\vdash\varphi$.同理,若 S 不相容,则必有有穷集合 $S'\subseteq S$,使得 S' 不相容.这个事实对无穷的 ZFC 而言是很重要的.

5 模　型

由上一节可知,构造一个句子集合的模型是非常重要的.所谓与集合论有关的模型是指一个非空的论域和在该论域上的一个确定的二元关系.论域作为变元的变化范围,二元关系作为集合论中关系 $\in$ 的一种解释.例如,取论域为整数集 Z 取 $x\in y$ 的解释为 x

$<y$,则所得模型可记为 $<Z,<>$. 在这个模型中,句子 $\forall_x \exists_y (y \in x)$ 被解释为"真". 但是,容易看出,ZFC $\nvdash \forall_x \exists_y (y \in x)$. 这是因为模型 $<Z,<>$ 并不能使 ZFC 的每条公理都被解释为真. 那么什么样的模型适合于 ZFC 呢? 首先,把 $x \in y$ 解释为关系"x 为 y 的元素". 其次,要设法构造一个合理的 ZFC 的论域. 根据数学研究与发展的需要,我们的论域的元素都是家簇型集合,即,如果 x 为论域的元素,即,x 为集合,则 x 的元素也为论域的元素,即也为集合,依次类推,x 的元素的元素等等皆为论域的元素,即皆为集合. 这种家簇型集合的例子是很多的,例如,空集 $\varnothing$,集合 $\{\varnothing\}$ 和 $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$ 等都是家簇型集合. 家簇型的集合也可用集合论的方法加以定义. 如果用 $\bigcup x$ 表示 x 中一切集合的并,而用 $\bigcup^0 x$ 表示 x,$\bigcup^{n+1} x$ 表示 $\bigcup(\bigcup^n x)$,则如果对任何自然数 n,$\bigcup^n x$ 的元素皆为集合,便说 x 是家簇型集合. 在近代集合论的独立性证明理论中,为了证明 ZFC$\cup\{\neg$CH$\}$ 和 ZFC$\cup\{$CH$\}$ 的相容性,将设法构造出它们的两个不同的模型. 这两个模型的 $\in$ 解释是相同的,即皆为"属于"关系,而它们的论域是不同的,它们将为家簇型集合的论域的不同的子论域. 证明相容性的上述方法,容易从哥德尔完备性定理得出. 事实上,形式逻辑的推理规则是保持永真性的. 因此,如果在一模型中,S 的一切句子皆为真,而又有 $S \vdash \varphi$,则 φ 在该模型中也必为真,此时,一定不可能再有 $S \vdash \neg\varphi$,因为,否则,$\neg\varphi$ 也要在该模型中为真了,但是,在一个模型中不可能同时容纳 φ 和 $\neg\varphi$ 的,故 S 是相容的.

6　概括原理

康托尔(G. Cantor)在他的朴素集合论中不明显地给出了构造集合的概括原理,即,如果 $P(x)$ 表示 x 的某个集合论性质,则便可由此构造出新的集合 $\{x \mid P(x)\}$. 换句话说,如果 x 为集合,P 为性质,则 $\{x \mid P(x)\}$ 是存在的. 前面说过,为了避免悖论,性质 P

(x)应当严格定义为含自由变元 x 的公式 $\varphi(x)$. 因此,上述概括原理又可形式地表为以下公理:

$$\exists_y \forall_x (x \in y \leftrightarrow \varphi(x)).$$

但是,遗憾的是,上述公理又将导致悖论,即以下的罗素悖论:如果设 $\varphi(x)$为公式 $x \notin x$,则上述公理便变成

$$\exists_y \forall_x (x \in y \leftrightarrow x \notin x).$$

我们取 x 为 y,则得 $y \in y \leftrightarrow y \notin y$,这是个矛盾. 这个矛盾说明素扑集合论中的那条概括原理是不能作为集合论的公理而加以广泛使用的. 换句话说,必须对它进行修改,使它不再产生悖论. 这样便出现了公理集合论中的新的概括公理,即我们前面已经列出的第(Ⅲ)条公理. 由于数学的实际应用都只要求由 $\varphi(x)$去定义一个已知集合的子集,故新的概括公理(又称为分拆公理)并不影响集合论的应用. 换句话说,我们仍然可以借助于 ZFC 而建造出整个数学大楼.

显然,由公理(Ⅲ)断定存在的集合可记为

$$\{x \in z \mid \varphi(x, z, w_1, \cdots, w_n)\}$$

而且由外延性公理容易证明,上述集合是唯一的. 新的概括公理避免了罗素悖论的发生,其理由也是十分明显的,故作为思考题而留给读者.

由公理(Ⅲ)可构造出空集$\varnothing$,即$\{x \in z \mid x \neq x\}$,而且,由外延性公理,$\varnothing$是唯一的. 因此,说$\varnothing$为使得$\forall_x (x \notin y)$的唯一集合 y 是合理的. 我们也可证明,包含一切集合的全集是不存在的,即公式$\neg \exists_z \forall_x (x \in z)$为真. 事实上,如果反设$\exists_z \forall_x (x \in z)$为真. 则由公理(Ⅲ)便可构造集合$\{x \in z \mid x \notin x\} = \{x \mid x \notin x\}$(因为 z 为全集),从而,由罗素悖论即导出矛盾. 因此,全集是不存在的.

7 关系、函数和良序

为了在 ZFC 中构造整个数学,需要在 ZFC 中构造通常数学中

的许多重要概念,如向量,关系,函数,次序,序数,基数,自然数,整数,有理数,实数等等,由此即可逐步构造整个数学.

由对偶公理(Ⅳ),对任意给定的集合 x 和 y,我们可定义集合 z 为使得 $x\in z$ 且 $y\in z$ 的任何集合,然后,用公理(Ⅲ)即得集合$\{w\in z\mid w=x\vee w=y\}$,由外延性公理,该集合是唯一的且仅以 x,y 为其元素,我们把这个集合记为$\{x,y\}$.由此含一个元素 x 的集合也是存在的,即$\{x\}=\{x,x\}$.我们定义 x,y 的有序对(或二元向量)为$<x,y>=\{\{x\},\{x,y\}\}$(Wiener 1914, Kuratowski 1921),显然,它也是存在的,而且,如果$\langle x,y\rangle=\langle u,v\rangle$则必有 $x=u$ 和 $y=v$,这些请读者验证.

在定义关系和函数时,不仅需要有序对而且还需要卡氏积 $A\times B=\{\langle x,y\rangle\mid x\in A\wedge y\in B\}$.如何证明 ZFC 中存在卡氏积呢?这需要用替换公理(Ⅵ).首先,由前面的论证可知,对任何 $y\in B$,均有$\forall_x\in A\,\exists!\ z(z=\langle x,y\rangle)$,于是,由替换公理即可定义 $P(A,y)=\{z\mid\exists_x\in A(z=\langle x,y\rangle)\}$.于是,$\forall_y\in B\,\exists!\ z(z=P(A,y))$.再用替换公理,即可定义 $Q(A,B)=\{P(A,y)\mid y\in B\}$.由此可得卡氏积 $A\times B$,即 $A\times B=\bigcup Q(A,B)$.至于$\bigcup F$ 的存在性可从联集公理(Ⅴ)得出:我们把公理(Ⅴ)中的 F 视为集合簇,使得 F 的每个元素 y 皆为集合 A 的子集,而 A 是由该公理肯定存在的,因此,$\bigcup F=\{x\in A\mid\exists_y\in F(x\in y)\}$也是存在的.

设 A,B 为集合,则 $R\subseteq A\times B$ 称为一个关系.显然,R 是存在的.通常记 $\mathrm{dom}(R)=\{x\mid\exists_y(\langle x,y\rangle\in R)\}$和 $\mathrm{Ran}(R)=\{y\mid\exists_x(\langle x,y\rangle\in R)\}$,它们分别称为 R 的定义域和值域.显然,它们也都是存在的,而且 $R\subseteq\mathrm{dom}(R)\times\mathrm{Ran}(R)$.有时也需要定义 R 的逆关系 $R^{-1}=\{\langle x,y\rangle\mid\langle y,x\rangle\in R\}$,显然,$R^{-1}$存在且$(R^{-1})^{-1}=R$.

函数是数学中一个重要概念,但是,在微积分等教科书中,对函数的定义是很含糊的,可以说只有在集合论中才给出了它的严格的定义.我们说一个函数是满足以下条件的关系:

$$\forall_x\in\mathrm{dom}(f)\,\exists!\ y\in\mathrm{Ran}(f)(\langle x,y\rangle\in f).$$

显然,函数是存在的,即它是一个集合.在函数的使用中,我们常用记号 $f: A \to B$,它表示 $A = \mathrm{dom}(f)$ 而 $\mathrm{Ran}(f) \subseteq B$.如果 $C \subseteq A$,则 $f \upharpoonright C = f \cap C \times B$,称为 f 限于 C,而 $f[C] = \{f(x) \mid x \in C\}$.$f: A \to B$ 称为 1-1 的,当且仅当 f^{-1} 为函数.$f: A \to B$ 称为满射,当且仅当 $\mathrm{Ran}(f) = B$.$f: A \to B$ 称为双射,当且仅当 f 为 1-1 满射.

设 A 为集合,R 为关系,则对偶 $\langle A, R \rangle$ 称为全序,如果它满足以下三个条件:

(1) $\forall x, y, z \in A(xRy \wedge yRz \to xRz)$;

(2) $\forall x, y \in A(x = y \vee xRy \vee yRx)$;

(3) $\forall x \in A(\neg(xRx))$.

由于在通常数学中常用记号 $x < y, x \leqslant y$ 来表示次序关系,所以,在这里也用 xRy 等来代替 $\langle x, y \rangle \in R$.

如果 $\langle A, R \rangle$ 为全序并且 A 的每个非空子集都有 R 最小元,则说 $\langle A, R \rangle$ 为良序.我们常需要用前段这一概念,如果 $x \in A$,则 A 中 x 的 R 前段定义为 $\mathrm{Pred}(A, x, R) = \{y \in A \mid yRx\}$.如果 $\langle A, R \rangle$ 为良序,则对任何 $x \in A$,A 与 x 的前段不可能同构,即 $\langle A, R \rangle \not\cong \langle \mathrm{Pred}(A, x, R), R \rangle$.事实上,如果反设它们同构且设 $f: A \to \mathrm{Pred}(A, x, R)$ 为它们的同构函数,则集合 $\{y \in A \mid f(y) \neq y\}$ 的 R 最小元的存在便立即导出矛盾.如果两个良序同构,则它们之间的同构函数必定是唯一的,因为,若设它们有两个不同的同构函数 f 和 g,则考虑 $f(y) \neq g(y)$ 的 R 最小元 $y \in A$ 便即导出矛盾.良序的另一个特点是,任何两个良序都可进行比较,精确地说,如果 $\langle A, R \rangle$ 和 $\langle B, S \rangle$ 皆为良序,则必有以下三种情况之一成立:

(1) $\langle A, R \rangle \cong \langle B, S \rangle$;

(2) $\exists y \in B(\langle A, R \rangle \cong \langle \mathrm{Pred}(B, y, S), S \rangle)$;

(3) $\exists x \in A(\langle \mathrm{Pred}(A, x, R), R \rangle \cong \langle B, S \rangle)$.

这是因为,如果设

$f = \{\langle u, v \rangle \mid u \in A \wedge v \in B \wedge \langle \mathrm{Pred}(A, u, R), R \rangle \cong \langle \mathrm{Pred}(B, v, S), S \rangle\}$,

则 f 为从 A 的前段至 B 的前段的同构，而这些前段不可能皆为真前段的缘故.

良序不但有这些特性，而且，有了良序的概念我们可简化选择公理的表述，即公理(Ⅸ)的形式化表示.

8 序　　数

本节将在 ZFC 系统中发展冯·诺依曼(Von Neumann)的序数理论.

一个集合 x 称为可传的当且仅当 x 的每个元素皆为 x 的子集，即 $\forall_y(y\in x\rightarrow y\subseteq x)$. 可传集合的例子有 $\varnothing$，$\{\varnothing\}$，$\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$，和 $\{\{\{\varnothing\}\},\{\varnothing\},\varnothing\}$. 显然，如果 $x=\{x\}$，则 x 为可传集，但是，$\{\{\varnothing\}\}$ 却不是可传集.

x 为序数当且仅当 x 为可传集且被 $\in$ 良序. 其中，x 被 $\in$ 良序是指 $\langle x,\in_x\rangle$ 为良序，这里，$\in_x$ 表示关系：$\{\langle y,z\rangle\in x\times x\mid y\in z\}$. 序数的例子有：$\varnothing$，$\{\varnothing\}$，$\{\varnothing\{\varnothing\}\}$，$\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$ 等. 如果 $x=\{x\}$，则 x 不为序数，集合 $\{\{\{\varnothing\}\},\{\varnothing\},\varnothing\}$ 也不是序数. 对于序数 x，在不致引起混淆的地方，我们也用 x 去表示 $\langle x,\in_x\rangle$，如，$x\cong\langle A,R\rangle$ 即表示 $\langle x,\in_x\rangle\cong\langle A,R\rangle$. 当 $y\in x$ 时，也用 $\mathrm{Pred}(x,y)$ 去表示 $\mathrm{Pred}(x,y,\in_x)$.

关于序数有许多重要的性质，这里先列举五个性质：

(1) 如果 x 为序数且 $y\in x$，则 y 也为序数且 $y=\mathrm{Pred}(x,y)$；

(2) 如果 x,y 为序数且 $x\cong y$，则 $x=y$；

(3) 如果 x,y 为序数，则有且仅有以下三者之一成立：$x=y$，$x\in y$，$y\in x$；

(4) 如果 x,y 和 z 为序数，则由 $x\in y$ 和 $y\in z$ 必可推得 $x\in z$；

(5) 如果 C 为序数的集合，则 $\exists_x\in C\forall_{y\in C}(x\in y\vee x=y)$.

这些性质都可以加以严格的证明，其中，(1)，(2)，(4)的证明是比较简单的，(3)可以利用(1)和(2)以及两个良序只有同构三情

况之一的性质而得.对于(5),由(3)注意到结论等价于说法:$\exists_{x\in C}(x\cap C=\varnothing)$,故设 $x\in C$ 且如果 $x\cap C=\varnothing$,则由于 $\in$ 良序 x,故存在 $x\cap C$ 的 $\in$ 最小元 z,于是,$z\cap C=\varnothing$,而 z 即为所求.

前面说过,全集是不存在的.那么,全体序数是否组成一个集合呢?答案也是否定的,也就是说全体序数并不构成集合,换句话说,我们可在 ZFC 中证明:$\neg\exists_z\forall_x(x$ 为序数$\rightarrow x\in z)$.事实上,反设有这种集合 z,则 $\mathrm{ON}=\{x\mid x$ 为序数$\}$便为一集合.但是,易证,ON 是可传的且被 $\in$ 良序,故按定义,ON 也为序数,于是应有 $\mathrm{ON}\in\mathrm{ON}$,这将推出 $\langle\mathrm{ON},\in\rangle$ 不是一个严格全序,更谈不上为良序了,这是一个矛盾.因此,全体序数只能构成类,而不能构成集合,因为,集合必须在 ZFC 中证明其存在,而类无此必要.

容易证明,如果 z 为序数的集合且 $\forall_{x,y}(x\in y\wedge y\in z\rightarrow x\in z)$,则 z 也为序数.还可指出以下重要事实:如果 $\langle A,R\rangle$ 良序,则必存在唯一的序数 C,使得 $\langle A,R\rangle\cong C$.它的唯一性可由上述性质(2)推得.为证它的存在性,设 $B=\{a\in A\mid\exists_x(x$ 为序数 $\wedge<\mathrm{Pred}(A,a,R),R>\cong x)\}$.又设 f 为以 B 为定义域的函数,使得,对任何 $a\in B$,$f(a)$ 为唯一的序数 x,使得,$\langle\mathrm{Pred}(A,a,R),R>\cong x$.再设 $C=\mathrm{Ran}(f)$.容易验证:(1) C 为序数,(2) f 为 $\langle B,R\rangle\cong C$ 的同构函数.这就证明了上述重要事实.

由上述重要事实,便可定义一个重要概念,即序型.如果 $\langle A,R\rangle$ 为良序,则序型 $\langle A,R\rangle$ 为使 $\langle A,R\rangle\cong C$ 的唯一的那个序数 C.前面我们定义过 $\bigcup F$,类似地,如果 $F\neq\varnothing$,也可定义 $\bigcap F=\{x\in B\mid\forall_y\in F(x\in y)\}$,其中,$B$ 为 F 的任一元素.显然,如果 F 为集合,则 $\bigcap F$ 也为 ZFC 中的集合.由此,如果 x 为序数的集合,便可定义 $\sup(x)=\bigcup x$,又如果还有 $x\neq\varnothing$,则也可定义 $\min(x)=\bigcap x$.

为了说话方便起见,用希腊字母 $\alpha,\beta,\cdots$ 等表示序数,这样,$\exists_\alpha$ 便表示存在序数 α.与通常的数一样,两个序数也可以定义它们之间的大小次序.用 $\alpha<\beta$ 表示 $\alpha\in\beta$,用 $\alpha\leqslant\beta$ 表示 $\alpha\in\beta$ 或 $\alpha=\beta$.易证,对任何 α,β,均有 $\alpha\leqslant\beta$ 当且仅当 $\alpha\subseteq\beta$.也易证,如果 x

为序数的集合,则 $\sup(x)$为大于等于 x 的一切元素的序数中之最小者,而若 $x\neq\varnothing$,则 $\min(x)$便为 x 的最小序数.

显然,为了要在 ZFC 中构造出整个数学,首先,要能构造出自然数.曾经有一位数学家说过,上帝创造了自然数,其余都是人为的.今天,在集合论中,不再需要上帝的帮忙,我们在 ZFC 中便可构造自然数了! 构造的方法是从空集出发,利用后继序数的概念,即可获得任何自然数,甚至产生大于一切自然数的更大的数.所谓后继序数 $S(\alpha)$指 $\alpha\cup\{\alpha\}$,即视 $S(\alpha)$为 α 的下一个序数.为了证明 $S(\alpha)$确实为 α 的下一个序数,应当证明对任何 α,$S(\alpha)$为序数,$\alpha<S(\alpha)$且对任何 β,如果 $\beta<S(\alpha)$则必有 $\beta\leqslant\alpha$,且反之亦然.而这些都是极易证明的.进一步,还可定义并区分一个序数 α 是后继序数呢,还是极限序数.如果存在 β 使得 $\alpha=S(\beta)$,则称 α 为后继序数,否则,便称 α 为极限序数.现在,可在 ZFC 中构造出一切自然数 $0,1,2,3,\cdots$,它们是:$0=\varnothing$,$1=S(\varnothing)$,$2=S(1)$,$3=S(2)$,$\cdots$,$n+1=S(n)$,…….显然,读者容易发现:$1=\{\varnothing\}=\{0\}$,$2=\{0,1\}=\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$,$3=\{0,1,2\}=\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$.一般地,$n=\{0,1,2,\cdots,n-1\}$.读者试用$\varnothing$表示自然数 6 和 10.一个等价的定义是:如果比 α 小的序数或者为零或者为后继序数,则 α 为自然数,即如果 $\forall_\beta(\beta\leqslant\alpha\rightarrow\beta=0\vee\beta$ 为后继序数),则 α 为自然数.显然,自然数只是序数的头上几个数,但根据上述定义,自然数有无穷多个,这就产生一个问题:全体自然数是否在 ZFC 中构成一个集合? 对这个问题的回答是肯定的,即全体自然数是一个集合,但它不同于全集和全体序数的集合,它在 ZFC 中是存在的!其实,全体自然数构成一个集合是由公理(Ⅶ)加以保证的,通俗的讲,是用 ZFC 中的一条“法律”(Ⅶ)给予保证的.那么,为什么不能制定一条保证全集和全体序数的集 ON 存在的“法律”呢? 道理很简单,法制必须保证系统的安全,不能由此而产生混乱.由无穷公理,概括公理和外延性公理保证存在而唯一的全体自然数的集合记为 ω.因为,ω 为序数的集合且对任何 α,β,如果 $\alpha\in\beta\in\omega$ 便有

$\alpha\in\omega$,故根据前面指出的结果便知 ω 本身为序数,而且,一切比 ω 小的序数或为零或为后继序数,ω 便为极限序数,又由于比 ω 小的序数都不是极限序数,因此,ω 是最小的极限序数.事实上,无穷公理(Ⅶ)不是别的,就是去肯定像 ω 这样的极限序数是存在的.

全体自然数的集合在数学中是必不可少的.意大利数学家皮亚诺(G.Peano)对自然数集下了几条公理:(ⅰ)$0\in\omega$;(ⅱ)$\forall_n(n\in\omega\rightarrow\cdot S(n)\in\omega)$;(ⅲ)$\forall_n, m(n,m\in\omega\wedge n\neq m\rightarrow\cdot S(n)\neq S(m))$;(ⅳ)$\forall_x(x\subseteq\omega\wedge 0\in x\wedge\forall_n(n\in x\rightarrow S(n)\in x)\rightarrow\cdot x=\omega)$.经典的数学便从这些公理出发来构造整数、有理数、实数并发展初等算术(包括定义加法和乘法运算等).现在,可以在 ZFC 中证明皮亚诺的上述“公理”,换句话说,它们已不再是公理,而是 ZFC 中的定理了! 事实上,(Ⅰ),(Ⅱ),(Ⅲ)的证明极其简单,(Ⅳ)虽看上去较复杂,但如果反设 $x\neq\omega$,又设 α 为 ω/x 的最小元,从而可证 α 为小于 ω 的又一极限序数即导出了矛盾.所以,皮亚诺公理在 ZFC 中不费吹灰之力即可加以证明.有了皮亚诺公理,我们便可暂时忘记序数而去定义初等算术及其加乘运算了.

9 序数算术

通常给小学生上算术课时举例说,两只羊加三只牛等于五只动物.这样,小学生们便接受了加法的“定义”.今天,我们也用类似的方法来定义序数的加法.首先,把序型(A,R)记为 $\mathrm{Type}(A,R)$,它是与$\langle A,R\rangle$同构的唯一的那个序数 C.现在,可定义序数的加法如下:

$$\alpha+\beta=\mathrm{Type}(\alpha\times\{O\}\cup\beta\times\{1\},R),$$

其中,$R=\{\langle\langle r,o\rangle,\langle\delta,o\rangle\rangle\mid r<\delta<\alpha\}\cup\{\langle\langle r,1\rangle,\langle\delta,1\rangle\rangle\mid r<\delta<\beta\}\cup((\alpha\times\{0\})\times(\beta\times\{1\}))$

由加法的上述定义,容易证明通常算术中加法所满足的下列性质:(ⅰ)$\alpha+(\beta+\gamma)=(\alpha+\beta)+\gamma$;(ⅱ)$\alpha+O=\alpha$;(ⅲ)$\alpha+1=$

$S(\alpha)$;(ⅳ)$\alpha + S(\beta) = S(\alpha + \beta)$;(ⅴ)如果 β 为极限序数,则 $\alpha + \beta = \sup\{\alpha + \delta \mid \delta < \beta\}$.这些性质的证明也是很容易的,例如,(ⅰ)便相当于 α 头羊加 β 头牛再加 r 头马均同构于 $\alpha + (\beta + r)$ 和 $(\alpha + \beta) + r$,因此,后两者必相等,其它的也类似.

加法对自然数是可交换的,但是,并不对任何序数都可交换,例如,对极限序数 ω,便有 $1 + \omega = \omega \neq \omega + 1$,读者试思考其理由.

我们用数 α 头羊 β 次来表示乘法 $\alpha \cdot \beta$.因此,$\omega \cdot 2 = \omega + \omega$.由此得序数乘法的定义为:

$\alpha \cdot \beta = \text{Type}(\beta \times \alpha, R)$,其中,$R$ 为 $\beta \times \alpha$ 上的字典次序,即,$\langle r, \delta \rangle R \langle \xi, \eta \rangle$ 当且仅当 $r < \xi$ 或者 $r = \xi$ 但 $\delta < \eta$.

类似于加法,也同样可证明乘法的一些基本性质:(ⅰ)$\alpha \cdot (\beta \cdot r) = (\alpha \cdot \beta) \cdot r$;(ⅱ)$\alpha \cdot 0 = 0$;(ⅲ)$\alpha \cdot 1 = \alpha$;(ⅳ)$\alpha \cdot S(\beta) = \alpha \cdot \beta + \alpha$;(ⅴ)如果 β 为极限序数,则 $\alpha \cdot \beta = \sup\{\alpha \cdot r \mid r < \beta\}$;(ⅵ)$\alpha \cdot (\beta + r) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot r$.利用同构和序型的概念都极易证明这些性质,故留给读者.

容易看出,自然数相乘是满足交换律的,即对任何自然数 $n, m \in \omega$, $n \cdot m = m \cdot n$.但是,对一般包括极限序数在内的序数而言,乘法交换律未必成立.例如,$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2$.乘法对加法的分配律对一般序数而言,也未必成立.例如,$(1 + 1) \cdot \omega = \omega \neq 1 \cdot \omega + 1 \cdot \omega$.

10 序　　列

数学离不开序列的概念.序列的足码便是自然数.因此,有了自然数和极限序数以及函数等概念,便可在 ZFC 中表示有穷和无穷序列.例如,有穷序列可逐步定义如下:首先定义 A^n 为从 n 到 A 的函数的集合,$A^{<\omega}$ 为 $\bigcup\{A^n \mid n \in \omega\}$.为了看出 A^n 和 $A^{<\omega}$ 在 ZFC 中的存在性,需要作一些说明:如果设 $\varphi(n, y)$ 为公式 $\forall_f(f \in y \leftrightarrow f$ 为从 n 到 A 中的函数),则根据皮亚诺第(Ⅳ)公理(ZFC 的定理),即对 n 的归纳法,可证 $\forall_n \in \omega \exists_y \varphi(n, y)$,归纳过程需要用到替

换公理和 $A^{n+1}=A^n\times A$.现在,由外延性公理即可得 $\forall_n\in\omega\ \exists!\ y\varphi(n,y)$,故又由替换公理可得 $\{y\mid\exists n\in\omega\varphi(n,y)\}=\{A^n\mid n\in\omega\}$.最后由联集公理即得 $A^{<\omega}$的存在性.

现在,我们对每个自然数 n,设 f 为 A^n 的一个函数,且令 $f(0)=X_0,f(1)=X_1,,\cdots,f(n-1)=X_{n-1}$便得到有穷序列

$$X_0,X_1,\cdots,X_{n-1}.$$

可推广序列的概念.如果 f 是以 I 为定义域的函数,则也可把 I 想象为一个足码的集合,而把 f 想象为以 I 为足码集的"序列".此时,也常常把 $f(i)$记为 f_i 或 X_i,虽然,这时的 X_i 并不能依次排列成一个序列,除非 I 为可数集合.

当函数的定义域为序数 α 时,我们便把相应的序列想象为有 α 项的序列,即

$$X_0,X_1,\cdots,X_{\alpha-1},$$

但是,如果 α 为极限序数 ω,则 $\omega-1$ 是不存在的,此时便得无穷序列:

$$X_0,X_1,\cdots,X_n,\cdots$$

所以,定义域为 α 的函数所构成的序列也可看作长度为α 的序列.如果,函数 f 和 g 分别定义了长度为α 和β 的序列.也可把这两个序列连起来而构成长度为 $\alpha+\beta$ 的新序列 h:$h\upharpoonright\alpha=f$ 且对一切 $r<\beta$,均有 $h(\alpha+r)=g(r)$.

11 基 数

基数是数学研究中的一个重要概念,我们主要用它来刻划和比较集合的大小.在讨论集合的大小问题时,1—1 函数起了关键性的作用,它使得我们不但可以比较有穷集合的大小,而且,也可以比较无穷集合的大小,即,虽然两个无穷集合都有无穷多个元素,但是,它们之间仍可比较大小,而且,康托尔证明了著名的论断:任何集合与它的幂集的大小是不相等的.反映在通常数学中,

自然数,整数,有理数等数集都是可数集,它们的"大小"都是相同的,即便,前两者离散而有理数集稠密.然而,康托尔证明了,实数集的大小是与上述三个数集的大小不相等的!是否还有什么数集的大小处于可数集与实数集的大小之间呢?这个问题迄今尚未解决.肯定这样的中间大小的集合不存在的说法便相当于前面提到过的连续统假设 CH.而且,哥德尔(k. Gödel)和柯恩(P. J. Cohen)已分别证明了 ZFC $\nvdash$ CH 和 ZFC $\nvdash \neg$CH,换句话说,CH 是独立于 ZFC 的.又由于 ZFC 足以建立起传统的整个数学,因此,可奉劝只掌握传统数学方法的数学家们,别再为证明 CH 而去浪费时间和白费精力了,除非,这些数字家们已经创造并掌握了新的先进的数学方法!

究竟如何用 1-1 函数去比较集合之间的大小呢?我们将用等势与不等势的概念去刻划集合之间的大小关系,具体地说,$A \preccurlyeq B$ 当且仅当存在一个从 A 到 B 中的 1-1 函数;$A \approx B$ 当且仅当存在一个从 A 到 B 的双射;$A \prec B$ 当且仅当 $A \preccurlyeq B$ 且 $B \not\preccurlyeq A$.

容易证明,$\preccurlyeq$是自反的和可传的,而$\approx$是一个等价关系.一个更深刻的结果是:若 $A \preccurlyeq B$ 且 $B \preccurlyeq A$,则 $A \approx B$.这个结果几乎在每一本集合论的教科书中都能找到它,限于篇幅,不详述其证明.

顺便说一句,在计算复杂性理论中,两个集合 A,B 之间也可定义类似的关系,即多 1 化归$\leqslant_m^p$和多项式同构 $A \approx_m^P B$,但是,我们却没有上述结果,即由 $A \leqslant_m^p B$ 和 $B \leqslant_m^p A$ 并不能推导出 $A \approx_m^p B$.必须增加新的条件,如多项式多 1 化归函数必须是多项式可逆的和长废增长的.事实上,如果类似于上一段的结果也对复杂性中的$\leqslant_m^p$和$\approx_m^p$成立,则立即得到结论:一切 NP 完全集是同构的,而由这个结论又马上可证 $P \neq NP$.也就是近 30 年来未能解决的计算机核心问题便一下子解决了,可惜的是集合论中的上述结果并不能移植到复杂性中去.因此,是否一切 NP 完全集皆同构和是否 P

$\neq NP$ 都是未解决的问题.

对于通常的有穷集合,都是用数它的个数的方法来确定其大小的.对于无穷集合 A,如果 A 良序,则按上一节的结果,应有序数 α,使得 $A\approx\alpha$.我们将 $\min\{\alpha\mid\alpha\approx A\}$ 称为 A 的基数并且记为 $\|A\|$.在 ZFC 系统中,由于选择公理(Ⅸ)断定每个集合都可良序,因此,对任何集合 A,$\|A\|$ 都是有意义的.由于 $A\approx B\to\|A\|=\|B\|$,而且 $\|A\|\approx A$,故在 ZFC 中,$\|A\|$ 为每个 $\approx$ 等价类中的一个唯一的代表.

显然,如果 α 为序数,则 α 为基数当且仅当 $\alpha=\|\alpha\|$,也当且仅当 $\forall_\beta(\beta<\alpha\to\beta\not\approx\alpha)$.容易证明,如果 $\|\alpha\|\leq\beta\leq\alpha$,则 $\|\alpha\|=\|\beta\|$.事实上,由于 $\beta\subseteq\alpha$,故 $\beta\preccurlyeq\alpha$,又 $\alpha\approx\|\alpha\|\subseteq\beta$,故 $\alpha\preccurlyeq\beta$,因此,$\alpha\approx\beta$,从而,$\|\alpha\|=\|\beta\|$.利用这个结果,立即可得结果:$\forall_\alpha(\alpha\approx n\to\alpha=n)$,其中,$n$ 为自然数.同样地,用对 n 的归纳证明,即得 $n\not\approx n+1$.类似的推理可得,每个自然数都是基数且 ω 也是基数.

一个集合 A 为有穷也可定义为 $\|A\|<\omega$,A 为可数也可定义为 $\|A\|\leq\omega$;类似地,可定义无穷集和不可数集合,即它们分别是非有穷集和非可数集.

12 基数算术

基数也可以进行相加和相乘,但是,这种加法和乘法完全不同于普通算术中的加法和乘法,读者必须改变观念从头学起.

设 κ 和 λ 为基数,则 $\kappa\oplus\lambda=\|\kappa\times\{0\}\cup\lambda\times\{1\}\|$,而 $\kappa\otimes\lambda=\|\kappa\times\lambda\|$.由这个定义易得 $\|\kappa+\lambda\|=\|\kappa+\kappa\|=\kappa\oplus\lambda$ 且 $\|\kappa\cdot\lambda\|=\|\lambda\cdot\kappa\|=\kappa\otimes\lambda$.因此,$\omega\oplus1=\|1+\omega\|=\omega<\omega+1$ 且 $\omega\otimes2=\|2\cdot\omega\|=\omega<\omega\cdot2$.

根据上一节的结果和对 m 的归纳证明易得,对任何自然数 n 和 m,均有 $n\oplus m=n+m<\omega$ 且 $n\otimes m=n\cdot m<\omega$.

对无穷基数 κ 有许多特殊的性质. 首先,每个无穷基数必为一个极限序数. 事实上,反设无穷基数 κ 不为极限序数,则必有序数 α 使得 $\kappa = \alpha + 1$. 因为 $1 + \alpha = \alpha$,故 $\kappa = \| \kappa \| = \| 1 + \alpha \| = \| \alpha \|$,这与基数为最小序数的定义相矛盾.

用更为深奥的证明,可以对无穷基数 κ 和 λ 得出下述结论: (1) $\kappa \otimes \kappa = \kappa$; (2) $\kappa \oplus \lambda = \kappa \otimes \lambda = \max(\kappa, \lambda)$; (3) $\| \kappa^{<\omega} \| = \kappa$. 限于篇幅,不赘述其证明.

迄今碰到的唯一的无穷基数是 ω. 自然会问,还有别的无穷基数吗? 显然,答案应该是肯定的. 事实上,利用幂集公理(Ⅷ)和概括公理(Ⅲ),便可构造越来越大的无穷基数. 如果用 $P(x)$ 表示 x 的幂集,即它的一切子集构成的集合,则著名的康托尔定理为,对任何集合 A, $\| A \| < \| P(A) \|$. 这个定理的证明使用了所谓康托尔对角线证法. 这个方法在结构复杂性、模型论、集合论、递归论中都有广泛的应用,有一定的代表性. 首先,易证 $A \preccurlyeq P(A)$. 现在,证明 $A \not\approx P(A)$. 反设存在映射 $B: A \to P(A)$,使得 $\{B_a \mid a \in A\}$ 为 A 的一切子集的汇总. 我们肯定这样的汇总不可能存在,即,恒可找到 A 的某个特殊的子集 C,使得对任何 $a \in A$, $C \neq B_a$,康托尔取 $C = \{a \in A \mid a \notin B_a\}$. 因此,对于任何 $a \in A$,显然,$a \in C \Leftrightarrow a \notin B_a$,故 C 不同于每个 B_a,这个矛盾便完成了康托尔定理的证明. 由这条定理,便可由一个无穷基数构造另一个比它大的无穷基数. 因此,可以构造无穷多个无穷基数.

仔细的读者可能会发现,康托尔证明中的集合 C 与罗素悖论中选取的那个公式有某些相似之处. 实际上,罗素就是在分析研究上述证明中发现罗素悖论的. 这两者都有一个共同的特点,即使用了对角化原理. 为了说明这个原理,设康托尔定理证明中的 A 为自然数集,为了简单起见,用 $\{0,1\}^{\omega}$ 代替 $P(A)$. 于是,若 $f \in \{0,1\}^{\omega}$,则得一二进无穷序列:

$$f(0), f(1), f(2), \cdots, f(n), \cdots\cdots$$

我们反设存在 ω 到 $\{0,1\}^{\omega}$ 的映射 $f_n: \omega \to \{0,1\}^{\omega}$,则 $\{f_n \mid n \in \omega\}$ 是

不能包括$\{0,1\}^\omega$中一切集合的,事实上,只须取$g(n)=1-f_n(n)$(相当于上述康托尔定理证明中的C),即可看出$g\in\{0,1\}^\omega$但它异于一切f_n,因为,在下图的对角线上,它与任何f_n皆不相同:

$$\begin{matrix} f_0(0) & f_0(1) & f_0(2) & f_0(3) & \cdots\cdots \\ f_1(0) & f_1(1) & f_1(2) & f_1(3) & \cdots\cdots \\ f_2(0) & f_2(1) & f_2(2) & f_2(3) & \cdots\cdots \\ f_3(0) & f_3(1) & f_3(2) & f_3(3) & \cdots\cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{matrix}$$

对于任何序数α,也可证明恒存在严格大于α的基数.事实上,如$\alpha<\omega$,则为显然;对于$\alpha\geqq\omega$,可设$W=\{R\in P(\alpha\times\alpha)\mid R$良序$\alpha\}$和$S=\{\text{Type}(\langle\alpha,R\rangle)\mid R\in W\}$,则$\sup(S)$便为所求的严格大于$\alpha$的基数.

通常用α^+表示大于序数α的最小基数.用这个记号,可定义后继基数为基数λ,使得存在序数α且$\lambda=\alpha^+$.于是,一个极限基数λ便可定义为λ是大于ω的非后继基数.进一步,可对任何序数α,定义基数ω_α如下:

$$\omega_0=\omega;$$

$$\omega_{\alpha+1}=(\omega_\alpha)^+;$$

$$\omega_r=\sup\{\omega_\alpha\mid\alpha<r\}.$$

其中,r为极限序数.不但容易证明每个ω_α皆为基数,而且,也容易证明,对于每个无穷基数κ,都可找到序数α,使得$\kappa=\omega_\alpha$.此外,ω_α是否为极限基数可由α是否为极限序数而定,即ω_α为极限基数当且仅当α为极限序数,且ω_α为后继基数当且仅当α为后继序数.ω_α的再一个性质是随α而严格递增,即,若$\alpha<\beta$,则必有$\omega_\alpha<\omega_\beta$.

在通常的数学中,序数的乘方用得较少,而基数的乘方用得较普遍.为了避免混淆,我们用κ^λ代表基数乘方,而用B_A代表函数的集合,即$B_A=\{f\mid f$为函数且$\text{dom}(f)=B$且$\text{Ran}(f)\subseteq A\}$.于是,

我们定义基数的乘方 κ^{λ} 为 $\| \lambda_{\kappa} \|$.

容易证明,如果 $\lambda \geqslant \omega$ 且 $2 \leqslant \kappa \leqslant \lambda$,则 $\lambda_{\kappa} \approx \lambda_2 \approx P(\lambda)$. 事实上,将集合与其特征函数作 1-1 对应,即得 $\lambda_2 \approx P(\lambda)$. 又显然有 $\lambda_2 \leqslant \lambda_{\kappa} \leqslant \lambda_{\lambda} \leqslant P(\lambda \times \lambda) \approx P(\lambda) \approx \lambda_2$,故立即得到 $\lambda_{\kappa} \approx \lambda_2 \approx P(\lambda)$ 这一结论.

前面看到,序数 2^{ω} 就等于 ω,但是,基数 $2^{\omega} = \| P(\omega) \| > \omega$. 对于自然数 $n, m \in \omega$ 而言,序数乘方和基数乘方是相同的,读者试述其理由.

也容易证明,如果 κ, λ, σ 为基数,则 $\kappa^{\lambda \oplus \sigma} = \kappa^{\lambda} \otimes \kappa^{\sigma}$ 且 $(\kappa^{\lambda})\sigma = \kappa^{\lambda \otimes \sigma}$. 这是因为,对于 $B \cap C = O$ 而言,容易看出,$(B \cup C)_A \approx {}^{B}A \times {}^{C}A$ 且 ${}^{C}(B_A) = {}^{C \times B}A$ 之故.

利用基数乘方的概念,可以清楚地表示康托尔的连续统假设(CH)为 $2^{\omega} = \omega_1$. 进一步,可表示广义连续统假设(GCH)为 $\forall \alpha (2^{\omega})^{\alpha} = \omega_{\alpha+1}$. 哥德尔和柯恩分别证明了,连续统假设在 ZFC 中既不能被证明,也不能加以否定. 换句话说,集合论公理系统 ZFC 对 CH 是无能为力的. 也说,CH 是独立于 ZFC 的. 同样地,GCH 也是独立于 ZFC 的.

在基数和序数的讨论中,共尾性和正规性是很重要的两个性质. 一个函数 $f: \alpha \rightarrow \beta$ 称为共尾映射当且仅当 Ran(f)在 β 中无界. β 的共尾 $cf(\beta) = \min\{\alpha \mid$ 存在共尾映射 $f: \alpha \rightarrow \beta\}$. 显然,$cf(\beta) \leq \beta$ 且若 β 为后继序数,则又有 $cf(\beta) = 1$. 我们也容易证明存在严格递增的共尾映射 $f: cf(\beta) \rightarrow \beta$,即 $\forall_{\alpha,\delta}(\alpha < \delta \rightarrow f(\alpha) < f(\delta))$. 这只须递归定义严格递增的共尾映射为 $f(\delta) = \max(g(\delta), \sup\{f(\alpha) + 1 \mid \alpha < \delta\})$即足,其中,$g(\delta)$为 $cf(\beta) \rightarrow \beta$ 的任何共尾映射(根据 $cf(\beta)$的定义,g 是存在的). 进一步,如果 α 为极限序数且 $f: \alpha \rightarrow \beta$ 为严格递增的共尾映射,则 $cf(\alpha) = cf(\beta)$. 这个结果不易一下看出,但可证明如下:设 $f: cf(\alpha) \rightarrow \alpha$ 为共尾映射,则得 $cf(\beta) \leq cf(\alpha)$. 又设 $g: cf(\beta) \rightarrow \beta$ 为共尾映射且 $h(\xi) = \min\{\eta \mid f(\eta) > g(\xi)\}$,则 $h: cf(\beta) \rightarrow \alpha$ 也为一共尾映射,故 $cf(\alpha) \leq cf(\beta)$,从而,

$cf(\alpha)=cf(\beta)$.我们把这个结论应用到存在严格递增的映射 f: $cf(\beta)\to\beta$ 上,即得,$cf(cf(\beta))=cf(\beta)$.

我们说 β 是正规的当且仅当 β 为极限序数且 $cf(\beta)=\beta$.显然,对一切极限序数 β 而言,$cf(\beta)$都是正规的.同样也容易证明 ω 是正规的且任何正规序数皆为基数,因此,ω 显然为基数.也可证明 κ^+是正规的,这是因为,如设共尾映射 $f:\alpha\to\kappa^+$ 且 $\alpha<\kappa^+$,则显有 $\kappa^+=\bigcup\{f(\xi)\mid\xi<\alpha\}$.但是,基数比 κ 小的不足 κ 个集合之并集的基数也必小于 κ,因此,κ^+是正规的.

极限基数常常不是正规的.一个正规的极限基数又称为弱不可达的.如果基数 $\kappa>\omega$,κ 正规而且 $\forall_\lambda<\kappa\ (2^\lambda<\kappa)$,则称 κ 为强不可达的.显然,强不可达基数必为弱不可达基数,而且,在承认广义连续统假设的前提下,κ 为强不可达当且仅当 κ 为弱不可达.在 ZFC 中,尚无法证明弱不可达基数的存在.

关于基数乘方还有一条常用的柯纳(D.Konig 1926)引理,它说,如果 κ 为无穷基数且 $cf(\kappa)\leqslant\lambda$,则有 $\kappa^\lambda>\kappa$.事实上,固定任选的共尾映射 $f:\lambda\to\kappa$,又设 $g:\kappa\to{}^\lambda\kappa$,则只须证明 g 不可能为满射即足.我们定义 $h:\lambda\to\kappa$,使得

$$h(\alpha)=\min\{\alpha\mid\kappa\setminus\{(g(\xi))(\alpha)\mid\xi<f(\alpha)\}\},$$

则 $h\notin\mathrm{ran}(g)$,即得所证.进而,如果令上述结果中的 $\kappa=2^\lambda$,又注意到,$(2^{\lambda^\lambda})=2^{\lambda\otimes\lambda}=2^\lambda$,即得:若 $\lambda\geqslant\omega$,则 $cf(2^\lambda)>\lambda$.

基数还有许多性质,限于篇幅,我们不在这里一一列举了.

13 数集的定义

前面已经介绍了如何在 ZFC 中构造自然数,自然数集 ω,有序对,关系,函数,序数,基数以及它们之间的算术运算.但是,为了构造数学,必须构造整数,有理数和实数.我们用等价类来构造这些数集.取等价类 $Z=\omega\times\omega/\sim$ 表示整数集,其中,$\langle n,m\rangle$希望表示自然数相减,即,n-m.同样地,有理数集 $\mathrm{Q}=(\mathrm{Z}\times(\mathrm{Z}\setminus\{\varnothing\}))/\sim$,

其中,$\langle x, y\rangle$希望表示整数相除,即 $x \div y$. 最后,按狄德金(R. Dedekind)关于实数的定义,可定义实数集 $R = \{x \in P(Q) \mid x \neq 0 \wedge x \neq Q \wedge \forall_y \in x \forall_z \in Q(z < y \to z \in x)\}$. 显然,R 表示狄德金分割中的左集合,并且,易证,Z,Q 和 R 在 ZFC 中都是存在的. 因此,公理集合论 ZFC 可与康托尔早期的朴素集合论那样去构造整个的数学大厦而不再出现悖论,而且只有在公理集合论系统中才能去证明像连续统假设那样的许多命题的独立性.

14 代数数和超越数

一个整系数多项式 $a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + \cdots + a_1X + a_0$ 的根 u 是令 $X = u$ 时使该多项式的值为零的实数 u. 显然,不是每个整系数多项式都有实根的,例如,$x^2 + 1$ 便无实根. 一个实数称为代数数,如果存在一个以它为根的整系数多项式,否则,便称该实数为超越数. 读者会问,是否每个实数皆为代数数呢? 或问,是否存在超越数呢? 这个很自然的问题却好长时间无人能回答. 后来,法国数学家刘维尔(Liouville)给出了第一个超越数,这是当时一个了不起的成果,因为,他第一次回答了上述问题. 此后,人们发现,π 和 e 等实数都是超越数. 但是,迄今尚不知,$\pi \oplus e$ 和 $\pi \otimes e$ 是否为超越数,虽然可肯定,它们之中必有其一为超越数.

由以上讨论可见,似乎找一个超越数要比找一个代数数困难得多,那么是否就整个实数集 R 而言,大部分是代数数,小部分是超越数呢? 这个猜想又是错的! 康托尔证明了奇妙的结论:超越数要比代数数多得多!

事实上,可以证明,超越数的集合 $T \approx R$,而代数数的集合 $A \approx \omega$,其中,R 表示实数集,而 ω 表示自然数集.

为证明上述著名的论断,可分两步进行. 首先证明代数数的集合 A 是可数集. 为此设 $P[X]$表示一切含变元 x 的整系数多项式 $f(x) = a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + \cdots + a_1X + a_0$ 的集合,其中,$a_n \neq 0$ 且称 n

为$f(x)$的次数,即$f(x)$为n次多项式.显然,在初等代数中,从而在ZFC中容易证明n次多项式至多只有n个零点,或$f(x)=0$至多有n个实根.根据这个事实.便可定义函数:

$$g(n)=\begin{cases} y, & \text{若存在 } a_0,a_1,\cdots,a_k \text{ 使得} \\ & n=2^{a_0}3^{a_1}\cdots p_k^{a_k} \text{ 且 } y \text{ 为} \\ & a_0+a_1X+\cdots+a_kX^k \text{ 的最大零点;} \\ 1, & \text{否则.} \end{cases}$$

显然,$g:\omega\approx A$.

其次,证明超越数的集合$T\approx \mathrm{R}$.由于超超数皆为实数,故$T\subseteq \mathrm{R}$,从而$T\preccurlyeq \mathrm{R}$.因此,只须证明$\mathrm{R}\preccurlyeq T$即足.设$R'=\{z\mid -1<z<1 \wedge z\in \mathrm{R}\}$,则在通常数学中,从而在ZFC中易证,$R'\approx \mathrm{R}$,即$(0,1)$开区间可与实数集建立一一对应关系.现在,只须证明$R'\preccurlyeq T$即足,为此,取大关1的超越数$t$.易证,对每个非零自然数$n$而言,$nt$必为超越数.因为,否则的话,$nt$将为某个多项式$a_0+a_1X+\cdots+a_kX^k$的零点,于是,$t$便为多项式$a_0+(a_1n)X+\cdots+(a_kn^k)X^k$的零点了,这便与$t$为超越数的假设相矛盾.现在,我们可定义函数$h:A\to\omega$.并定义函数$H$如下:

$$H(z)=\begin{cases} z, & \text{若 } z\in R'\cap T; \\ (h(z))t, & \text{若 } z\in R'\cap A. \end{cases}$$

则显然$H:R'\to T$且H为1-1,故$R'\preccurlyeq T$,从而,$\mathrm{R}\approx T$.在上述证明中,读者可能会问:大于1的超越数t是否存在呢?这是不必担心的.因为,否则的话,大于1的实数便全是代数数了,即$\{z\mid z>1 \wedge z\in \mathrm{R}\}\subseteq A$,但是,$A\approx\omega$,而$\{z\mid z>1\} \wedge z\in \mathrm{R}\}=\mathrm{R}$,这在ZFC中是一个显然的矛盾.

15 选择公理

本章开头说过,选择公理是说,每个非空集合的簇都有一个选择函数,即若A为非空集合的簇,则存在A的选择函数f,使得对

每个集合 $x \in A$,均有 $f(x) \in X$. 这个事实当 A 为有穷集合时,看起来是十分明显的.因此,最初数学家们认为无论 A 有穷或无穷,选择函数的存在都无须怀疑的.但是,当进一步研究实数的幂集 $A = P(R) - \{\varnothing\}$ 时,人们发现很难定义 A 的选择函数,其主要原因是因为 R 不能被关系"$<$"所良序,从而,对 A 的元素 x 而言,它未必有通常选择的最小元.因此,究竟是否对一切非空集合的簇都存在选择函数便成为一个争论不休的问题.有些人认为应该将它列为公理,但另一些人认为应该在集合论中加以证明.但是,经过近百年的努力,却无人能证明这一事实.最后,大家比较一致地认为,这一事实应该且必须列为一条公理,即选择公理(常简记为 AC).事实上,近代集合论已证明,AC 是独立于 ZF 公理系统的,而 ZFC 便指 ZF 再加进选择公理 AC(ZF 即公理(ⅰ)到(ⅷ)组成的公理集合论系统).

读者可能会问,为什么同样为独立性结果,AC 列为公理,而 CH 或 GCH 却不列为公理呢? 这是由于 AC 在数学中的应用比 CH 或 GCH 多得多,如果不把 AC 列为公理,则许多普通的数学定理都无法加以证明,例如,可数多个可数集合的并仍为可数集合,以及前面讲过的许多重要结果都需要使用 AC 公理.此外,使用了 AC 公理,常使许多证明变得简单明了,是广大数学家们十分喜欢使用的方法,例如,用 AC 可很简单地证明:若 A 无穷,则 $\omega \preccurlyeq A$ 等事实.AC 被列为公理的又一个重要理由是哥德尔证明了 AC 与其它集合论公理不矛盾,即,只要原有的集合论公理不矛盾,则加进 AC 公理后的新的集合论也不矛盾.在历史上,选择公理还用来发现许多新的定理,即人们首先用选择公理给出了新定理的证明,然后,再逐步改进其证明以求得不用 AC 的证明.但是,往往不用 AC 的证明要繁琐复杂得多.例如,康托尔 - 伯恩斯坦定理:"$A \preccurlyeq B \wedge B \preccurlyeq A \Rightarrow A \approx B$"的最初证明便是借助于 AC 而得的,虽然,今天的教科书中该定理的证明都给出了一个冗长繁琐的不用 AC 的证明.由此可见,选择公理对数学家们来说是一个创造新定理的有力工

具,它对数学的发展作出了不可磨灭的贡献.因此,把它列为一条公理,也是理所当然的了.

我们列举一些利用 AC 而证明的重要事实,更多的这类结果可参考其它集合论专著.

我们先来证明它的等价形式,即,每个集合皆可被良序,也即,$\forall_A \exists_R (R$ 良序 $A)$.从直观上看,可如下选择 $P(A)-\{\varnothing\}$ 上的函数 f 使得它可以良序 A:取 $f(A)$ 为最小元 a_0,a_0 的直接后继为 $a_1 = f(A-\{a_0\})$,a_1 的直接后继为 $a_2 = f(A-\{a_0, a_1\})$,依次类推.把由此得到的次序汇集成集合 K 并证明 UK 良序 A.

我们更形式地来证明上述结果.设 f 为 $P(A)-\{\varnothing\}$ 上的选择函数,又设 K 为一切良序 $<_B$ 的集合,其中,$<_B$ 以 A 的子集 B 为域且对任何 $b \in B$,均有 $b = f(A-\{x \mid x <_B b\})$,换句话说,任给 $<_B$ 前段 I,f 从 $A-I$ 中按次序 $<_B$ 而选取下一个元素.首先,$K \neq \varnothing$,因为,空关系良序 $\{f(A)\}$.现在,假定 $<_B, <_C \in K$.由 ZFC 的定理可知,存在保序函数 $S: B \to C$,使得 $\mathrm{Ran}C$ 为 C 的前段.我们肯定,对任何 $x \in B$,均有 $S(x) = x$.因为,若否,则存在最小 b 使得 $S(b) \neq b$.设 $S(b) = d$,则 $d = f(A-\{x \mid x <_c d\})$,并且 $x <_c d$,即推出 $S^{-1}(x) < b$,故 $S^{-1}(x) = x$,矛盾.所以,对一切 $x \in B$,$S(x) = x$ 且 $<_C$ 为 $<_B$ 的前段.现在,利用 ZFC 中有关前段的性质,即得 UK 为良序,可记为 $<$.

现在,设 b 为 $<$ 的域中的元素,则存在 $<_B \in K$ 使得 $b \in B$.因此,$b = f(A-\{x \mid x <_B b\})$,故 $b = f(A - \{x \mid x < b\})$.所以,$< \in K$.

最后,设 A^* 为 $<$ 的域,我们肯定 $A^* = A$.设否,则可增加 $d = f(A-A^*)$ 而扩大 $<$ 为 $<^*$,即定义 $x <^* y$ 当且仅当 $x, y \in A^*$ 且 $x < y$ 或者 $x \in A^*$ 且 $y = d$.显然,$<^* \in K$,故 $d \in A^* - a$,这是一个矛盾.故 $<$ 良序了 A.由此可见,把公理(ix)写成它的等价形式是合理的.

集合论中常常使用最大原理和柯纳无穷引理这两个结果,用选择公理可以很方便地证明它们.

说半序结构 $<A, <>$ 的子结构 $B \subseteq A$ 为一个链，如果 $<B, <\restriction B>$ 为全序. 链 B 为最大链当且仅当不存在真包含 B 的链.

最大原理是说：每个半序结构都有一个最大连.

事实上，利用选择公理便知，对任何半序结构 $<A, <>$ 而言，均存在 A 上的良序，可记为 $<^*$. 今设 a^* 为 A 的 $<^*$ 最小元，又设 K 为如下定义的一切函数 f 的集合，使得 $\mathrm{dom}(f)$ 为 A 的 $<^*$ 前段且 $\mathrm{Ran}(f)$ 为 $<$ 链，并且对每个 $a \in \mathrm{dom}(f)$，定义 $f(a)$ 的值如下：

$$f(a)=\begin{cases} a, & \text{若}\{a\} \cup \{f(b) \mid b <^* a\}\text{为}<\text{链；} \\ a^*, & \text{此外.} \end{cases}$$

我们肯定，如果 $f, g \in K$，则 $f \subseteq g$ 或 $g \subseteq f$. 因为，否则的话，便存在 $<^*$ 最小元 $C \in \mathrm{dom}(f) \cap \mathrm{dom}(g)$ 使得 $f(c) \neq g(c)$，而这是不可能的，因为，$\{f(b) \mid b <^* C\} = \{g(b) \mid b :<^* C\}$. 因此，$UK$ 为函数，记其为 F.

容易证明前段的集合的并集也是前段. 事实上，设 L 为 $\langle A_1, <_1\rangle$ 的前段的集合，又设 $X_1, X_2 \in A_1$ 且 $X_1 <_1 X_2$ 且 $X_2 \in UL$，则必存在 $y \in L$ 使得 $X_2 \in y_1$. 因为，y 为前段，$x_1 \in y_1$，故 $x_1 \in UL$. 由这个事实即得，$\mathrm{dom}(F)$ 为 $<^*$ 前段，易见，F 也满足 K 中函数的其它条件，故 $F \in K$.

我们肯定 F 便是所求的最大链. 设否，则可令 d 为 $A-\mathrm{Ran}(F)$ 的 $<^*$ 最小元使得 $\{d\} \cup \mathrm{Ran}(F)$ 为链. 现在，定义函数 F^* 如下：

$$F^*(b)=\begin{cases} b & \text{当 } b \in \mathrm{dom}(F)\text{ 或 } b=d \text{ 时；} \\ a^* & \text{当 } b \in \{x \mid x <^* d \wedge x \notin \mathrm{dom}(F)\}\text{ 时.} \end{cases}$$

则容易看出 $F^* \in K$，故得 $d \in \mathrm{dom}(F^*) \subseteq \mathrm{dom}(F)$，这便与 d 的选择相矛盾. 因此，$\mathrm{Ran}(F)$ 为 $\langle A, <\rangle$ 的最大链.

为了介绍柯纳引理（读者试与前面的柯纳引理作比较），需要"树"的概念. 一个半序结构 $<A, <>$ 称为树当且仅当对一切 $a \in A$，$\{b \mid b < a\}$ 是 $<$ 良序的. 树的概念和柯纳的引理在数学中有着非常广泛的应用. 柯纳引理是说，假定 $<A, <>$ 为树，使得 A 为无

穷,但是,对每个 A 中元素 a,它都只有有穷多个直接后继元素,则 $\langle A, < \rangle$ 必有一个无穷链.直观上看,这个结果似乎是很显然的,但是,要严格证明它,便需要借助于选择公理:我们设 $<^*$ 良序 A,又设 $a^* = \{b \mid b > a\}$.现在,归纳定义 a_n 为 $<^*$ 最小元 $a \in A$,使得 a 为 a_{n-1} 的一个直接后继元且 a^* 为无穷.于是,$\{a_n \mid n \in \omega\}$ 便为所求的 $\langle A, < \rangle$ 的一个无穷链(试与前面比较).

以上我们介绍了公理集合论的最基本的概念和结果.今天,集合论正沿着独立性证明,大基数理论和描述集合论这三大主要研究方向向前发展.连续统假设等开问题仍为数理逻辑的主攻方向.限于篇幅,我们无法对这三大方向作深入的介绍,有兴趣的读者可进一步阅读 Thomas Jech 著的"Set Theory"(1978 年 Academic Press, Inc. 出版)等书籍.

(作者:吕义忠)

参 考 文 献

[1] J.Barwise(edi.), Handbook of Mathematical Logic, Part B: Set Theory, North - Holland Pub.Comp., 1977
[2] K.J.Devlin, Constructibility, Springer - Verlag, 1984
[3] H.B.Enderton, Elements of Set Theory, Academic Press, INC., 1977
[4] K.Hrback and T.Jech, Introduction to Set Theory, Marcel Dekker, INC, 1984
[5] T.Jech, Set Theory, Academic Press, INC., 1978
[6] A.Levy, Basic Set Theory, Springer - Verlag, 1979
[7] Y.I.Manin, A Course in Mathematical Logic, Springer - Verlag, 1977
[8] G.H.Moore, Zermelo's Axiom of Choice, Springer - verlag, 1982
[9] S.Shelah, Proper Forcing, Springer - Verlag, 1982
[10] G.Takeuti and W.M.Zaring, Introduction to Axiomatic Set Theory, Second edi., Springer - Verlag, 1980
[11] R.L.Vanght, Set Theory - an introduction, Birkhauser Boston, Inc., 1985

(三) 证明论

证明论(Proof Theory)是把整个数学理论本身作研究对象(从而叫做对象理论),用以证明数学理论是融贯的(不自相矛盾的).它所研究的主要是数学推理过程(亦即证明),故名证明论,又因它以整个数学理论(对象理论)作为研究对象,故又名元数学或元理论(metamathematics, or metatheory).为什么要作这样的研究呢?

因为数学的融贯性是一个非常重要的问题,值得详尽地、深刻地加以研究.事实上,数学是否融贯,这是直接影响到在数学中所作的推理.

首先,反证法的使用便是以数学的融贯性为前提的.如果用反证法来证明“如果 A 则 B”这条定理,将照下法进行.设 A 成立但 B 却不成立.于是一步一步地进行推导.当出现矛盾了,我们便说:既然出现矛盾,足见 A 成立而 B 不成立是不可能的,从而 A 成立时 B 必也成立.于是定理“如果 A 则 B”得证.

这样的论证须依赖数学的融贯.如果数学是不融贯的,这里出现的矛盾很可能来源于数学的不融贯而非由于“A 成立而 B 不成立”,这样所讨论的定理仍未必成立.

从历史上说,首先把数学的一部分写成推理体系的是欧几里得的《几何原本》,在那里已经使用于反证法;同一时期,亚里士多德在《工具论》中,把第二节第三格的三段论化归为第一格的三段论时,也需使用反证法.可见反证法的重要,以及反证法出现之早(几乎和一般的推导同时出现);反证法又依赖于数学的融贯性,看来,在人们进行数学推理时,应该一开始便注意到数学的融贯性,一开始使讨论它了.

事实并非如此,人们长期来都不注意到数学的融贯性,甚至于连提也未提到,这是因为数学的融贯性是明显的,毫无疑问的,不

必提的.

人们开始注意到融贯性问题的不是整个数学的融贯性,也不是数学的某一部门的融贯性,而是某个理论的融贯性.如果它融贯了,便可以吸收它作为数学的一部分,如果它不融贯,即出现矛盾,便可以利用这个事实而进行反证法,以证明某个数学定理.换言之,人们探讨它的融贯性主要还在于进行反证法.这个理论是什么理论呢?

原来,当欧几里得的《几何原本》出现以后,人们在赞赏它的体系的完美之余,还发现了其中的第五公设(有关平行线的公设)与别的全部公设不同,它叙述噜嗦,牵涉到点线的位置很复杂,它不像一条简单明白,无须证明而人人都承认的公理,倒像是一条定理.这条公设的措辞是:

> "同平面内一条直线和另外两条直线相交,若在某一侧的两个内角的和小于二直角,则这二直线经无限延长后在这一侧相交".

的确,在今天看来,它也更像一条定理.既然像定理,人们便企图证明它,放到它应该在的位置上.用当时的话说,人们企图把《几何原本》的污点洗去,以成为"无污点"的几何.

最初,人们想直接从别的公理而推出"第五公设",曾提出过很多的各种各样的证明,但经过检查,没有一个证明是成立的,因它们都或明或暗地引用了一些无从证明的(不用第五公设时)命题,这些命题本身可由第五公设(配合别的公理)而证明,所以它们是与第五公设相等价(在别的公理配合后)的命题.但这些命题比第五公设更不简单、更不明显、更难于作为公理.所以这些证明无用.

后来人们改用反证法来推导第五公设,亦即,假定《几何原本》中其余的公设全成立但第五公设不成立,希望由这个假定而推出矛盾,于是便可根据反证法而推得:第五公设成立.

作了这个假定,人们便进行推导,但推来推去,尽管得出好些稀奇古怪的结果,与常识大相径庭,但始终没有推出矛盾.这些新

结果越积越多,已经成为一个彼此紧密结合的一套新理论,于是人们渐渐地猜想到,可能由这个假定根本推不出矛盾.这样摆在人们面前的有两个选择:或者证明由新假定推出矛盾,从而从别的几何公理而推出第五公设,替《几何原本》洗刷污点;或者证明由新假设绝不能导致矛盾,因而利用新假设可以建立一个融贯的新几何(尽管其中的性质与人们的直觉相差极大).后来的事实证实了第二个可能,于是便诞生了新的几何——非欧几何.

当时的论证是使用化归法或者解释法(翻译法),即把新几何的元素(点、线等)解释为欧几里得几何中的某些元素,新几何中各元素的各种关系解释为欧几里得几何中相应元素的某些关系,并证明了,在这样解释之下,新几何的全部公理(包括沿用的欧几里得几何的公理在新解释之下所变成的命题)全部都是欧几里得几何的定理.这样一来,如果在新几何中可以推出矛盾,依照解释而写成欧几里得几何的元素之间的关系后,在欧氏几何中亦可以推出矛盾了.如果我们认为欧几里得几何没有矛盾,那末新理论亦不矛盾从而形成了新几何.

这样的论证是正确的,自从有了这样的解释法,非欧几何便得到承认了.这是人们第一次碰到的有关某个理论的融贯性问题.这个理论只是数学的一部分,而非数学全体.

但是还有另一条路也要求我们讨论融贯性而且牵涉到数学全部理论的融贯性.这便是微积分的基础的问题.

当微积分初起时,对于一些新概念,如微分、导数、积分等等人们是用朴素的无穷小来解释的.但朴素的无穷小理论很难自圆其说,受到好些人(尤其是英国的主教贝克莱)的攻击,经过一个多世纪,到19世纪柯西(A.L.Cauchy)才用极限的观点来解释无穷小,并详细地建立极限论以它作为微积分的基础.人们都认为直到柯西,微积分才算健康地建立起来了.柯西的理论,除一些小毛病外,大体上是正确的,直到今天还可以利用.只是在柯西的推导过程中,还使用了下列的"明显的"几何事实:

设有一个递增数列 u_n 与一个递减数列 v_n，如果 $v_n - u_n$ 可以小于任意小的数，则 $\lim u_n$ 与 $\lim v_n$ 均存在且相等.

但是几何学中并未讨论极限，如今极限论却要借助于这个几何事实（并把它认为明显的公理），这是很不妥当的.其实，这是所谓实数集的完备性.狄德金（R.Dedekind）有见及此，便从有理数集而构作实数集，推出实数集的全部性质（包括这里的完备性）.继之，狄德金又前进一步，使用“系”（实即“集会”）的概念而导出全部自然数集的性质，由自然数而构造有理数，这是人们老早便知道的.这样，狄德金由系（集合）的性质而导出自然数、有理数的性质，再进而导出实数的性质，进而导出极限论，从而便替整个微积分乃至数学奠定了基础.在这里我们还可补充一句，在微积分出现的前期，人们已有解析几何（由笛卡儿所引进），利用解析几何可把欧几里得几何的各元素与元素之间的关系表达为实数以及实数之间的关系，因此人们早已知道欧几里得几何的融贯性可以化归于实数集的融贯性.

经过这样的讨论，可以看见整个数学（包括微积分与几何）的融贯性可化归于自然数的融贯性，而后者又可化归于系（即集合）的融贯性，这是直到 19 世纪末由狄德金所获得的成绩.

系即集合，相应于谓词或属性，是公认的逻辑概念，而逻辑是讨论真理的根据，其融贯性应该是没有问题的；因此把数学的融贯性化归到了集合论的融贯性，似乎是应该到了头了.的确，在 1900 年巴黎召开的国际数学会议上庞加莱（H.Poincare）宣称“数学所追求的严格性，如今可以说已经达到”，这看来似乎是很有根据的.

在此之前，人们已发现“最大序数”“最大基数”所导致的悖论，人们还不大注意；以为这可能与序数的定义、基数的定义、序数与基数之间的大小关系等等的定义有关，可能人们忽略了某些小节从而导致矛盾.但在 1902 年，罗素把推导幂集基数大小的方法适用于全集，结果仅由属于关系（即 $\in$）便导出矛盾，与基数的定义以及基数的大小无关，表明仅由属于关系 $\in$ 即可导出矛盾，这才引起

极大的震动.罗素的推导如下.

先有概括原则:任给一公式(作为条件)$A(x)$,必有一集合 B 恰巧由满足条件$A(x)$的 x 所组成,故有$\forall_x(x\in B\leftrightarrow A(x))$.今取条件$\neg x\in x$,依概括原则应有$\forall_x(x\in B\leftrightarrow\neg x\in x)$.这里 x 可代入以任何个体(包括集合),如代入 B 即得$B\in B\leftrightarrow\neg B\in B$;根据逻辑规律由 $p\leftrightarrow\neg p$ 可推得$p\wedge\neg p$,所以这里应推得 $B\in B\wedge\neg B\in B$,这便是矛盾.

因为概括原则是非常基本的原则,在数学推理中是经常使用的,而对 x 代入以其变值B,又是经常使用不可少的,由它们居然可以导出矛盾,这是很出人意表的.自从这悖论发现后,经过几年的研究和探索,罗素提出类型论,以它为基础写成了《数学原理》一书;蔡梅罗(E.F.Zermelo),则提出一整套有关集合的公理系统,用公理对集合(以及属于关系$\in$)加以刻划不再承认人们对集合原有的直觉上的认识.前者叫做逻辑主义派,后者叫做形式主义派.

另外,布劳维尔(L.E.Brouwer)走得更远,他认为不但集合概念、属于关系、概括原则等大有问题必须全部重新改造,甚至于几千年相沿下来的古典逻辑,例如其中的命题联结词、量词等理论,也有问题,也须详细检查.特别地,他指出古典逻辑的排中律(或 A 或非 A,两者必居其一)只是以有穷集合情况而得的,不适用于无穷情况,从而不是普遍有效的规律,不能无条件地使用.如果照这个主张贯彻下去,古典数学至少会有一半要塌台,古典数学的融贯性当然是不可能成立的了.

在这情况下,希尔伯特(D.Hilbert)出来替古典数学说话,提出一个规划叫做希尔伯特规划.希尔伯特数学中有真实语句(大体上是布劳维所承认的)以及理想语句(大体上对这些语句布劳维是不承认的);但只要证明了整个数学(包括两种语句在内的)是融贯的,那末这些理想语句便正如射影几何中的无穷远点、物理上的质点那样,只是理想化的说法,并不妨碍它们仍然反映数学上物理上的真实,从而依然是数学上物理上的规律.

对希尔伯特规划,我们可比较详细地介绍如下.

要证明整个数学的融贯性,不能再用解释法(化归法),因为没有一种理论比数学更为简单可靠,应该直接证明其融贯性.要想直接证明,必须把数学充分形式化,使得数学的内容以及推理规则完全表示于公理及公则(基本的推理规则)之中,无需再有任何直觉上的帮助,既然剥夺了内容含意,公理便只是一些符号系则,而公则则是一些符号系统的转换,完全可以由机械完成,无需人们的理智的参与,然后把整个数学作为研究对象,叫做对象理论.但要研究它,又必须使用一种有内容含意的理论,叫做元理论.元理论却必须有内容,由它来检查对象理论是没有矛盾.只要元理论证明数学是没有理论的,那末其中虽然含有理想语句,也是可以的,没有任何疑问的了,这便是希尔伯特规划的整个面貌.

元理论究竟是什么理论呢?既然它是有内容的,它本身又怎样证明是融贯的呢?如果不能证明,万一它不融贯,则由它而推得的结论(即:数学理论是融贯的)又有什么用呢?

为此,希尔伯特明确地提出"有穷性"(finitary,德文为 finit)作为标准.而有穷性比较难于确定,但可以从下列几方面加以刻划,作了这些刻划后,我们对有穷性将有较明确的了解了.

第一,它的研究对象须是具体的事物而不是抽象的东西.但是人们知道,理论(包括数学理论)是抽象的,所以必须把它化成具体的事物.把理论化为具体的东西,这便是所谓充分形式化,即把理论先行公理化而且彻底公理化,不再需要直觉理智的帮助.这时公理只是一行一行的符号,而推导规则只是一行符号变成另一行符号,这种符号的变换当然是具体的东西.但是融贯性仍是有内容的概念.恰巧古典逻辑已经证明了,不融贯的理论必能推出两个互相否定的公式,从而能推出任何公式;反之,融贯的理论至少有一个公式是不能推出的.因此一理论融贯或否可以只看它能否推出 $0=1$ 而定.我们问:从表示公理的符号串出发,经过理论所允许的符号变换,能否推出 $0=1$ 这行符号串?这完全是对具体事物的研

究,而且也的确无需任何直觉理智的帮助,换言之,可以不用古典逻辑与数学而独立进行的.

第二,有穷性的最主要标准是:不承认无穷集合是已经完成的东西,它只能不断地、逐步地生成;换言之,无穷集合永远在不断生成的过程中从未完成.

从直觉的意义上,无穷当然尚未完成因为人的生命是有限的,在有限的过程中只能产生有穷集合而非无穷集合.例如,自然数集合,人们只能作出 0,1,2,3,…而不能完成整个自然数集合.又线段是被人们所认知的,但只是作为有限的线段而被人们所认知;如果作为线段上的点的集合(这时是无穷集合了),人们是无法认知其上所有的点的.但在古典逻辑以及古典数学中,人们总假定已经熟悉了自然数集合以及线段上点的集合.要比较有穷性观点与古典数学的观点,可用下列例子表明.

十进无穷小数是一个无穷集合(由各位数字所组成),要确定它必须也只须任给 n 总能知道第 n 位数字;换言之,如果知道了某个小数的第 n 位数字为 $f(n)$,那末该小数便算已经知道了.有穷性观点也是这样认为的,但却认为无穷小数的数字是在不断的生成之中,并未完成.古典数学则认为可以看见全部数字,亦即认为各位数字的无穷集合已经完成.

设有某实数,比如圆周率 π.对下列问题的不同回答可表明两种观点(有穷性观点与古典数学观点)的差异.

(1)其小数展式中有没有 1 出现.两者的回答都是:有,因为 π 为 3.14159……,其中有 1 的出现,在有穷步骤内已可判定.

(2)其小数展式中有没有 123456789 出现? 迄今已展至百万位以上,仍未发现这个数列的出现.所以两者目前的回答都是“未知”,但古典数学认为,我们可以看透整个各位数字的集合,从而“或者有出现或者不出现,两者必有其一”.有穷性观点则认为,我们只有第 n 位数字的函数 $f(n)$,由 $f(n)$ 并不能肯定“或出现或不出现两者必有其一”,我们必须继续生成各位数字,在生成过程中,

如果出现该列数字,则可回答"出现";如仍未出现,不管展到多长,只能是"未知"的回答.

(3)它是有理数或是无理数?如就展式而言,迄今尚未发现其为循环小数但却有为循环小数的可能,故应回答"未知",在古典数学还可回答:"或为有理数或者无理数,两者必居其一",对有穷性观点而言,不能这样说而只能靠继续展下去.但此外还有另一条路即证明它不可能为有理数(而无需依靠对展式的观察),这个证明目前已经得出.既有了证明,就两种观点而言都可以回答说:π 是无理数.

(4)其小数展式中有没有无穷多次 123456789 出现?迄今所展开的部分,连一次也没有出现,更不用说无穷多次了.但我们不能根据这点而立论.要解决这个问题,是不能依靠继续展开的,因为无论展得多么长,绝不能解决"有没有无穷多次"的问题.我们只能依靠证明.在未就这个问题作出证明(证明其"有"或"没有")之时,有穷性观点什么话也不能说,古典数学则可说:"两者必有其一".

就这四例而论,凡有穷性观点回答"未知"而古典数学则回答"两者必居其一"的地方,都是有穷性观点认为"无穷集合尚未完成"而古典数学则认为"无穷集合已经作出可以透观其全体元素".而古典数学所以作出这个结论又是根据于排中律.直觉主义者认为排中律是就有穷集合而立论,不适用于无穷集合,正指这个情况而言.希尔伯特对元理论持有穷性观点,正是要求在元理论上,要稍加限制以满足直觉主义的要求,事实上,要想向所有数学家证明数学的融贯性,绝不能只要求古典数学家承认这个融贯性,也应该使直觉主义者承认才行.所以有穷性要求能满足直觉主义的观点并不奇怪.

不过尽管这样,直觉主义者对希尔柏特规划仍是持批评态度,并没有接受.布劳维尔很明确地说:"即使对犯人提不出指控,但犯罪始终是犯罪";换言之,即使证明了(而且是直觉主义也承认该证

明)数学是融贯的(这相当于提不出指控),但数学中那些理想语句仍是不真实的(不反映事实,不反映人们的直觉的)仍是不能接受的.这便牵涉到人们的哲学观点了.目前数学界主要的趋向是:只要一一对应,便可以把两者认为相同,例如把坐标(x,y)看作平面上的点.在这样情况之下,只要不矛盾,人们是使用"无穷远点""质点"(没有体积但有质量)这类概念的.同样,如果证明了融贯性,人们是乐于使用各理想语句的,因此,希尔伯特的规划无疑是一个很好的规划.

问题在另一方面.自希尔伯特规划提出后不久(不到20年),哥德尔(K.Gödel)便证明了:如果对象理论足够丰富能包含有初等数论的一部分,那末在这理论内不能证明该理论本身的融贯性.因此,初等数论的融贯性是不能在初等数论之内来证明的;但有穷性观点的推理(我们所允许的元理论推理)是可以形式化于初等数论之内的.由此便可得出结论:初等数论的融贯性不能用希尔伯特所说的有穷性观点来证明,更不必说实数论、集合论以及整个数学的融贯性了.哥德尔的结果给希尔伯特规划以一个重大的打击.

人们开始把有穷性观点推广.自然数集合的超穷序数为ω,在ω以上还有很多很多的超穷序数.有穷性观点是所有ω及ω以上的集合都永远在生成之中尚未完成,如今可稍作推广,对ω集合可以认为完成(认为可以透视其所有元素),但对更高的一些无穷集合则认为仍未完成.作了这个推广以后,可以得出很多很有意义的结果,可以略为介绍如下.

假定对某理论甲,只要承认序数α以下的集合是已完成的,而序数α集合本身尚未完成,便可以证明甲的融贯性,那末序数α叫理论甲的临界参数.临界数越大,理论便越复杂.根据研究,下列各种理论的临界数是越来越大的.

(1)初等数论.即通常的算术,不讨论实数也不讨论极限等.所研究的函数都可从原始递归式生成.

(2)初等数学分析、讨论实数与极限等,容许约束谓词变元与

约束函词变元,但构作数集$\{x:A(x)\}$时,$A(x)$须为算术公式其中不容许有约束谓词变元与约束函词变元(合称约束集合变元).

(3)Δ_1^1分析与上相同,但构作$\{x:A(x)\}$时$A(x)$必须是Δ_2^1公式,即既能表成$\forall_\alpha B_1(x,\alpha)$之形又能表成$\exists_\alpha B_2(x,\alpha)$之形,而$\alpha$为集合变元,$B(x,\alpha)$中不再含有约束集合变元.

(4)Π_1^1分析,与上相同,但作$\{x:Ax\}$时$A(x)$必须是Π_1^1公式,即能表成$\forall_\alpha B(x,\alpha)$之形,$B$的限制同上.

(5)Δ_2^1分析 与上相同,但构作$\{x:A(x)\}$时$A(x)$须是Δ_2^1公式,即既能表成$\forall_\alpha B_1(x,\alpha)$之形又能表成$\exists \alpha B_2(x,\alpha)$之形,而$\alpha$为集合的集合(二级集合)变元,$B(x,\alpha)$中不再含有约束的集合集合变元.

沿着这个方向还可更深入下去.

另外,我们还可对元理论不加任何限制,全部古典数学的推理方式都可在元理论中使用,只是研究的对象为整个数学的理论.这时这个理论和模型论有些相似,只是研究对象不着重于数学理论的模型而着重于数学理论的融贯性.

最后,我们可简单地介绍哥德尔的结果(第一不完备定理与第二不完备定理),上面说过,它给希尔伯特规划一个重大打击.

我们经常把"A为系统T的形式定理记为"$\vdash_T A$",当只讨论一个系统T时,可以把T省去而写为"$\vdash A$".现在,把"$\vdash A$"的概念放进形式系统中,作为系统中一个概念,并写成$\mathrm{Thm}A$(当须标明系统T时须写为"$\mathrm{Thm}_T A$").

根据$\vdash A$的特性,在系统中应该有:

(1)如果$\vdash A\to B$,$\vdash A$则有$\vdash B$.可以写为由$\mathrm{Thm}(A\to B)$,$\mathrm{Thm}A$可得$\mathrm{Thm}B$.还可写为(1.1)$\mathrm{Thm}(A\to B)\wedge\mathrm{Thm}A\cdot\to\mathrm{Thm}B$以及(1.2)$\mathrm{Thm}(A\to B)\to(\mathrm{Thm}A\to\mathrm{Thm}B)$.又(1.3)由$\mathrm{Thm}(A\to B)$可得$\mathrm{Thm}A\to\mathrm{Thm}B$.

(2)如果$\vdash A$,则$\vdash\vdash A$,当把"$\vdash A$"放到系统内以后,如果有"$\vdash A$",必须可将其推导过程记录下去,观察这个记录过程即可知

“$\vdash A$”,亦即便有“$\vdash\vdash A$”.以前“$\vdash$”是元系统概念,故不讨论“$\vdash\vdash A$”,如今讨论“$\vdash$”,当然会有 $\vdash A\rightarrow\vdash\vdash A$,从而可写(2.1)$\mathrm{Thm}A\rightarrow\mathrm{Thm}(\mathrm{Thm}A)$.再推得(2.2)$\neg\mathrm{Thm}(\mathrm{Thm}A)\rightarrow\neg\mathrm{Thm}A$.

(3)试将某个具体公式,例如“0 = 0”写为 K,再将 $K\wedge\neg K$ 写为 θ.在逻辑中有 $\theta\rightarrow A$(任何 A),依(1.3)可得(3.1)$\mathrm{Thm}\theta\rightarrow\mathrm{Thm}A$,又由$(A\wedge\neg A)\rightarrow\theta$ 根据古典逻辑与(1.3)又可得(3.2)$(\mathrm{Thm}A\wedge\mathrm{Thm}\neg A)\rightarrow\mathrm{Thm}\theta$ 以及(3.3)$\neg\mathrm{Thm}\theta\rightarrow(\neg\mathrm{Thm}A\vee\neg\mathrm{Thm}\neg A)$.

$\neg\mathrm{Thm}_T\theta$ 是说:θ 不是 T 的定理,故“$\neg\mathrm{Thm}_T\theta$”是“T 为融贯的”的一个表达式(一般书上记为 consis(T)).

满足下列性质的公式 G 叫做系统 T 的 Gödel 语句(省称 G 语句)

(4.1)$G\leftrightarrow\neg\mathrm{Thm}_TG$($G$ 等价于 G 不是形式定理).

最重要的最关键的一个结果是:

定理 如果有一个 Gödel 语句 G,那末(consis(T)也是 Gödel 语句,即我们有:$G\leftrightarrow\mathrm{Consis}(T)$.

注意,根据定义(4.1),G 也满足(4.2)$\neg G\leftrightarrow\mathrm{Thm}_TG$.

证 由(3.1)立可推得$\neg\mathrm{Thm}G\rightarrow\neg\mathrm{Thm}\theta$ 再由定义(4.1)得 $G\rightarrow\neg\mathrm{Thm}\theta$ 即 $G\rightarrow\mathrm{Consis}(T)$,反过来,又有:

$\neg\mathrm{Thm}\theta\rightarrow(3.3)(\neg\mathrm{Thm}G\vee\neg\mathrm{Thm}\neg G)$

$\rightarrow(4.2)(\neg\mathrm{Thm}G\vee\neg\mathrm{Thm}(\mathrm{Thm}G))$

$\rightarrow(2.2)(\neg\mathrm{Thm}G\vee\neg\mathrm{Thm}G)$

$\rightarrow\neg\mathrm{Thm}G\rightarrow_{(4.1)}G$

即 Conis(T)$\rightarrow G$,与上相合,定理得证.

如果不直接作出一个 Gödel 语句 G,我们还没有办法直接证明$\neg\mathrm{Thm}\theta$ 为 Gödel 语句(即它满足(4.1),因此直接作出一个 Gödel 语句是必要的.

定义 如果不是 $\mathrm{Thm}_T\theta$ 则说 T 是简单融贯的.

注意“不是 $\mathrm{Thm}_T\theta$”是有内容的语句,它与“$\neg\mathrm{Thm}_T\theta$”(纯形式语句)不同,后者只是系统内的符号.

定义 如果对每个一元谓词 P,当对一切 n 均有 Thm($\neg Pn$)时必没有 $\text{Thm}_T(\exists xPx)$,则说该系统 T 是 ω 融贯的.

显然,由 ω 融贯性可以推出(简单)融贯性,因为在 $\neg Pn$(一切 n)与 $\exists xPx$ 之间,必有一个不是 Thm 的.

哥德尔第一不完备定理 对每一个 Gödel 语句 G 而言,如果 T 融贯,则 G 不是 T 的定理;如果 T 为 ω 融贯,则 $\neg G$ 不是 T 的定理.因此当 T 为 ω 融贯时,G 与 $\neg G$ 都不是 T 的定理.

证 设 G 为 Gödel 语句.如果我们有 Thm$G$,依(2.1)有 Thm(Thm$G$),依(4.1)再有 Thm($\neg G$),及 Thm($G\wedge\neg G$)与(简单)融贯性相冲突,故不能有 Thm$G$.

设 T 为 ω 融贯故亦为简单融贯,依刚才所证,不可能有 Thm$G$,故任何编号的证明过程都不是 G 的证明过程,亦即:任何 n 均 $\neg$(n 证明 G),从而依 ω 融贯性不可能 $\exists_x$(x 证明 G),亦即不可能有 Thm$G$,再依(4.2),不可能有 $\neg G$,亦即没有 Thm($\neg G$).定理于是得证.注意,这时还须把"x 证明 y"作为系统内概念引进系统 T 中,但这个引进是极容易的,故不详细叙述其引入时的定义.

哥德尔第二不完备定理 如果系统 T 融贯且包含初等数论于其中,则 Conis(T)不是系统 T 的定理.

证 因 Consis(T)为 Gödel 语句,由前定理即得.

这便是 Gödel 的两个重要成果.问题在于详细作出一个 Gödel 语句(没有它是不能肯定 $\neg\text{Thm}\theta$ 为 Gödel 语句的).这时须引入 Gödel 编号如下.

对系统 T 各种基本符号给以编码,从而各种式子也给以编码.具体的编码是不重要的,无须明确的,只须满足下列条件便成.

(1)每个基本符号、每个式子、每个式子序列必须有唯一的一个自然数作为其编码,但可有些数不是任何符号、式子的编码;

(2)给出基本符号、式子或式子序列后,可以在有限步骤内找出其相应的编码;反之,任给一自然数可以在有限步骤内知道它是否某个符号、式子、式子序列的编码如是,还可找出相应的符号、式

子、式子序列.

满足这两条件的都可以作为 Gödel 编码.

给出 a,h 后,我们可以问第 a 号的式子序列是否是第 h 号式子的证明,记为 $A(a,h)$,当 a,h 给出后,显然可以定 $A(a,h)$ 的真码.稍为深究一下,可以知道 $A(a,h)$ 是 a,h 的原始递归函数,从而给出 a,h 后,如果 $A(a,h)$ 真则在 T 内可计出 $A(a,l)=0$,如果 $A(a,h)$ 假,则在 T 内可计算出 $A(a,h)=1$.

给出 a,h 后,我们可以在第 a 号式子中所有各自由变元均代入以表示 h 的数字,代入结果的公式的编码记为 $B(a,h)$.这亦永远可以在有限步内完成的;容易证明,$B(a,h)$ 亦是原始递归函数,因此当 a,h 给出后,永可在 T 内计算出 $B(a,h)$ 之值,从而第 $B(a,h)$ 号公式便是代入结果的公式.

今讨论下列公式(其编号记为 q):

$$(q) \qquad \neg\exists x_1 A(x_1,B(x_2,x_3))$$

其意是:没有一个 x_1 使得第 x_1 号式子序列可以证明第 $B(x_2,x_3)$ 等式子,亦即第 $B(x_2,x_3)$ 号式不可证(不是 T 的定理).

再根据 q(这是已知的)而作出下列公式(其编号记为 p)

$$(p) \qquad \neg\exists x_1 A(x_1,B(q,q)).$$

根据上面所说,显然 (p) 的意思是:第 $B(q,q)$ 号公式不是 T 的定理.第 $B(q,q)$ 号公式是什么公式呢? 它是由第 q 号公式中把所有自由变元代入以表示 q 的数字而得.但第 q 号公式中只有自由变元 x_2,x_3,代入以 q 后便得 $\neg\exists x_1 A(x_1,B(x_2,x_3))$,它恰为第 p 号公式,即 $p=B(q,q)$.故第 p 号公式(记为 G)恰恰是第 p 号公式不可证,亦即

$$G\leftrightarrow\neg\mathrm{Thm}\,G.$$

所以 G(即第 p 号公式)便是 Gödel 语句之一.

既作出了一个 Gödel 语句,因此 $\neg\mathrm{Thm}\theta$ 便也是 Gödel 语句,而上面的推导便得以进行,哥德尔的两个重要结果也就得出了.以前的证明,尤其当推理哥德尔第二定理时(形式地严格推导),都花费

了极多的篇幅,作了极端琐碎的讨论才能得到.这里的推导便简单得多了.

(作者:莫绍揆)

参考文献

[1] K. Gödel, Vber formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, Monat. Math, Phys, vol.38(1931), 173 – 198.

[2] D. Hilbert und P. Bernays, Grundlagen der Mathematik, Berlin, vol I. 1934 vol 2. 1939.

[3] S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics. Amsterdam, 1952.

[4] K. Schiitte, Beweistheorie, Springer, Berlin, 1960.

[5] K. Schiitte, Proof Theory, Springer, Berlin, 1977.

[6] G. Takeuti, Proof Theory, North Holland, 1987.

[7] M. Beeson, Foundation of Constructive Mathematics, Metamathematical Studies, Springer, Beilin, 1895.

[8] E. Bishop, Foundaltion of Constructive Analysis, Mc Graw Hill, New York, 1967.

(四) 递归论

递归论是研究能行性的理论,或更为准确地说是为研究能行性而创立的一门学科.目前,递归论是数理逻辑中最活跃的分支之一,它在数学基础,计算机科学,哲学等学科中有着广泛的应用.递归论又称可计算性理论.

一类问题是能行可解的是指对该类问题有一个统一的算法.一个函数是能行可计算的是指有一个计算该函数的算法.算法的概念在古代中国和希腊早已出现.例如求最大公约数的"辗转相除法"在古代就已经出现了.但是算法概念的精确化却是本世纪 30

年代的事.在1934年哥德尔为了将算法概念精确化,根据厄尔勃朗(Herbrand)一封信中的暗示,定义了一般递归函数的概念.通常人们将此作为递归论开始形成的里程碑.

递归论发展到今天,已经形成许多新的更细的分支.其中主要的有①递归论的基础理论,②不可解问题,③可判定问题,④不可解度理论,⑤α-递归论,⑥描述集合论,⑦计算复杂性理论等.

1 自然数

递归论中所研究的函数主要是自然数上定义的函数.因此自然数的概念是递归论中最基本的概念之一.如何给这个最基本的概念以一个精确的描述呢?我们知道自然数是无穷的,无法将它们一个个地列举出来.但是对于每一个具体的自然数来说,他们都有一个有限的生成过程,因此可设法用有限的语句去描述这种生成过程,从而用有限的语句来精确地定义它.狄德金和皮亚诺提出了一种定义自然数的方法:自然是由客体0(零)开始,由后继运算(用符号"′"表示,X'的直觉意义是$X+1$)的重复使用而不断产生后面的客体而得到的集合.这种方法在下面著名的皮亚诺(关于自然数)的五条公理中得到体现.

P_1　0是自然数.

P_2　如果n是自然数,则n'也是自然数.

P_3　如果m,n是不同的自然数,则m'和n'也是不同的自然数.

P_4　0不是任何数的后继,即$(\forall x)[x'\neq 0]$.

P_5　如果0具有性质φ;并且只要自然数n具有性质φ,则n'必然也具有性质φ;那末所有自然数都具有性质φ.

其中公理P_5被称为数学归纳法原理.

2 原始递归函数

在递归论中有一类函数构造很简单，它们可用有限条语句来能行地描述.在这类函数中，尤以下列几个函数被认为是最简单的，也是最基本的，被称为本原函数.

(1) 么函数 I：函数值与变元值相同的一元函数，即 $I(x)=x$.

(2) 广义么函数 $I_{mn}(1\leq n\leq m)$：函数值与第 n 个自变量值相同的 m 元函数，即 $I_{mn}(x_1,\cdots,x_m)=x_n$.

(3) 常值函数 C_a（此处 a 为任一确定的自然数）：函数值始终为常值 a 的一元函数，即 $C_a(x)=a$.

(4) 后继函数 S：函数值为其变元值的后继值的一元函数，即 $S(x)=x'(=x+1)$.

我们知道，能行可计算的函数是大量的，有些函数的取值规律是十分复杂的，用有穷语句来描述它们的取值规律在实际上是很困难的.因此，需要简单可行的方法——用已有的能行函数造出新的能行函数.这样的方法有两种，一种是迭置，另一种是利用算子.

定义 设 f 为 m 元函数，$g_1,\cdots,g_m$ 均为 n 元函数，则它们的 (m,n) 迭置是满足下列条件的函数 h：

$$h(x_1,\cdots,x_n)=f(g_1(x_1,\cdots,x_n),\cdots,g_m(x_1,\cdots,x_n))$$
$$=f(g_1,\cdots,g_m)(x_1,\cdots,x_n).$$

利用迭置可以由旧函数构造出新函数.例如，利用后继函数 S 和(1,1)迭置可以生成函数 $h(x)=S(Sx)=x+2$.如果重复使用迭置，对任意 k，可以构造出函数 $\underbrace{SS\cdots S}_{k个}x=x+k$，即作为加法的特例的一元函数.但是仅利用后继函数，甚至本原函数和迭置无法构造出加法函数 $x+y$.因此我们还需要算子方法.

算子方法是与迭置不同的构造新函数的方法.原始递归算子

是常用的一种算子,该算子首先由狄德金在 1888 年给出.

定理(狄德金) 给了一个 n 元函数 g 和一个 $n+2$ 元函数 f 满足

$$\begin{cases} f(x_1,\cdots,x_n,0)=g(x_1,\cdots,x_n) \\ f(x_1,\cdots,x_n,Sy)=h(x_1,\cdots,x_n,y,f(x_1,\cdots,x_n,y)) \end{cases} \quad (*)$$

其中(*)式被称为原始递归式,f 为由 g,h 经原始递归式定义的函数,$x_1,\cdots,x_n$ 叫参数,y 叫递归变元,$f(x_1,\cdots,x_n,y)$被称为 $f(x_1,\cdots,x_n,Sy)$的前身值.

利用原始递归式(或原始递归算子)和后继函数 S 可以定义出加法,其定义如下:

$$\begin{cases} x+0=x; \\ x+Sy=S(x+y). \end{cases}$$

利用迭置和原始递归函数,从本原函数出发可以构造出许多新函数,这些函数叫原始递归函数.

定义 原始递归函数类 PR 是满足下列条件的最小函数类 C:

(Ⅰ) 本原函数均在 C 中.

(Ⅱ) 如果函数 $f,g_1,\cdots,g_m$ 均在 C 中,它们的迭置 $f(g_1,\cdots,g_m)$也在 C 中.

(Ⅲ) 如果 $g,h\in C$,则由原始递归式(*)定义的函数 f 也在 C 中.

原始递归函数类是个很广泛的函数集合,通常我们所能接触到的数论函数都是原始递归函数.

3 初等函数

初等函数类是卡尔玛(L. Kalman)首先引进的一类函数,它几乎包括了所有初等数论函数.同时初等函数类是原始递归函数的真子集,因此在实际应用中初等函数是一个很重要的函数类.在介

绍初等函数类的定义之前我们先介绍一类必要的概念.

定义 函数 $x \dot{-} y$(算术减)和$[\frac{x}{y}]$(算术除)的定义如下:

(1)$x \dot{-} y = \begin{cases} x-y, 如\ x \geqslant y; \\ 0, 此外. \end{cases}$

(2)$[\frac{x}{y}] = \frac{x}{y}$的整数部分.

定义 迭加算子 $\sum\limits_{t \to x}$,迭乘算子 $\prod\limits_{t \to x}$ 的定义如下:

$$\sum_{t \to x} f(t) = f(0) + \cdots + f(x-1),$$

$$\prod_{t \to x} f(t) = f(0) \cdot \cdots \cdot f(x-1),$$

并且约定$\sum\limits_{t \to 0} f(t) = 0$, $\prod\limits_{t \to 0} f(t) = 1$.

定义 从本原函数,$x + y$, $x \dot{-} y$, $x \cdot y$ 及$[\frac{x}{y}]$出发,经迭置以及迭加算子$\sum\limits_{t \to x}$ 和迭乘算子 $\prod\limits_{t \to x}$ 所得函数称为初等函数,以初等函数为特征函数的谓词称为初等谓词.

初等函数和初等谓词有许多重要性质.例如初等函数对受限的最小根算子封闭,初等谓词对命题联结词、受限量词"$\forall_{x<y}$"和"$\exists_{x<y}$"封闭.

4 阿克曼函数与格才高尔契克分层

我们知道原始递归函数包含了几乎所有熟知的能行可计算的数论函数,因此在实际上很难找到一个非原始递归的能行可计算的数论函数.但是阿克曼(W. Ackermann)首先发现了这样的函数,这个函数(Ac)后来被称为阿克曼函数,其严格定义可由下面的二重递归式给出:

$$\begin{cases} Ac(x, y, 0) = x + y; \\ Ac(x, 0, Sz) = N(z \dot{-} 1) + xN^2(z \dot{-} 1); \\ Ac(x, Sy, Sz) = Ac(x, A(x, y, Sz), z). \end{cases}$$

阿克曼证明了一元函数 $\varphi(x)=Ac(x,x,x)$ 比任何原始递归函数都增长得快，从而函数 $\varphi(x)$ 以及阿克曼函数不是原始递归函数．罗莎·彼脱(Rósza Péter)和罗宾逊(R. Robinson)对阿克曼函数进行了改进，改进后的阿克曼函数比原阿克曼函数构造简单但具有原阿克曼函数的非原始递归性，此函数现在也被称为阿克曼函数：

$$\begin{cases} f(0,n)=n+1; \\ f(Sm,0)=f(m,1); \\ f(Sm,Sn)=f(m,f(Sm,n)). \end{cases}$$

阿克曼函数不仅是第一个被发现的能行可计算的非原始递归函数，而且它还有一个十分重要的作用——可以用于原始递归函数的分层，即格才高尔契克(Grzegorczyk)分层，简称格氏分层．

定义　如果函数 f 满足下式

$$\begin{cases} f(u,0)=\delta(u); \\ f(u,Sx)=h(u,x,f(u,x)), \\ f(u,x)\leqslant j(u,x), \end{cases} \tag{$*$}$$

则称 f 可从 δ,h,j 由受限原始递归式而定义，(*)式称为受限原始递归式．

定义　设 $f_m(n)=f(m,n)$（此处 $f(m,n)$ 为上面定义的阿克曼函数），对 $m\geqslant 3$，E_m 是由本原函数及 f_m 出发，经迭置和受限原始递归式而得到的函数类．

以上定义的函数类具有下面几条性质：

(1) $E_m\subseteq E_{m+1}$，

(2)若 f 为原始递归函数，则存在 m 使得 $f\in E_m$，

(3) $f_{m+1}\notin E_m$，因此 $E_m\neq E_{m+1}$．

因为原始递归函数类对受限原始递归式封闭，因此对任何 m，有 $E_m\subseteq PR$（原始递归函数类）．另外，由性质(2)，$\bigcup\limits_{m\to\omega}E_m=PR$，因此 E_m 是原始递归函数类的一种分层，它被称为格氏分层．此外 E_3 为初等函数集．

5 多重递归函数

阿克曼函数的出现说明原始递归函数类不等于全体能行可计算的函数类.如何构造出更大的以至整个的能行计算函数类呢?阿克曼函数给我们的启示是用多重递归式.显然用多重递归式可以得到比原始递归函数类更大的函数类.设 P_k 为由 k - 重递归式构造出的函数集,彼脱证明了对任何 $k\in\omega$, $P_k\subset P_{k+1}$.但是彼脱也构造了一个不在 $\bigcup_{k\in\omega}P_k$ 中的函数,这说明仅用多重递归式仍不足以构造出全体可计算函数类.

6 可计算函数

本世纪 30 年代,许多著名的数理逻辑学家都曾致力于能行可计算函数的研究,这方面最著名的结果有:

(1)哥德尔 - 厄尔勃朗 - 克林尼(Kleene)的一般递归函数,

(2)丘奇(Church)的 λ 可定义函数,

(3)哥德尔 - 克林尼的 μ 递归函数和部分递归函数,

(4)图林(Turing)的图林可计算函数.

6.1 一般递归函数

哥德尔根据厄尔勃朗一封信的暗示用"方程演算"的形式定义出的一类函数.

6.2 λ 可定义函数

丘奇定义了一种 λ 表达式,例如 $\lambda xf(x)$就是一个 λ 表达式,对于 λ 表达式中的约束变项进行代换所得到的函数类叫λ 可定义函数类.

6.3　μ 递归函数和部分递归函数

克林尼曾定义过一种 μ 算子.

定义　(1)μ 算子定义如下,$\mu y[f(x_1,\cdots,x_n,y)=0]=z$ 当且仅当$f(x_1,\cdots x_n,z)=0$,而且对所有 $y<z$,$f(x_1,\cdots,x_n,y)$有定义并且大于零.

(2)　设 Δ 为一函数类,若对于任意 $f(x_1,\cdots,x_n,y)\in\Delta$,有 $\delta(x_1,\cdots,x_n)=\mu y[f(x_1,\cdots,x_n,y)=0]\in\Delta$,则称 Δ 对μ－算子封闭.

显然,并非对所有 $x_1,\cdots,x_n$ 有$\mu y[f(x_1,\cdots,x_n,y)=0]$有定义(尽管 $f(x_1,\cdots,x_n,y)$为处处有定义的全函数),所以经 μ 算子作用后所得函数是部分函数,即未必处处有定义的函数.

定义　部分递归函数类是满足下列条件的最小函数类C:

(1) C 包含本原函数,

(2) C 关于迭置和原始递归式封闭,

(3) C 关于μ 算子封闭.

定义　若对每一组 $x_1,\cdots,x_n$,存在 y 使得$f(x_1,\cdots x_n,y)=0$并且 f 是处处有定义的全函数,则称 f 是正则的.

定义　μ 递归函数是满足下列条件的最小集合 C:

(1) C 包含本原函数,

(2) C 对迭置和原始递归式封闭,

(3) 如果 $f\in C$,并且 f 是正则的,则

$$\delta(x_1,\cdots,x_n)=\mu y[f(x_1,\cdots x_n,y)=0]$$

也在 C 中.

我们可以证明.

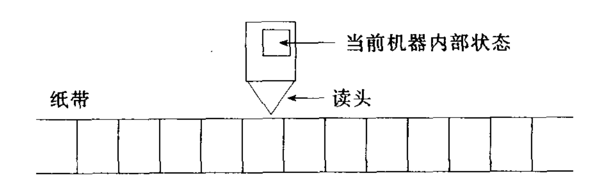
定理　μ 递归函数类等价于处处有定义的部分递归函数组成的函数类.

值得指出的是现在人们通常把 μ 递归函数称为递归函数.有时还称之为一般递归函数,虽然一般递归函数这个名字在历史上

曾经是指哥德尔－厄尔勃朗－克林尼定义的函数集.

6.4 图林可计算函数

通过对人们借助纸和笔执行算法操作的过程的分析，图林提出了他的理想化的计算机，即图林机的模式.图林机是由一个读头和一条双向无限的纸带组成：



纸带被分成无穷多个大小的方格，为确定起见，这些方格内可以是空白的，也可以写有某个符号 S，在每个时刻，机器总是保持某种确定的内部状态，读头总是在注视着某个方格，M 的读头可以进行下列三种基本动作：

(1)把所注意的方格中的符号抹去，或改为另一种符号，

(2)把读头向左移动一个方格，

(3)把读头向右移动一个方格.

机器在每一步执行什么样的动作完全由机器当时的内部状态和读头所注视的内容而决定，而这又决定了机器的下一步的内部状态.决定机器如何动作的语句称为指令.

给定一组规范的有穷条指令，当把输入(可以是数字也可以是别的符号)按照一定的规律变成一组有限长的符号放在图林机的纸带上，则根据这组指令图林机就开始动作起来.如在有穷步之后机器停止动作(称为停机)，则那时纸带上的符号就是输出.如果机器永不停机，则对此输入机器没有输出，或称无定义.图林机就是用这样的形式进行函数计算.显然，对于不同的有限指令组，即使给以同样输入也会产生不同的结果，通常我们将一个有限指令组

称为一架图林机.

定义 一个函数 φ 是图林可计算的是指存在一架图林机 M 使得,

$$\varphi(x_1,\cdots,x_n)=\begin{cases} y, & M\text{ 对于输入 } x_1,\cdots,x_n \\ & \text{在有穷步后停机并输出 } y; \\ 1, & \text{此外}. \end{cases}$$

7 丘奇论题

我们已经介绍了一般递归函数、λ 可定义函数、μ 递归函数和部分递归函数、图林可计算函数等都是能行可计算的.但是究竟什么样的函数是能行可计算的呢? 如何给可计算函数下一个定义呢? 对此问题丘奇曾提出过一个假说,这个假说后来被称为丘奇论题.

丘奇论题 在直觉上可能行计算的部分函数类就是图林可计算函数类.在直觉上可能行计算的全函数类就是图林计算的全函数类.

丘奇论题是无法证明的,因为直觉上所说的"可计算"或"能行可计算"的概念不是一个严格的数学概念.这个结论只能是一种假说.但是由于人们在丘奇论题提出以后逐步发现人们所定义各种可计算函数类,包括上面所提到那些函数类均是相同的函数类,从而丘奇论题逐步地被人们所接受,现在丘奇论题已在递归论的证明中广泛地被使用.丘奇论题已经成为递归论中的一个基本假说.

8 递归论中的基本定理

现在,讨论可计算函数的基本性质,此讨论主要以图林机为基本计算模型.前面已介绍一架图林机就是一个有穷指令集,所以,可对全部图林机进行编码.固定其中一种编码,于是全体图林机可

按其编码大小能行地排成一列:

$$M_0, M_1, \cdots, M_e, \cdots;$$

其中 M_e 表示第 e 架图林机, e 称为该机的哥德尔码或下标. 相应的这些图林机所计算的 n 元函数为:

$$\varphi_0^{(n)}, \varphi_1^{(n)}, \cdots, \varphi_e^{(n)}, \cdots$$

显然,下面的定理成立,

定理 (1)恰有可数无穷多个可计算函数,

(2)恰有可数无穷多个递归函数,

(3)存在不可计算的函数.

此外,下面四个定理被称为递归论中基本定理.

定理(范式定理) 存在原始递归谓词 $T_n(e, x_1, \cdots, x_n, y)$ 及原始递归函数 U 使得

$$\varphi_e{}^{(n)}(x_1, \cdots, x_n) = U(\mu y T_n(e, x_1, \cdots x_n, y)),$$

此处 $U(\mu y T_n(e, x_1, \cdots, x_n, y))$ 被称为 $\varphi_e^{(n)}$ 的范式.

这个定理表明对于任何 n,存在一种通用的形式来表示所有 n 元可计算函数.

定理(枚举定理) 存在一个哥德尔码 z,使得对所有 x_1, $y_1, \cdots, y_n$ 有

$$\varphi_z{}^{(n+1)}(x, y_1, \cdots, y_n) = \varphi_x{}^{(n)}(y_1, \cdots, y_n).$$

这个定理表明所有 n 元图林可计算的函数可以在一架图林机 M_z 上进行计算. 这架图林机被称为(n 元的)通用图林机. 与 M_z 相应的 $n+1$ 元函数 $\varphi_z{}^{(n+1)}$ 被称为(n 元函数)的通用函数. 值得指出的是,根据图林机的定义,每一架图林机只能计算一个(n 元)函数,这种图林机只相当于一架专用计算机. 而通用机则相当于现代的通用计算机,只要输入适当程序,便可在同一机器上进行不同的操作. 正是因为这一点,人们认为促使冯·诺依曼提出的"存贮程序的计算机"的思想的来源是图林的枚举定理.

定理 (参数定理和 $s-m-n$ 定理)

对于任何 $m,n\geqslant 1$,存在一个 $m+1$ 元的一一对应的递归函数 $S_m{}^n$,使得对所有 $e,x_1,\cdots,x_m,y_1,\cdots,y_n$,

$$\varphi_{S_n^m(e,x_1,\cdots,x_m)}(y_1,\cdots,y_n)=\varphi_e(x_1,\cdots,x_m,y_1,\cdots,y_n)$$

这定理表明要计算 $m+n$ 元函数 φ_e 在 $x_1,\cdots,x_m,y_1,\cdots,y_n$ 处的值,我们可先递归地找到哥德尔码为 $S_m^n(e,x_1,\cdots,x_m)$ 的图林机 $M_{S_n^m(e,x_1,\cdots,x_m)}$,然后在其上计算 $\varphi_{S_n^m(e,x_1,\cdots x_m)}$ 在 $y_1,\cdots y_n$ 处的值.

定理(递归定理或不动点定理) 对于每个递归函数 f 都存在数 n 使得 $\varphi_n=\varphi_{f(n)}$. n 被称为 f 的不动点.

9 递归可枚举集和递归集

前面研究了函数的递归性,利用特征函数我们很容易将递归性引进到谓词中去.就数论谓词而言,一个谓词 P 和其成真集合 $T_P=\{x\in\omega\mid P(x)\}$ 之间可以建立对应关系.为了叙述方便,将就集合为对象进行讨论,所得的结论可以平行地移到关于谓词的讨论中.

在集合中有两类集合具有特殊重要的地位,一类叫递归集,另一类叫递归可枚举集.

定义(1)集合 A 为递归的是指其特征函数为递归函数.

(2)集合 A 为递归可枚举的(简称 r.e.集)是指 A 为空集或存在一个递归函数 f 使得 $A=\mathrm{ran}(f)$(即 f 的值域),此 f 称为 A 的枚举函数.

递归集和递归可枚举集之间有着密切的联系.

定理 A 为递归集当且仅当 A 和 $\bar{A}$ 均为 r.e.集.

对于递归可枚举集我们还有一个等价的定义,这可从下面的定理得到.

定理 A 为 r.e.集当且仅当存在递归函数 f 使得 $A=\mathrm{dom}(f)$(f 的定义域).

若定义 $W_e = \mathrm{dom}(\varphi_e)$,则由图林可计算函数的枚举可以得到一个 r.e.集的枚举:

$$W_0, W_1, \cdots, W_e \cdots.$$

定理(r.e.集标准形定理) 集合 A 为 r.e.集当且仅当存在一个递归谓词 R 使得 $A = \{x \mid \exists xR(x, y)\}$.

随着可计算概念的精确化,我们可将可解性与不可解性概念精确化.

定义 一个数论谓词 $P(x)$是可解的是指它的特征函数

$$C_{P(x)} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } P(x)\text{成立}; \\ 0, & \text{此外}, \end{cases}$$

是递归的;一个数论谓词是不可解的是指不存在一个递归函数为其特征函数.

不可解的问题很多,著名的有停机问题,群上的字问题等.

(作者:丁德成)

参考文献

[1] N.J.Cutland, Computability: An Introduction to Recursive Function Theory, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.

[2] M.Davis, Computability and Unsolvability, McGraw Hill, 1988.

[3] R. L. Epstein, Degrees of Unsolvability: Structure and theory, Springer Lecture Notes of Mathematics No.759, 1979.

[4] K.Gödel, Uber formal unentscheidbare Satze der Principia mathematica und verwandter Systeme I, Monatsh. Math. Phys. 38(1931)173 - 198.

[5] J.E. Hopfield, J.D. Ullman, Introduction to automata theory, languages and computations, Addison Wesley, 1979.

[6] S.K. Kleene, Introduction to Metamethematics, North Holland, 1952.

[7] A.A. Markov, The theory of algorithms, Trud. Math. Inst. Stekl. 1954.

[8] P.G. Odifreddi, Classical Recursion Theory, North - Holland, 1989.

[9] R. Peter, Recursive Funktionen, Akademiai Kiado, 1951.
[10] H. Rogers, Theory of recursive functions and effective computability, McGraw Hill, 1967.
[11] R. I. Soare, Recursively Enumerable Sets and Degrees, Springer, 1987.
[12] 莫绍揆.递归论,北京:科学出版社,1987.

(五) 模 型 论

1 引 言

模型论是数理逻辑中的一个重要的分支,它在近代数学和计算机科学中有着极其广泛的应用,模型论主要研究一阶逻辑或二阶逻辑的句子集合和使其句子皆被满足的结构之间的关系,这样的结构又称为该集合的模型.模型论的重要任务便是用各种方法去构造合适的模型,从而达到研究上述关系的目的.

在数学的应用中,人们利用构造模型的方法证明了选择公理和连续统假设等命题是独立于集合论的公理系统 ZF 的,即,它们既不可能在 ZF 中加以证明,也不可能在 ZF 中加以否定,像这样一些突破性的数学进展都是离不开模型论的原理和方法的.再说,在计算机科学中的应用也是非常普遍的,可以说不懂得模型论的人很难阅读计算机软件方面的许多方向的学术论文,特别是结构复杂性和智能数据库方面的文献资料,限于本书的篇幅,我们重点介绍模型论的基本知识及其在理论计算机科学方面一些鲜为人知的应用.

2 模型论的基本概念

我们通常用 E 表示正整数的集合,即 $E=\{1,2,3,\cdots\}$,也通

常用 N 表示自然数的集合,即 $N=\{0,1,\cdots,n,\cdots\}$.因此,$N=E\cup\{0\}$.从集合论中知道,每个自然数都可以用适当的集合加以表示,例如,自然数 0 可用空集$\varnothing$加以表示,而一切非零的自然数皆可用小于它的自然数组成的集合加以表示,即,$0=\varnothing$,而对于 $n\neq 0$, $n=\{0,1,\cdots,n-1\}$.

如果 A 为集合,我们常用$|A|$表示 A 的基数,即 A 的元素的个数.集合 A 的元素的 n 元组$\langle a_1,\cdots,a_n\rangle$的集合常记为 A^n,它即为 n 个 A 的卡氏积.

在模型论中,为了定义模型或结构的概念,首先需要定义"型"的概念.所谓型 S 是一些符号的有序的有穷集合$\langle Q_1,\cdots,Q_n\rangle$,其中,每个 Q_i 或者称为谓词符号,或者称为函数符号,每个谓词符号或函数符号都附带一个正整数 k 以表示该符号的元数,即 k 元谓词符号或 k 元函数符号,特别地,常数符号为零元函数符号.常用 S,T 等字母表示"型".

有了型的概念,我们便可定义模型或结构的概念了,设 $S=\langle Q_1,\cdots,Q_n\rangle$为型,则一个 S 型的结构便指一个 $n+1$ 元组$\langle A,R_1,\cdots,R_n\rangle$,使得以下各条成立:

(1)A 为一个非空集合,称为 $\mathfrak{A}$ 的论域并且记为$|\mathfrak{A}|$.

(2)若 Q_i 为 k 元谓词符号,则 $R_i\subseteq A^k$.

(3)若 Q_i 为 k 元函数符号,则 $R_i:A^k\to A$.

(4)若 Q_i 为常数符号,则 $R_i\in A$.

无论上述哪一种情况,我们都记 $R_i=Q_i^{\mathfrak{A}}$.

设 S 和 T 为两个不同的型,又设 $\mathfrak{A}$ 为 $S\cup T$ 型结构且 $\mathfrak{B}$ 为 S 型结构,如果$|\mathfrak{A}|=|\mathfrak{B}|$且$\forall_Q(Q\in S\to Q^{\mathfrak{A}}=Q^{\mathfrak{B}})$,则说 $\mathfrak{A}$ 为 $\mathfrak{B}$ 的扩张(expansion),并且记为 $\mathfrak{B}=\mathfrak{A}\upharpoonright S$.

引言中说过,模型论主要研究一阶或二阶句子集合与其模型之间的关系.因此,我们必须介绍一阶或二阶的元数学语言,这种元数学语言包含以下成分:

(1)符号$\neg$,$\wedge$,$\forall$,$=$.

(2)个体变元 $u,v,w,x,y,z,\cdots\cdots$.

(3)谓词符号和函数符号(或称谓词变元和函数变元).

(4)括号

无论是一阶或二阶语言都需要项的概念.一个项 t 是满足以下条件的最小集合 T 的元素:

(1)常数和个体变元 $\in T$.

(2)若 $t_1,\cdots,t_k\in T$ 且 f 为 k 元函数符号,则 $f(t_1,\cdots,t_k)\in T$.

区分一阶或二阶语言的关键是它们的公式的定义.需要分别定义一阶公式和二阶公式的概念,但是,首先要定义它们公共的原子公式的概念.设 $t_1,t_2,\cdots,t_k$ 为项,Q 为 k 元谓词符号,则 $t_i=t_j$ $(1\leqslant i,j\leqslant k)$和 $Qt_1\cdots t_k$ 这两种类型的公式称为原子公式.一个一阶公式 φ 为满足以下条件的最小集合 F 的元素:

(1)原子公式 $\in F$.

(2)若 $\varphi_1,\varphi_2\in F$,则 $\neg\varphi_1,(\varphi_1\wedge\varphi_2),\forall_x\varphi_1\in F$,其中,$x$ 为个体变元.

一个二阶公式 φ 为满足以下条件的最小集合 G 的元素:

(1)原子公式 $\in G$.

(2)若 $\varphi_1,\varphi_2\in G$,则 $\neg\varphi_1,(\varphi_1\wedge\varphi_2),\forall_x\varphi_1\in G$,其中,$x$ 为个体变元.

(3)若 $\varphi\in G$,则 $\forall_Q\varphi\in G$,其中,Q 为谓词符号.

在数学和计算机科学的应用中,还常看到另一些类型的公式,如 $\varphi_1\vee\varphi_2$,$\exists_x\varphi$,$\exists_{x}\neq y\varphi$,$\exists!\ x\varphi$($\exists!\ x$ 表示存在唯一 x)等等.这些公式都可以通过上述定义而加以表达的.例如,公式 $\varphi_1\vee\varphi_2$ 可表为 $\neg(\neg\varphi_1\wedge\neg\varphi_2)$,$\exists_x\neq y\varphi$ 可表为 $\exists_x(\neg x=y\wedge\varphi)$等.

有一些常用的缩写符号.设 $x_1,\cdots,x_m$ 为个体变元,有时用 x 代表$\langle x_1,\cdots,x_m\rangle$以简记 $\forall_x\varphi$ 作为 $\forall_{x_1}\cdots\forall_{x_m}\varphi$.对二阶公式的情形,若型 $T=\{Q_1,\cdots,Q_n\}$,则 $\exists T\varphi$ 便表示 $\exists Q_1\cdots\exists Q_n\varphi$.如果 φ 为一阶公式,则 $\exists T\varphi$ 便称为二阶存在公式.

假定读者熟悉自由变元和约束变元的概念.设 S 为型,则说

一个一阶或二阶公式 φ 为一个 S 公式,如果该公式的自由谓词符号和自由函数符号都在 S 中.一个不含自由个体变元的公式又称为一个句子.

设 $\mathfrak{A}$ 为一个 S 结构,又设 σ 为一个一阶或二阶的 S 句子.则 $\mathfrak{A}\vDash\sigma$ 便表示 σ 在 $\mathfrak{A}$ 中为真,或者说 σ 在 $\mathfrak{A}$ 的解释之下为真.粗略地讲,对 σ 中的 $\forall_Q$,我们需逐个检查 S 中的相应谓词符号或函数符号并代以 $\mathfrak{A}$ 中的相应谓词和函数,对 σ 中的 $\forall_x$,需检查 $|\mathfrak{A}|$ 中的一切元素是否使 $\forall_x$ 后面的公式为真,至于 $\rightarrow$ 和 $\wedge$ 以及原子公式的真假的判断是极其简单的.因此,一个 S 句子 σ 在 $\mathfrak{A}$ 的解释之下是真还是假是极易确定的.例如,设 $\mathfrak{A}=\langle R,<\rangle$,其中,$R$ 表示全体实数,$<$ 表示小于关系,则 S 句子 $\sigma=\forall_x\forall_y(x<y\rightarrow\exists_z(x<z\wedge z<y))$ 在 $\mathfrak{A}$ 中为真.即 $\mathfrak{A}\vDash\sigma$.这是因为,任何两个不相等的实数 x,y 中间必有另一个实数 z 存在,这里将公式中的谓词符号与模型中的谓词都取了同一个符号,即 $<$,这是为了方便起见,在日常应用中也常这样做,但读者应当能分清同一个符号在不同地方的含义是完全不同的,对于同一个句子 σ,如果 $\mathfrak{A}=\langle I,<\rangle$,其中,$I$ 表示整数组成的集合,则 $\mathfrak{A}\nvDash\sigma$(读者试述其理由).

当 $\mathfrak{A}\vDash\sigma$ 时,我们又说 σ 被 $\mathfrak{A}$ 所满足或 $\mathfrak{A}$ 为 σ 的模型,满足 σ 的一切模型的类常记为 $\mathrm{mod}\sigma$,即,$\mathrm{mod}\sigma=\{\mathfrak{A}\mid\mathfrak{A}\vDash\sigma\}$.

在联系到计算机理论方面的研究时,常需要 S 谱的概念,而且,大多讨论有穷型的结构,即型 S 是一个有穷集合,我们常用 $\mathrm{Fin}(Q_1,\cdots,Q_n)$ 表示 $\mathrm{Fin}(\{Q_1,\cdots,Q_n\})$,而用 $\mathrm{Fin}(S)$ 表示有穷型 S 结构的类,如果 S 和 T 是两个不同的有穷型且 $A\subseteq\mathrm{Fin}(S)$,则如果存在一阶的 $S\cup T$ 句子 σ 使得 $A=\mathrm{mod}\exists T\sigma$,则说 A 是一个 S 谱或 (S,T) 谱(Spectrum).如果存在 S 使得 A 为 S 谱,则称 A 为广义谱(Generalized Spectrum).如果 T 为一元谓词符号的集合,则 (S,T) 谱又称为单叶广义谱(Monadic Generalized Spectrum).如果型 S 为空集,则 S 谱便简单地称为谱.如果 A 为一个谱,则我们常将 A 等同于 $\{n\mid\langle n\rangle\in A\}$.在这种情况下,如果 $A=\{n\mid\langle n\rangle\vDash\exists T\sigma\}$,则说

A 为 σ 的谱.谱分析在近代理论计算机科学中有许多重要的应用,我们将在以后再作介绍.

3 紧性定理

作为模型论的一个重要结果是去证明数学中常用的重要定理——紧性定理.如果一个一阶句子的无穷集合 Σ 的每个有穷子集都有模型,则说 Σ 是有穷可满足的,紧性定理是说,一个一阶句子的集合 Σ 有穷可满足,则 Σ 便有模型,我们首先证明一条引理:

引理 3.1 如果 Σ 有穷可满足且 σ 与 Σ 有相同的型,则或者 $\Sigma\cup\{\sigma\}$ 或者 $\Sigma\cup\{\neg\sigma\}$ 为有穷可满足.

证明 反设 $\Sigma\cup\{\sigma\}$ 和 $\Sigma\cup\{\neg\sigma\}$ 都不是有穷可满足,则存在 Σ 的有穷子集 Σ_1 和 Σ_2,使得 $\Sigma_1\cup\{\sigma\}$ 和 $\Sigma_2\cup\{\neg\sigma\}$ 皆无模型,但是,$\Sigma_2\cup\Sigma_2$ 为 Σ 的有穷子集,故由假设条件,$\Sigma_1\cup\Sigma_2$ 应该有模型 $\mathfrak{A}$,但是,对于句子 σ 而言,或者 $\mathfrak{A}\models\sigma$,或者 $\mathfrak{A}\models\neg\sigma$,两者有且必有一个成立,这是由结构的定义所决定的,因此,$\mathfrak{A}$ 或者为 $\Sigma_1\cup\{\sigma\}$ 的模型,或者为 $\Sigma_2\cup\{\neg\sigma\}$ 的模型,这便与证明开头的假设相矛盾,故引理得证. □

如果 $\mathrm{mod}\Sigma=\mathrm{mod}(\Sigma\cup\{\sigma\})$,即,句子集合 Σ 的模型皆为句子 σ 的模型,则说 Σ 语义地推出 σ 并且记为 $\Sigma\models\sigma$ 或 $\models\Sigma\rightarrow\sigma$,对于任意给定的句子集 Σ 而言,我们可以讨论它的两种完全性的概念,为了方便起见,常将 Σ 中出现的一切常数符号,函数符号和谓词符号构成的集合记为 $\tau\Sigma$.如果对任何 $\tau\Sigma$ 型的句子 σ,或者 $\sigma\in\Sigma$ 或者或 $\neg\sigma\in\Sigma$,则说 Σ 是简单完全的.如果对这样的 σ,或者 $\Sigma\models\sigma$,或者 $\Sigma\models\neg\sigma$,则说 Σ 是广义完全的,显然,如果 Σ 是简单完全的,则 Σ 也是广义完全的.反之,如果 Σ 是广义完全的,则 $\mathrm{Th}\Sigma=\{\sigma\mid\tau\sigma\subseteq\tau\Sigma\wedge\Sigma\models\sigma\}$ 便是简单完全的,因此,如果要判断一个理论是否简单完全,只须判断它的公理的集合是否广义完全即足.

引理 3.2　如果 Σ 有穷可满足,则存在 Γ 使得:

(1)$\Sigma \subseteq \Gamma$.

(2)$\tau\Sigma = \tau\Gamma$(即 Σ 和 Γ 的型相同).

(3)Γ 是简单完全的.

(4)Γ 有穷可满足.

证明　设 $\Delta = \{\sigma \mid \tau\sigma \subseteq \tau\Sigma \wedge \sigma$ 为句子$\}$,则可定义 Δ 的良序如下:设 $\sigma_1 = r_0 r_1 \cdots r_{n-1}$及 $\sigma_2 = S_0 S_1 \cdots S_{n-1}$,则

$\sigma_1 < \sigma_2 \Leftrightarrow n < m \vee (n = m \wedge z = \mu_k(r_k \neq S_k) \wedge r_z < S_z)$.

显然,次序 < 良序 Δ. 由集合论得知,每个良序结构均与一个序数同构,由此即得序数 β,使得

$$\Delta = \{\sigma_\alpha \mid \alpha \in \beta\}.$$

现在,定义逐次扩张如下:

$$\Sigma_0 = \Sigma,$$

$$\Sigma_{\alpha+1} = \begin{cases} \Sigma_\alpha \cup \{\sigma_\alpha\}, & \text{若 } \Sigma_\alpha \cup \{\sigma_\alpha\} \text{有穷可满足;} \\ \Sigma_\alpha \cup \{\neg\sigma_\alpha\}, & \text{否则.} \end{cases}$$

$$\Sigma\delta = \bigcup_{r \in \delta} \Sigma_r, \qquad \text{当 } \delta \text{ 为极限序数时}(\delta \leqslant \beta).$$

注意,由集合论知,对于序数而言,$r \in \delta$ 与 $r < \delta$ 是一回事. 显然,若设 $\Gamma = \Sigma_\beta$,则因为对每个扩张 Σ_α 而言,引理的(1),(2),(4)都是满足的,故只须证明 Γ 满足条件(3)即足. 为此,设 $\tau\sigma \subseteq \tau\Sigma$,则 $\sigma \in \Delta$,故有 $\alpha \in \beta$,但是,$\Sigma_{\alpha+1} \subseteq \Gamma$ 并且或者 $\sigma \in \Sigma_{\alpha+1}$,或者 $\neg\alpha \in \Sigma_{\alpha+1}$,故更有或者 $\sigma \in \Gamma$ 或者 $\neg\sigma \in \Gamma$,即 Γ 是简单完全的.

我们常常用符号 $\varphi(\begin{smallmatrix} v \\ c \end{smallmatrix})$来表示在公式 φ 中用 c 代替个体变元 v 的一切自由出现的结果. 对任何公式 $\exists_v\varphi$ 而言,如果存在常元 c 使得 $\varphi(\begin{smallmatrix} v \\ c \end{smallmatrix}) \in \Sigma$,便说 $\exists_v\varphi$ 在 Σ 中有证据,又说常元 c 为它的一个证据.

引理 3.3　如果 Σ 有穷可满足,则存在Ω,使得:

(1)$\Sigma \subseteq \Omega$.

(2)若$\exists_v\varphi\in\Sigma$,则$\exists_v\varphi$在$\Omega$中有证据.

(3)$C\Omega=C\Sigma+\omega$(即Ω与Σ的基数的关系)

(4)Ω有穷可满足.

证明 设g为从Σ到不在$\tau\Sigma$的常元中的一一函数,又对每个$\sigma\in\Sigma$,设

$$\sigma^*=\begin{cases}\varphi\binom{v}{g(\sigma)}, & 若\ \sigma=\exists_v\varphi;\\ \sigma, & 否则.\end{cases}$$

则$\Omega=\Sigma\cup\{\sigma^*\mid\sigma\in\Sigma\}$即为所求.事实上,$\Omega$显然满足(1),(2),和(3).因此,只须证明$\Omega$满足(4)即足,为此设$\Omega'\subseteq\Omega$且$\Omega'$为有穷,则可令$\Omega'=\Sigma'\cup\{\sigma_i^*\mid i<n\}$,其中,$\Sigma'\subseteq\Sigma$且$\sigma_i=\exists_{v_i}\varphi_i(i<n)$.因为$\Sigma$有穷可满足,故$\Sigma'\cup\{\sigma_i\mid i<n\}$有模型$\mathfrak{A}$.因此,$\mathfrak{A}\models\sigma_i$,即$\mathfrak{A}\models\exists_{v_i}\varphi_i$,故有$a_i\in|\mathfrak{A}|$,使得$\mathfrak{A}\models\varphi_i\binom{v}{a_i}$,今设$(g(\sigma_i))^{\mathfrak{A}^+}=a_i$,则$\mathfrak{A}^+=(\mathfrak{A},a_0,\cdots,a_{n-1})$且$\mathfrak{A}^+$显然为$\Omega'$的模型.因此,$\Omega$是有穷可满足的.

定理 3.4(模型存在定理) 设Σ满足:

(1)Σ是简单完全的.

(2)Σ是有穷可满足的.

(3)若$\exists_v\varphi\in\Sigma$,则它在$\Sigma$中有证据.

则这样的Σ必有模型.

证明 设C为一切$\tau\mathfrak{A}$型的常数项的集合,今定义$t_1\sim t_2$当且仅当$t_1=t_2\in\Sigma$.我们证明"$\sim$"为C上的等价关系:

(1)$t\sim t$:设否,则由简单完全性,$\neg(t=t)\in\Sigma$,但是,Σ的有穷子集$\{\neg(t=t)\}$无模型,这便与Σ的有穷可满足性相矛盾.

(2)$t_1\sim t_2\Rightarrow t_2\sim t_1$:设否,则由$\Sigma$的简单完全性,即得$t_1=t_2\in\Sigma$且$\neg(t_2=t_1)\in\Sigma$.但是,由此即得$\Sigma$的有穷子集$\{t_1=t_2,\neg(t_2=t_1)\}$无模型,这又与$\Sigma$的有穷可满足性相矛盾.

(3)$t_1\sim t_2\wedge t_2\sim t_3\Rightarrow t_1\sim t_3$:设否,则由完全性即得$\Sigma$的有穷

子集$\{t_1=t_2,t_2=t_3,\neg(t_1=t_3)\}$无模型，这又与 Σ 的有穷可满足性相矛盾.

以上三点即证明了关系“～”满足自反性，对称性和可仿性. 因此，“～”为 C 上的等价关系. 我们利用这个等价关系来定义 Σ 的模型 $\mathfrak{A}$ 如下：

(1) $|\mathfrak{A}|=\{\bar{t}\mid t\in C\}$，其中，$\bar{t}=\{t'\mid t\sim t'\}$.

(2)对一切 $C_\alpha\in\tau\Sigma$，$C_\alpha^{\mathfrak{A}}=\bar{C}_\alpha$.

(3)对一切 $f_n,\alpha\in\tau\Sigma$（$f_{n,\alpha}$为 n 元函数符号），

$f_n^{\mathfrak{A}},\alpha\bar{t}_0,\cdots,\bar{t}_{n-1}=\overline{f_{n,\alpha}t_0,\cdots,t_{n-1}}$.

(4)对一切 n 元的关系符号 $R_{n,\alpha}\in\tau\Sigma$，

$R_n^{\mathfrak{A}},\alpha\bar{t}_0,\cdots,\bar{t}_{n-1}$当且仅当 $R_n,\alpha t_0,\cdots,t_{n-1}\in\Sigma$.

现在，我们来证明，这样构造出来的 $\mathfrak{A}$ 确实为 Σ 的模型. 为此，我们需证明以下两个事实：

(1)对任何项 $t\in C$，$t^{\mathfrak{A}}=\bar{t}$.

(2)对任何 $\tau\mathfrak{A}$ 型的句子 σ，均有 $\mathfrak{A}\models\sigma$ 当且仅当$\sigma\in\Sigma$.

对于(1)，设 t 为常元 C，则由 $\mathfrak{A}$ 的定义知 $C^{\mathfrak{A}}=\bar{C}$，故(1)成立. 现在设 $t_0,\cdots,t_{n-1}\in C$ 均使(1)成立，则

$$
\begin{aligned}
(f_n,\alpha t_0,\cdots,t_{n-1})^{\mathfrak{A}} &= f_n^{\mathfrak{A}},\alpha t_0^{\mathfrak{A}},\cdots,t_{n-1}^{\mathfrak{A}}\\
&= f_{n,\alpha}^{\mathfrak{A}}\bar{t}_0,\cdots,\bar{t}_{n-1}\\
&= \overline{f_n,\alpha t_0,\cdots,t_{n-1}}
\end{aligned}
$$

故此时(1)也成立，因此，对任何项 $t\in C$，均有 $t^{\mathfrak{A}}=\bar{t}$.

对于(2)，可分四种情况加以证明：

(a) σ 为原子公式的情形，此时，σ 为 $t_0=t_1$ 或 $R_n,\alpha t_0,\cdots,t_{n-1}$，并且有以下推导：

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{A}\models\sigma &\Leftrightarrow \mathfrak{A}\models(t_0=t_1)\\
&\Leftrightarrow t_0^{\mathfrak{A}}=t_1^{\mathfrak{A}}\\
&\Leftrightarrow \bar{t}_0=\bar{t}_1\\
&\Leftrightarrow t_0\sim t_1
\end{aligned}
$$

$$\Leftrightarrow t_0 = t_1 \in \Sigma$$

及

$$\mathfrak{A} \models \sigma \Leftrightarrow \mathfrak{A} \models R_n, \alpha t_0, \cdots t_{n-1}$$

$$\Leftrightarrow R_n^{\mathfrak{A}}, \alpha t_0^{\mathfrak{A}}, \cdots, t_{n-1}^{\mathfrak{A}}$$

$$\Leftrightarrow R_{n,\alpha}^{\mathfrak{A}} \bar{t}_0, \cdots, \bar{t}_{n-1}$$

$$\Leftrightarrow R_n, \alpha t_0, \cdots, t_{n-1} \in \Sigma.$$

(b)$\sigma = \neg\varphi$ 且 φ 满足事实(2),则有

$$\mathfrak{A} \models \sigma \Leftrightarrow \mathfrak{A} \models \neg\varphi$$

$$\Leftrightarrow \text{非 } \mathfrak{A} \models \varphi$$

$$\Leftrightarrow \text{非 } \varphi \in \Sigma$$

$$\Leftrightarrow \neg\varphi \in \Sigma (\Sigma \text{ 简单完全})$$

$$\Leftrightarrow \sigma \in \Sigma$$

(c)$\sigma = \varphi_1 \wedge \varphi_2$ 且 φ_1 和 φ_2 皆满足(2),则有

$$\mathfrak{A} \models \sigma \Leftrightarrow \mathfrak{A} \models \varphi_1 \wedge \varphi_2$$

$$\Leftrightarrow \mathfrak{A} \models \varphi_1 \text{ 且 } \mathfrak{A} \models \varphi_2$$

$$\Leftrightarrow \varphi_1 \in \Sigma \text{ 且 } \varphi_2 \in \Sigma$$

$$\Leftrightarrow \varphi_1 \wedge \varphi_2 \in \Sigma (\Sigma \text{ 简单完全}).$$

$$\Leftrightarrow \sigma \in \Sigma.$$

(d)$\sigma = \exists_v \varphi$ 且 φ 满足事实(2).显然,量词 $\exists$ 与 $\forall$ 在一阶逻辑中是可以互相定义的,故我们采用“$\exists$”并不违背前一节对一阶元数学用语言的定义,也就是说,无论用全称量词还是用存在量词,所定义的元数学语言都是相同的.现在可证明(d)如下:

$$\mathfrak{A} \models \sigma \Leftrightarrow \text{有 } \bar{C} \in |\mathfrak{A}| \text{使得 } \mathfrak{A} \models \varphi\left(\frac{V}{\bar{C}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \text{有 } C \text{ 使得 } \mathfrak{A} \models \varphi\left(\frac{V}{C}\right) (\text{取 } C^{\mathfrak{A}} = \bar{C})$$

$$\Leftrightarrow \text{有 } C \text{ 使得 } \varphi\left(\frac{V}{C}\right) \in \Sigma (\text{归纳假设})$$

$$\Leftrightarrow \sigma \in \Sigma.$$

这就证明了定理.

定理 3.5(紧性定理) 如果一阶元数学语言 L 的句子集合 Σ 的每个有穷子集都有模型,则 Σ 本身也有模型.

证明 设 Σ 有穷可满足,又设 G 为引理 3.2 中的简单完全扩张(即 $G(\Sigma)=\Gamma$),再设 H 为引理 3.3 中的有证据扩张(即 $H(\Sigma)=\Omega$).现在定义 Σ 的逐次扩张如下:

$\Sigma_0=\Sigma$,

$\Sigma_{2n+1}=G(\Sigma_{2n})$,

$\Sigma_{2n+2}=H(\Sigma_{2n+1})$,

用数字归纳法,容易证明以下结论对任何自然数 n 都成立:

(a)$\Sigma_n\subseteq\Sigma_{n+1}$.

(b)Σ_n 有穷可满足.

(c)Σ_{2n+1}简单完全.

(d)若 $\exists_v\varphi\in\Sigma_{2n+1}$,则 $\exists_v\varphi$ 在 Σ_{2n+2}中有证据.

现在,令 $\Delta=U_i\in N\Sigma_i$,我们证明 Δ 满足引理 3.4 的所有假设条件:

(1)Δ 有穷可满足:设$\{\sigma_0,\cdots,\sigma_{n-1}\}\subseteq\Delta$,则 $\sigma_i\in\Delta(i<n)$,故由 $\Sigma_n\subseteq\Sigma_{n+1}$知,必有 $k\in\mathrm{N}$,使得 $\sigma_i\in\Sigma_k(i<n)$,即,$\{\sigma_0,\cdots,\sigma_{n-1}\}\subseteq\Sigma_k$.因为 Σ_k 有穷可满足,故$\{\sigma_0,\cdots,\sigma_{n-1}\}$有模型,因而,$\Delta$ 有穷可满足.

(2)Δ 简单完全:设 σ 为 $\tau\Delta$ 型的句子,则必有 $n\in\mathrm{N}$,使得 σ 为 $\tau\Sigma_n$ 型的,由(a),$\Sigma_n\subseteq\Sigma_{2n+1}$简单完全,故或者 $\sigma\in\Sigma_{2n+1}$,或者 $\neg\sigma\in\Sigma_{2n+1}$,因而 $\sigma\in\Delta$ 或$\neg\sigma\in\Delta$,即 Δ 简单完全.

(3)Δ 有证据:设 $\exists v\varphi\in\Delta$,则有 $n\in\mathrm{N}$,使得 $\exists v\varphi\in\Sigma_n$.由($a$),$\Sigma_n\subseteq\Sigma_{2n+1}$,故 $\exists_v\varphi\in\Sigma_{2n+1}$.又由($d$),$\exists v\varphi$ 在 Σ_{2n+2}中有一证据 C,故 $\exists_v\varphi$ 在 Δ 中也有证据 C.

故由模型存在定理(即定理 3.4),即得 Δ 有模型 $\mathfrak{A}$.因为,$\Sigma\subseteq\Delta$,故 Σ 也有模型 $\mathfrak{A}$.这就是我们要证明的结论.

紧性定理的上述证明是模型论对经典结果的一大贡献,使得

最初对紧性定理及其经典证法持怀疑态度的人消除了疑虑.紧性定理在数学的各个分支和计算机科学的许多方面都有重要的应用.许多模型论的书藉都已介绍了紧性定理在数学的某些分支中的应用,限于篇幅,我们不重复了.在下一节将介绍该定理在理论计算机科学中的计算复杂性方面的鲜为人知的应用.

4 紧性定理在计算复杂性中的应用

本节用模型论的方法,特别是紧性定理来讨论计算复杂性中的若干新的结果.我们假定读者已熟悉多项式时间的确定的图灵机和不确定的图灵机的概念.假定 Σ 为足够用的有穷字母表,而 Σ^* 表示 Σ 中一切字的集合.所谓 Σ 上的语言或集合 A 便指 Σ^* 的一个子集,即,$A \subseteq \Sigma^*$,所谓集合类 P 便指一切被多项式时间的确定的图灵机 M 所接受的集合的类;类似地,集合类 NP 便指一切被多项时间的不确定的图灵机 N 所接受的集合的类.所谓 $P-NP$ 问题,便是问 $P = NP$ 呢还是 $P \neq NP$.这个问题自 1964 年提出来至今已有 30 多年的历史,但迄今尚未得到解决,是计算机科学中一个极其著名的开问题,被人们称为计算机理论的核心问题.

在本节中也要用到布尔线路的概念,我们也假定读者熟悉通常的由“与”“或”“非”门构成的布尔线路.

我们也要用到“图”的概念.所谓一个图 G 是指一个有序对偶 $\langle V, E\rangle$,其中,V 为顶点的集合,$E \subseteq V \times V$,称为边的集合.所谓 G 的完全子图 G' 是指对偶 $\langle V', V' \times V'\rangle$,其中,$V' \subseteq V$ 且 $V' \times V' \subseteq E$.

对于一个布尔线路,我们常用广度和深度这两个标准来衡量它的复杂性.所谓一个布尔线路的广度便指它的所有门的总数,而深刻则为它的从输入门到输出门的所有路径中最长的路径上的门的个数,设 TAUT 为命题逻辑的重言式的集合,则我们在以前的研究工作中已经证明过以下两个事实是等价的,限于篇幅不作详细论证了:

(1) $P \neq NP \neq CO - NP$

(2)TAUT 不被任何深度为 2,广度为输入长度的多项式的不确定 δ 布尔线路线序列 $\{C_n | n \in \mathrm{N}\}$ 所接受.

由于人们普遍猜想(1)是成立的(虽然迄今尚无法加以证明),因此,(2)也应该是成立的.但是,也无法证明它.下面,将利用紧性定理和模型构造的方法去证明一个十分类似于上述(2)的结论.

定理 4.1 设 L 为一切只含有穷完全子图的具有可数多个顶点的图的集合,则 L 不被任何深度为 2 广度为 N 的不确定布尔线路所接受.

证明 反设结论不成立,则存在满足假设条件的不确定的布尔线路(即该线路除了固定的若干个输入门外,尚有另外一些输入门的输入值是不确定的,例如,设 $F(x_1,\cdots,x_k,y_1,\cdots,y_l)$ 代表一个布尔线路,则在公式 $\exists_{y1}\cdots y_l F(x_1,\cdots,x_k,y_1,\cdots,y_l)$ 中,$x_1,\cdots,x_k$ 为其确定的输入门,而 $y_1,\cdots,y_l$ 为其不确定的输入门,它们的值存在与否,需取决于 $x_1,\cdots,x_k$ 的值) C 接受集合 L. 换句话说,若 G 为具可数多个顶点的图,则

C 接受 $G \Leftrightarrow G$ 只含有穷完全图

$\Leftrightarrow$ 存在 $k \in \mathrm{N}$,使得当 $n \leqslant k$ 时,Δ_n 均为真,而当 $n > k$ 时,Δ_n 均为假, (a)

其中,$\Delta_n = \exists_{x_1},\cdots,x_n((V(x_1) \wedge \cdots \wedge V(x_n)) \wedge E(x_1,x_2) \wedge E(x_1,x_3) \wedge \cdots \wedge E(x_{n-1},x_n))$,而 $V(x_i)$ 表示 x_i 为 G 的顶点,$E(x_i,x_z)$ 表示 G 的顶点 x_i 与 x_z 之间有一条连线(即有一条边存在).

进一步分析,所谓"C 接受 G"便是说,如果将 G 的适当编码后的代表 G 的信息作为 C 的初始输入,则可找到一组不确定的输入值 $\{b_i | i \in \mathrm{N}\}$,使得 C 的输出为"1".为了形式地描述这句话(即表为精确的一个阶逻辑的公式),可设 G 的顶点集为

$$V = \{V_0, V_1, \cdots, V_n \cdots\},$$

显然,只要确定了 V 上的边的关系 $E(V_i, V_z)$,便完全确定了图 G. 因此,将 $E(V_i, V_z)$的值作为 C 的初始输入,而将 C 的相应的输入门定名为$e(v_i, v_z)$或$\neg e(v_i, v_z)$. 类似地,假定线路 C 的对应于 G 的不确定输入的集合为$\{b_i \mid i \in \mathrm{N}\}$,则将 C 的相应的不确定输入门定名为$B(b_i)$或$\neg B(b_i)$. 有了这些准备之后,我们给出表示"C 接受 G"这句话的精确的一阶逻辑的公式 φ,即,φ 为以下公式:

$$\forall_x(RV(X) \to (\exists_{y,z}(V(y) \wedge V(z) \wedge RI(x,y,z)) \vee \exists_y(F(y) \wedge RB(x,y)))).$$

这是一个形式公式. 从模型论知道,仅当我们对个体变元 x, y, z 的变化范围规定了一个确定的论域后,以及对公式中的谓词符号 RV, V, RI, F 和 RB 作了适当解释后,即定义它们为论域上的具体的谓词之后,φ 才有了意义,即才能谈得上 φ 为真或假. 在这里,适当的解释便可使 φ 表示"C 接受 G"这句话. 为了构造适合于 φ 及各Δ_i 的统一模型 $\mathfrak{A}$,选取 $\mathfrak{A}$ 的论域$|\mathfrak{A}|$为以下元素组成的集合:

(a) G 的所有顶点.

(b)不确定的输入值(常值)"0"和"1".

(c) C 的所有"或"门.

$|\mathfrak{A}|$上的谓词定义为

(a) $V^{\mathfrak{A}}(X)$表示 X 为 G 的一个顶点.

(b) $E^{\mathfrak{A}}(x, y)$表示 G 的顶点 x 和 y 间存在一条边.

(c) $F^{\mathfrak{A}}(x)$表示 x 为不确定输入"0"或"1"

(d) $RV^{\mathfrak{A}}(x)$表示 x 为 C 的一级"或"门(即输入门紧上面的"或"门).

(e) $RI^{\mathfrak{A}}(x, y, z)$表示[$e(y, z)$为 x 的输入门且 $E^{\mathfrak{A}}(y, z) = 1$]或[$\neg C(y, z)$为 x 的输入门且 $E^{\mathfrak{A}}(y, z) = 0$].

(f) $RB^{\mathfrak{A}}(x, y)$表示[$B(y)$为 x 的输入门且 $y = 1$]或[$\neg B(y)$为 x 的输入门且 $y = 0$]

现在,设句子集合为

$$\Sigma = \{\varphi, \Delta_0, \Delta_1, \cdots, \Delta_n, \cdots\}.$$

今证明,Σ 的任一有穷子集皆有模型.不失一般性,设 Σ 的任一有穷子集为

$$\Sigma' = \{\varphi, \Delta_0, \Delta_1, \cdots, \Delta_k\}.$$

我们如下具体地构造出 Σ' 的模型 $\mathfrak{A}'$:

首先构造一个图 G,使得它所含的最大完全子图恰有 k 个顶点,按定义便有 $G \in L$ 并且 C 接受 G.因此,应当存在不确定的输入集 $\{b_i \mid i \in \mathrm{N}\}$,使得 C 的输出为"1".现在,将 G 的所有顶点,C 的所有"或"门和常值"0","1"汇集在一起构成 $\mathfrak{A}'$ 的论域 $|\mathfrak{A}'|$,并且类似于 $\mathfrak{A}$ 的方法,将谓词符号 V, E, F, RV, RI, RB 分别解释成 $|\mathfrak{A}'|$ 上的谓词 $V^{\mathfrak{A}'}, E^{\mathfrak{A}'}, F^{\mathfrak{A}'}, RV^{\mathfrak{A}'}, RI^{\mathfrak{A}'}, RB^{\mathfrak{A}'}$.由此即得模型 $\mathfrak{A}' = < |\mathfrak{A}'|, V^{\mathfrak{A}'}, E^{\mathfrak{A}'}, F^{\mathfrak{A}'}, RV^{\mathfrak{A}'}, RI^{\mathfrak{A}'}, RB^{\mathfrak{A}'} >$.因为,$C$ 接受 G,故 $\mathfrak{A}' \models \varphi$.同理,因为 G 中含有 k 个顶点(从而 k 个顶点以下)的完全子图,故 $\mathfrak{A}' \models \{\Delta_0, \Delta_1, \cdots, \Delta_k\}$.因此,$\mathfrak{A}' \models \Sigma'$,即,$\Sigma'$ 确有模型 $\mathfrak{A}'$.由于 Σ' 是 Σ 的任一有穷子集,故根据紧性定理,Σ 便应当有模型 $\mathfrak{B}$,现在,设 $\mathfrak{B}$ 为

$$\langle |\mathfrak{B}|, V^{\mathfrak{B}}, E^{\mathfrak{B}}, F^{\mathfrak{B}}, RV^{\mathfrak{B}}, RI^{\mathfrak{B}}, RB^{\mathfrak{B}} \rangle,$$

则 $\mathfrak{B} \models \Sigma$,即 $\mathfrak{B} \models < \varphi, \Delta_0, \Delta_1, \cdots, \Delta_n, \cdots >$ 由 $\mathfrak{B} \models \varphi$ 即知图 $G' = \langle V^{\mathfrak{B}}, E^{\mathfrak{B}} \rangle$ 被 C 所接受,故由(a)即得 G' 只应当含有穷的完全子图.但是,由 $\mathfrak{B} \models \langle \Delta_0, \Delta_1, \Delta_n, \cdots \rangle$ 便得 G' 应含任意大的完全子图.这是一个矛盾,这个矛盾便证明了定理.

从以上事实可见,模型论中构造模型的方法以及紧性定理的应用都是解决当代困难问题(如 $P - NP$ 问题)的有力武器.我们将在下一节更深入地探讨有穷模型论及其谱理论对计算复杂性的许多重要应用.

5　谱理论及其应用

本节讨论有穷 S 结构或有穷模型.设 S 为只含谓词符号的确

定的有穷型，又设 $P_1,\cdots,P_r$ 为 S 的谓词符号(或谓词变元).

本节中用于图灵机的字母表可固定为 $\Sigma=\{0,1,\#\}$，设输入长度为 n，则被确定的(不确定的)指数时间 2^{kn} 内接受的一切集合的类记为 $P_1(NP_1)$，这里 k 为某个常数.

现在，假定有穷 S 结构 $\mathfrak{A}=<\{1,\cdots,n\},S_1,\cdots,S_r>$，并且 P_i (从而 S_i)是 m_i 元的谓词符号(谓词). 对于每个 $i(1\leqslant i\leqslant r)$，我们定义 b_i 为 $\{0,1\}^*$ 中的长度为 n^{m_i} 的字，使得如果 $\langle C_1,\cdots,C_{m_i}\rangle$ 是 $\{1,\cdots,n\}^{m_i}$ 中按字典次序的第 k 个元素，则

$$b_i \text{ 的第 } k \text{ 位}=\begin{cases}1, & \text{若 } S_i(c_1,\cdots,C_{m_i}) \text{为真;}\\ 0, & \text{否则.}\end{cases}$$

其中，$1\leqslant k\leqslant n^{m_i}$，设 $e(\mathfrak{A})$ 为模型 $\mathfrak{A}$ 的编码，则 $e(\mathfrak{A})=a\#b_1\#b_2\#\cdots\#b_r\in\Sigma^*$，其中，$a$ 为 n 的二进表示. 如果 A 为有穷 S 结构的类，则定义 $E(A)=\{e(\mathfrak{A})\mid\exists n\in Z(|\mathfrak{A}|=\{1,\cdots,n\}\wedge\mathfrak{A}\in A\}$.

定理 5.1 设 $A\subseteq Fin(S)$，又设 A 对同构封闭，则

(1)若 $S\neq\varphi$，则 A 为 S 谱 $\Leftrightarrow E(A)\in NP$

(2)若 $S=\varphi$，则 A 为谱 $\Leftrightarrow E(A)\in NP_1$.

证明 ($\Rightarrow$)假定 A 为一个 S 谱，则存在正整数 t 和 k，t 个新 k 元谓词符号的集合 T 和一阶 $S\cup T$ 句子 $\sigma=Q_1x_1\cdots Q_mx_m\varphi$，其中 φ 不含量词且 Q_i 为 $\exists$ 或 $\forall$，使得 $A=\mathrm{mod}\,\exists T\sigma$. 我们将构造一个 $t+m+2$ 条带的多项式时间的不确定图买机 M，使得 M 接受 $E(A)$. 第一条带是输入带. M 首先检查是否输入为形式 $a\#b_1\#b_2\#\cdots\#b_r$，其中，$a\in\{0,1\}^*$，r 个 S 中的谓词符号及每个 $b_i\in\{0,1\}^*$ 均有合适的长度. M 用它的最后的带作为检查长度等的计数器. 如果输入不满足上述要求，则 M 便拒绝，否则，则说输入为 $e(\mathfrak{A})$ 且 $|\mathfrak{A}|=\{1,\cdots,n\}$. 在第 2 条至第 $t+1$ 条带上，M 不确定地写下 n^k 个“0”或“1”的字，这些值相应于“猜”T 中谓词符号的解释，设 $\mathfrak{A}'$ 为 $\mathfrak{A}$ 到 $S\cup T$ 的显然的扩张，接着下去的第$(t+i+1)$条带，M 系统地写下每个可能的 a_i 作为 $x_i(1\leqslant i\leqslant m)$，这里 a_i 取 1 至 n 之间

的数.对于 m 元组$\langle a_1,\cdots,a_m\rangle$,存在 n^m 种可能性.对每种给定的可能性,M 可以容易地检查是否$\varphi(a_1,\cdots,a_m)$在 $\mathfrak{A}$ 中为真.因此,容易看出如何设计算法以检查是否 $\mathfrak{A}'\models\sigma$.故这样构造的 M 便辨认了$E(A)$并且存在多项式 p 使得M 在$p(n)$步内不确定地接受$E(A)$中的每个元素 $e(\mathfrak{A})$,这里$|\mathfrak{A}|=\{1,\cdots,n\}$.设输入 $e(\mathfrak{A})$的长度为 l,则若 $S=\varphi$,则 n 不超过2^l.若 $S\neq\varphi$,则 l 不超过tn^k,故若 $S=\varphi$,则 $E(A)$可在时间 $p(2^l)$内不确定地被辨认,故 $E(A)\in\mathrm{NP}_1$,若 $S\neq\varphi$,则 $E(A)$可在 $p(l)$时间内不确定地被辨认,故$E(A)\in\mathrm{NP}$.

($\Leftarrow$)假设依赖于 $S\neq\varphi$ 或$S\neq\varphi$ 而分别有 $E(A)\in\mathrm{NP}$ 或$E(A)\in\mathrm{NP}_1$.又假设$S=\{P_1,\cdots.P_r\}$,其中,P_i 为m_i 元谓词符号($1\leqslant i\leqslant r$).通过改变对输入的定义而去定一个稍加修改的$(r+1)$条带的不确定图灵机 M 是方便的.若 $x=\langle a_1,\cdots,a_{r+1}\rangle$,则令 $\bar{x}=\langle q_0,a_1,\cdots,a_{r+1},1,\cdots,1\rangle$.我们说 M 接受$(r+1)$元的 x,如果 M 从$\bar{x}$ 出发经过若干步后能到达接受状态.

显然存在正整数 k 和适当修改的$(r+1)$条带的接受 $r+1$ 元组$\langle a,b_1,\cdots,b_r\rangle$的不确定的图灵机 M,使得 $a\#b_1\#b_2\#\cdots\#b_r\in E(A)$,并且 M 在n^k 步内接受该输入,这里 n 表示a 的二进制位数.不失一般性,可假定 $k\geqslant\max\{m_i|1\leqslant i\leqslant r\}$.显然,若 M 在n^k 步内接受该输入,则它便在空间 n^k 内接受该输入.

用以下新符号引进集合 T,“$<$”表示通常的小于次序;C_1 和 C_2 为常数符号,它们分别表示次序“$<$”之下的最小元和最大元;0,1,和 B 为常数符号,它们分别表示零、1 和空白符号;q_O,q_A,q_k 为常数符号,它们分别表示初始状态,接受状态和拒绝状态符;S 为一元函数符,它表示次序“$<$”之下的后继函数符;S_1 为一个 $2k$ 元的谓词符号,$S_1(x_1,\cdots,x_k,y_1\cdots y_k)$表示 y 为字典次序下的 x 的后继;q 为一个 k 元函数符,$q(t_1,\cdots t_k)$表示机器在 t 时刻的状态;V_i 为 $2k$ 元函数符($1\leqslant i\leqslant r+1$),$V_i(t_1,\cdots,t_k,x_1,\cdots,x_k)$为第 i 条

带上时刻 t 时的 x 位置的带符号；H_i 为 $2k$ 元谓词符号（$1\leqslant i\leqslant r+1$），$H_i(t,x)$ 表示时刻 t，第 i 个带头正在扫描第 i 条带上的第 x 个方格；G 是一个二元函数符，$G(x,i)$ 表示 x 的二进表示中，从右计数的第 i 位的数字（0 或 1）.

我们想象 k 元组 $\langle C_1,\cdots,C_1\rangle$ 表示第一个时间单位（以及在每条带上的第一个带方格）；如果 $S_1(x;y)$ 为真，则 y 为 x 之后的下一个时刻（下一个带方格）. 因此，k 元组 $\langle C_2,\cdots,C_2\rangle$ 便表示第 n^k 时刻（第 n^k 带方格）（C_2 为最大元）.

设 Γ 含有 g 个带符号，我们用 C_1，$S(C_1)$，$SS(C_1)$，…，$S^{(g-1)}(C_1)$ 表示这些符号，其中，C_1 表示零，$S(C_1)$ 表示"1"，$S^2(C_1)$ 表示空白，为了简单起见，也用 0，1，B 分别表示 C_1，$S(C_1)$，$S^2(C_1)$. 设 K 含有 p 个状态，用 C_1，…，$S^{(P-1)}(C_1)$，表示这些状态，为方便起见，也用 q_O，q_A，q_k 分别代表 C_1，$S(C_1)$，$S^2(C_1)$.

设 σ_1 为以下句子的合取：

$$0=C_1,\qquad q_o=C_1,$$
$$1=S(C_1),\qquad q_A=S(C_1),$$
$$B=S^2(C_1),\qquad q_k=S^2(C_1).$$

设 σ_2 为句子："'$<$'为线性次序且 C_1 为最小元且 C_2 为最大元且除了 C_2 外，S 皆为后继函数".

设 σ_3 为句子："$S_1(x;y)$ 为真 $\Leftrightarrow y$ 为 x 的字典次序下的后继元"因此，σ_3 为以下 $k+2$ 个句子的合取：

$$\forall x_1,\cdots,x_k\ \exists!\ y_1,\cdots,y_k S_1(x_1,\cdots,x_k;y_1,\cdots,y_k),$$
$$\forall x_1,\cdots,x_k(x_k\neq C_2\rightarrow S_1(x_1,\cdots,x_k;x_1,\cdots,x_{k-1},SX_k)),$$
$$\forall x_1,\cdots,x_k((x_k=c_2\wedge x_{k-1}\neq c_2)\rightarrow S_1(x_1,\cdots,x_k;x_1,\cdots,x_{k-2},sx_{k-1},c_1)),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$S_1(c_2,\cdots,c_2;c_1,\cdots,c_1).$$

以下句子的合取 σ_4 定义了我们要说的 G：

$G(C_1, C_1) = 1$,

$\forall_{x \neq C_1}(G(C_1, x) = B)$,

$\forall_{x \neq C_2} \forall_y \exists_z < y\ ((G(x, z) = 0 \vee G(x, z) = B)$

$\rightarrow (G(sx, y) = G(x, y)))$,

$\forall_{x \neq C_2} \forall_y \exists_z < y\ ((G(x, z) = 1 \wedge G(x, y) = 0)$

$\rightarrow (G(sx, y) = 1)))$,

$\forall_{x \neq C_2} \forall_y \forall_z < y\ ((G(x, z) = 1 \wedge G(x, y) = 1)$

$\rightarrow (G(sx, y) = 0)))$.

$\forall_{x \neq C_2} \forall_y \forall_z < y\ ((G(x, z) = 1 \wedge G(x, y) = B)$

$\rightarrow (G(sx, y) = 1)))$.

以下句子的合取 σ_5 便给出了 q 和 H_i 的自明的信息:

$q(C_1, \cdots, C_1) = q_o$,

$q(C_2, \cdots, C_2) = q_A$,

$\bigwedge_{i=1}^{r+1} \forall_{t_1}, \cdots, t_k \exists!\ x_1, \cdots, x_k H_i(t; x)$,

$\bigwedge_{i=1}^{r+1} H_i(C_1, \cdots, C_1; C_1, \cdots, C_1)$.

以下两句子的合取 σ_6 初始化了第一条带,使得它开始于 n(论域的基数)的二进表示并跟以许多空白:

$\forall_x(V_1(C_1, \cdots, C_1; C_1, \cdots, C_1, x) = G(C_2, x))$,

$\forall_{x_1}, \cdots, x_k(\neg(x_1 = C_1 \wedge \cdots \wedge x_{k-1} = C_1) \rightarrow$

$(V_1(C_1, \cdots, C_1; x_1, \cdots, x_k) = B))$.

以下句子的合取 σ_7 初始化了第 2 至第 $r+1$ 条带,使得第 $i+1$ 条带开始于表示 P_i 的"0"和"1"的串并跟以一些空白($1 \leqslant i \leqslant r$):

$\bigwedge_{i=1}^{r+1} \forall_{x_1}, \cdots, x_{m_i}(p_i x_i, \cdots, x_{m_i} \rightarrow (V_{i+1}(C_1, \cdots, C_1; C_1, \cdots, C_1, x_1, \cdots, x_{m_i}) = 1))$.

$\bigwedge_{i=1}^{r+1} \forall_{x_1, \cdots, x_{m_i}} (\neg p_i x_i, \cdots, x_{m_i} \to (V_{i+1}(C_1, \cdots, C_1; C_1, \cdots, C_1, x_1, \cdots, x_{m_i}) = 0))$,

$\bigwedge_{i=1}^{r+1} \forall_{x_1, \cdots, x_{mk}} (\neg (x_1 = C_1 \wedge \cdots \wedge x_{k-m_i} = C_1) \to$
$(V_{i+1}(C_1, \cdots, C_1; x_1, \cdots, x_k) = B))$.

句子 σ_9 是描述 M 的转换函数(常数表)的一些句子的合取式,设 $\delta(b; l_1, \cdots, l_{r+1}) = \{S_1, \cdots, S_w\}$,我们将用 $S^{(d)}(C_1)$表示状态 b,用 $S^{(fi)}(C_1)$表示带符号 $l_i(1 \leqslant i \leqslant r)$,则 σ_9 为以下句子:

$\forall_{t}, u, x_1', \cdots, x_k', \cdots x_1^{r+1}, \cdots, x_k^{r+1} (\neg (t_1 = C_2 \wedge \cdots \wedge t_k = C_2) \wedge S_1(t; u) \wedge \bigwedge_{i=1}^{r+1} H_i(t; x_1^i, \cdots, x_k^i) \wedge (q(t) = S^{(d)}(C_1)) \wedge \bigwedge_{r=1}^{r+1} (v_i (t; x_1^i, \cdots, x_k^i) = S^{(f_i)}(C_1)) \to \bigvee_{i=1}^{W} \varphi_i)$,

其中,φ_i 是说,按照 S_i,这种转换是可行的.特别地,假定 S_i 为 $< a; b_1, \cdots, b_{r+1}; T_1, \cdots, T_{r+1} >$,其中,用 $S^{(m)}(C_1)$表示状态 a,用 $S^{(d_j)}(C_1)$表示符号 $b_j(1 \leqslant j \leqslant r+1)$并且每个 T_j 或为 R 或为 L.设 $I = \{j \mid T_j = R\}$, $J = \{j \mid T_j = L\}$,则 φ_i 为以下公式的合取,这里,最后一个合取式包含了带头不会越过带的最左端:

$q(u) = S^{(m)}(C_1)$,

$\bigwedge_{j=1}^{r+1} \forall_z (\neg (z_1 = x_1^j \wedge \cdots \wedge z_k = x_k^j) \to (V_j(u; z) = V_j(t; z)))$,

$\bigwedge_{j=1}^{r+1} V_j(u; x^j) = S^{(d_j)}(C_1)$,

$\bigwedge_{j \in I} \forall_y j(S_1(x^j; y^j) \to H_j(u; y^j))$,

$\bigwedge_{j \in J} (\neg (x_1^j = C_1 \wedge \cdots \wedge x_k^j = C_1) \wedge \forall_y j(S_1(y^j; x^j))$
$\to H_z(u; y^j))$.

设 n_1, n_2 分别为 Γ 和 K 的基数,又设 $n \geqslant \max(n_1, n_2)$,则基数为 n 的 S 结构 $\mathfrak{A} \in A$ 当且仅当 $\mathfrak{A} \vDash \exists T(\bigwedge_{i=1}^{9} \sigma_i)$.因为,任何 S 谱

的有穷修改仍为一个 S 谱,故 A 为 S 谱.

关于谱分析还有更多更深的结果,限于篇幅,不再深入讨论.

6 插入定理及其应用

在一阶逻辑的模型论中,有一条很著名的克莱格(W. Craig)插入定理,它在数学和计算机等科学中有许多重要的应用,它也是各种更广泛的模型论逻辑的讨论焦点.

我们需要两个结构 $\mathfrak{A}$ 和 $\mathfrak{B}$ 的等价(记为 $\mathfrak{A}\equiv\mathfrak{B}$ 和初等子结构(记为 $\mathfrak{A}\prec\mathfrak{B}$ 或 $\mathfrak{B}\prec\mathfrak{A}$)的概念,设 $\mathrm{Th}\mathfrak{A}=\{\sigma\mid\mathfrak{A}\models\sigma\}$,则如果 $\mathrm{Th}\mathfrak{A}=\mathrm{Th}\mathfrak{B}$,便说 $\mathfrak{A}\equiv\mathfrak{B}$. 如果 $\mathfrak{A}\subseteq\mathfrak{B}$ 且对任何 $\tau\mathfrak{A}$ 句子 σ,均有 $\mathfrak{A}\models\sigma\Leftrightarrow\mathfrak{B}\models\sigma$,则说 $\mathfrak{A}\prec\mathfrak{B}$. 显然,这两个概念有些类似,但是,容易证明 $\mathfrak{A}\prec\mathfrak{B}$ 即可推出 $\mathfrak{A}\equiv\mathfrak{B}$. 但反之不然,这可举一个反例. 设 $\mathfrak{A}=(N^+,S)$,$\mathfrak{B}=(N,S)$,其中,S 为后继函数,即 $S(n)=n+1$. 显然 $\mathfrak{A}\equiv\mathfrak{B}$,但是,$\mathfrak{A}\prec\mathfrak{B}$ 却为假. 在证明插入定理之前,需要先证明一条一致性引理:

引理 6.1(一致性引理) 设 $S=\tau\mathfrak{A}\cap\tau\mathfrak{B}$,又设 $\mathfrak{A}\restriction S\equiv\mathfrak{B}\restriction S$,则存在 $\mathfrak{C}$,使得

(1) $\tau\mathfrak{C}=\tau\mathfrak{A}\cup\tau\mathfrak{B}$,

(2) $\mathfrak{A}\prec\mathfrak{C}\restriction\tau\mathfrak{A}$,

(3) $\mathfrak{B}\prec\mathfrak{C}\restriction\tau\mathfrak{B}$.

证明 首先需证以下两点:

(a) 存在结构 $\mathfrak{B}_0$. 使得 $\mathfrak{A}\restriction S\prec\mathfrak{B}_0\restriction S$ 且 $\mathfrak{B}_0\equiv\mathfrak{B}$

(b) 存在结构 $\mathfrak{A}_0$,使得 $\mathfrak{A}\prec\mathfrak{A}_0$ 且 $\mathfrak{B}_0\restriction S\prec\mathfrak{A}_0\restriction S$.

(a)的证明:设 $\Sigma=\mathrm{Th}\mathfrak{B}\cup\mathfrak{D}^c(\mathfrak{A}\restriction S)$,这里记号 $\mathfrak{D}^c$ 表示完全图的概念,即 $\mathfrak{D}^c\mathfrak{A}=\mathrm{Th}\mathfrak{D}^+$,而 $\mathfrak{A}^+=(\mathfrak{A},C_a^{\mathfrak{A}^+})_{a\in|\mathfrak{A}|}$ 且 $C_a^{\mathfrak{A}^+}=a$. 如果 Σ 有模型 $\mathfrak{B}^+$,则由完全图的概念即得 $\mathfrak{B}^+\restriction\tau\mathfrak{B}$ 为所要求的 $\mathfrak{B}_0$. 因此,我们只须证明 Σ 有模型即足. 现在假设 Σ 没有模型,则

由紧性定理得并非 Σ 的每个有穷子集皆有模型，不妨设 Σ' 为 Σ 的无模型的有穷子集，又设 Σ' 中属于 $\mathfrak{D}^c(\mathfrak{A}\upharpoonright S)$ 的句子为 $\sigma_0,\cdots,\sigma_{m-1}$ 且 $\sigma=\sigma_0\wedge\cdots\wedge\sigma_{m-1}$，则 $\mathrm{Th}\mathfrak{B}\cup\{\sigma\}$ 必无模型（否则，Σ' 便有模型），故 $\models\mathrm{Th}\mathfrak{B}\to\neg\sigma$. 设 $\{d_0,\cdots,d_{n-1}\}=\tau\sigma-S$ 且 $\sigma=\varphi(d_0,\cdots,d_{n-1})$，则有 $\models\mathrm{Th}\mathfrak{B}\to\forall_{u_0},\cdots,u_{n-1}\neg\varphi(u_0,\cdots,u_{n-1})$，故有 $\models\mathrm{Th}(\mathfrak{B}\upharpoonright S)\to\forall_{u_0},\cdots,u_{n-1}\neg\varphi(u_0,\cdots,u_{n-1})$，从而，$\forall_{u_0},\cdots,u_{n-1}\neg\varphi(u_0,\cdots,u_{n-1})\in\mathrm{Th}\mathfrak{B}\upharpoonright S=\mathrm{Th}\mathfrak{A}\upharpoonright S$（因为 $\mathfrak{A}\upharpoonright S\equiv\mathfrak{B}\upharpoonright S$）. 但是，由 $\mathfrak{D}^c(\mathfrak{A}\upharpoonright S)$ 的定义即知，$(\mathfrak{A}\upharpoonright S)^+\models\varphi(d_0,\cdots,d_{n-1})$，故 $\mathfrak{A}\upharpoonright S^+\models\varphi(d_0,\cdots,d_{n-1})$，故 $\mathfrak{A}\upharpoonright S\models\exists_{u_0},\cdots,u_{n-1}\varphi(u_0,\cdots,u_{n-1})$，这是一个矛盾.

(b)的证明：设 $\Sigma=\mathrm{Th}\mathfrak{A}^+\cup\mathrm{Th}\mathfrak{B}^+$，其中，$\mathfrak{A}^+=(\mathfrak{A},C_a^{\mathfrak{A}^+})(a\in|\mathfrak{A}|)$ 且 $\mathfrak{B}^+=(\mathfrak{B}_0\upharpoonright S,C_b^{\mathfrak{B}^+})(b\in|\mathfrak{B}|)$ 且对一切 $a\in|\mathfrak{A}|$，$C_a^{\mathfrak{A}^+}=a$ 及对一切 $b\in|\mathfrak{B}_0|$，$C_b^{\mathfrak{B}^+}=b$，则由完全图的概念即可推出结论：如果 Σ 有模型 $\mathfrak{A}_0'$，则 $\mathfrak{A}_0'\upharpoonright\tau\mathfrak{A}$ 即为所求之 $\mathfrak{A}_0$. 因此，只需证明 Σ 有模型即足. 反设 Σ 无模型，则由紧性定理知存在 $\sigma\in\mathrm{Th}\mathfrak{B}^+$，使得 $\models\mathrm{Th}\mathfrak{B}^+\to\neg\sigma$. 因为，$\mathrm{Th}\mathfrak{B}^+=\mathfrak{D}^c(\mathfrak{B}_0\upharpoonright S)$，故可设 σ 为 $\varphi(d_0,\cdots,d_{n-1},C_0,\cdots,C_{m-1})$，其中，$d_i\in\tau\mathfrak{A}^+$，$C_j\in\tau\mathfrak{B}^+-\tau\mathfrak{A}^+(0\leqslant i\leqslant n-1,0\leqslant j\leqslant m-1)$. 由此即得 $\models\mathrm{Th}\mathfrak{A}^+\to\forall_{w_0},\cdots,w_{m-1}\neg\varphi(d_0,\cdots,d_{n-1},w_0,\cdots,w_{m-1})$. 显然，对任何 $\mathfrak{A}$ 中赋值（即对自由变元赋值）：

$$z(v)=\begin{cases}d_i^{\mathfrak{A}^+}, & \text{当 } v=u_i \text{ 时}(0\leqslant i\leqslant n-1);\\ \text{任意}, & \text{此外}.\end{cases}$$

则 $\mathfrak{A}\upharpoonright S\models\forall_{w_0},\cdots,w_{m-1}\neg\varphi(u_0,\cdots,u_{n-1},w_0,\cdots,w_{n-1})\langle z\rangle$. 这是因为 $\sigma\in\mathfrak{D}^c(\mathfrak{B}_0\upharpoonright S)$，故 $\varphi(u_0,\cdots,u_{n-1},w_0,\cdots,w_{m-1})$ 为 S 型的公式，由上面证明过的(a)即知，$\mathfrak{A}\upharpoonright S<\mathfrak{B}_0\upharpoonright S$，故 $\mathfrak{B}_0\upharpoonright S\models\forall_{w_0},\cdots,w_{m-1}\neg\varphi(u_0,\cdots,u_{n-1},w_0,\cdots,w_{m-1})\langle z\rangle$，但是，从另一方面看，$\sigma\in\mathrm{Th}\mathfrak{B}^+=\mathfrak{D}^c(\mathfrak{B}_0\upharpoonright S)$，故 $\mathfrak{B}_0\upharpoonright S\models\exists u_0,\cdots,u_{n-1}$,

$w_0,\cdots,w_{m-1},\varphi(u_0,\cdots,u_{n-1},w_0,\cdots,w_{m-1})$,这是一个矛盾,故 Σ 有模型.

现在我们反复交替使用结论(a)和(b)以求得满足如下要求的初等链 $\{u_i \mid i\in \mathrm{N}\}$ 及 $\{\mathfrak{B}_i \mid i\in \mathrm{N}\}$:对任何 $i\in \mathrm{N}$ 均有:

(i) $\mathfrak{A}_i<\mathfrak{A}_{i+1}$,

(ii) $\mathfrak{B}_i<\mathfrak{B}_{i+1}$,

(iii) $\mathfrak{B}_i\restriction S<\mathfrak{A}_i\restriction S$,

(iv) $\mathfrak{A}_i\restriction S<\mathfrak{B}_i\restriction S$.

我们首先注意到,在证明(b)时仅用到条件"$\mathfrak{A}\restriction S<\mathfrak{B}_0\restriction S$",而在证明(a)时需要用到条件"$\mathfrak{A}\restriction S\equiv\mathfrak{B}\restriction S$".但是,(b)中的结论之一"$\mathfrak{B}_0\restriction S<\mathfrak{A}_0\restriction S$"即有资格作为条件"$\mathfrak{B}_0\restriction S\equiv\mathfrak{A}_0\restriction S$".换句话说,由(b)可产生新的(a),而由新的(a)又可产生新的(b),这个过程是可以反复交替地进行的.为了看清这个过程,将定理的假设条件列为(a_0),将上述(a)和(b)分别列为(a_1)和(b_1),然后用无穷循环下去的以下算法来展示这一过程:

```
    (a0)⇒(a1);
    i: = 1;
P:(ai)⇒(bi);
    (bi)⇒(ai+1);
    i: = i + 1;
    GOTO P.
```

现在,令 $\mathfrak{A}^*=\bigcup_{i\in N}\mathfrak{A}_i$ 和 $\mathfrak{B}^*=\bigcup_{i\in N}\mathfrak{B}_i$,则由 $\mathfrak{A}<\mathfrak{A}_0,\mathfrak{B}\equiv\mathfrak{B}_0$.及初等链的性质即得:

$$\mathfrak{A}<\mathfrak{A}_0<\mathfrak{A}^*$$
$$\mathfrak{B}\equiv\mathfrak{B}_0<\mathfrak{B}^* \qquad (*)$$

故 $\mathfrak{A}\equiv\mathfrak{A}^*$ 且 $\mathfrak{B}\equiv\mathfrak{B}^*$.又由上述(iii)和(iv),$\mathfrak{A}_i\restriction S=\mathfrak{B}_i\restriction S$ $(i\in N)$,故 $\mathfrak{A}^*\restriction S=\bigcup_{i\in N}(\mathfrak{A}_i\restriction S)=\bigcup_{i\in N}(\mathfrak{B}_i\restriction S)=\mathfrak{B}^*\restriction S$.因此,显然可以合并 $\mathfrak{A}^*$ 和 $\mathfrak{B}^*$ 为新的结构 $\mathfrak{D}$,使得 $\mathfrak{A}^*=\mathfrak{D}\restriction\tau\mathfrak{A}$ 和 $\mathfrak{B}^*$

$=\mathfrak{D}\restriction\tau\mathfrak{B}$ 且 $\tau\mathfrak{D}=\tau\mathfrak{A}\cup\tau\mathfrak{B}$,又由(*)即得 $\mathfrak{A}\prec\mathfrak{D}\restriction\tau\mathfrak{A}$ 及 $\mathfrak{B}\prec\mathfrak{D}\restriction\tau\mathfrak{B}$.

现在,定义插入并证明插入定理.所谓插入 σ 是指满足 $\models\sigma_1\rightarrow\sigma$ 及 $\models\sigma\rightarrow\sigma_2$ 且 $\tau\sigma\subseteq\tau\sigma_1\cap\tau\sigma_2$ 的句子 σ.

定理 6.2(插入定理) 如果 $\models\sigma_1\rightarrow\sigma_2$,则存在插入 σ 使得 $\tau\sigma\subseteq\tau\sigma_1\cap\tau\sigma_2$ 且 $\models\sigma_1\rightarrow\sigma$ 及 $\models\sigma\rightarrow\sigma_2$.

证明 假设结论不成立,即设 $\sigma_1\rightarrow\sigma_2$ 无插入,则我们可分两步来导出矛盾:

首先,设 $S=\tau\sigma_1\cap\tau\sigma_2$ 和 $\Gamma=\{\rho\mid\tau\rho\subseteq S$ 且 $\models\sigma_1\rightarrow\rho\}$,并且证明 $\Gamma\cup\{\neg\sigma_2\}$ 存在模型.事实上,若设 $\Gamma\cup\{\neg\sigma_2\}$ 无模型,则由紧性定理知,必有 Γ 的有穷子集 $\Gamma'=\{\rho_0,\cdots,\rho_{n-1}\}$ 无模型,故 $\models\rho_0\wedge\cdots\wedge\rho_{n-1}\rightarrow\sigma_2$.但是,由 Γ 的定义可知 $\models\sigma_1\rightarrow\rho_0\wedge\cdots\wedge\rho_{n-1}$,于是,$\sigma_1\rightarrow\sigma_2$ 便有了插入句 $\rho_0\wedge\cdots\wedge\rho_{n-1}$,而这便与假设矛盾.

其次,设 Γ'' 为 $\Gamma\cup\{\neg\sigma_2\}$ 的简单完全扩张且 $\Sigma=\{r\mid r\in\Gamma''$ 且 $\tau r\subseteq S\}$ 以及 $\Sigma_1=\Sigma\cup\{\neg\sigma_2\}$ 和 $\Sigma_2=\Sigma\cup\{\sigma_1\}$,我们将证明 Σ_1 和 Σ_2 满足一致性引理的假设条件,从而也导出矛盾:

因为 $\Sigma\cup\{\neg\sigma_2\}\subseteq\Gamma''$ 且 Γ'' 有模型,故 Σ_1 有模型.我们肯定 Σ_2 也有模型.反设它没有模型,则由紧性定理便存在 Σ 的有穷子集 Σ' 无模型,设 $\Sigma'=\{r_0,\cdots,r_{n-1}\}$,则 $\models\sigma_1\rightarrow\neg(r_0\wedge\cdots\wedge r_{n-1})$.由 Γ 的定义知,$\neg(r_0\wedge\cdots\wedge r_{n-1})\in\Gamma$,故 $\neg(r_0\wedge\cdots\wedge r_{n-1})\in\Sigma$.因此,$\{r_0,\cdots,r_{n-1},\neg(r_0\wedge\cdots\wedge r_{n-1})\}\subseteq\Sigma$,这与 Σ 有模型相矛盾,故 Σ_2 有模型.容易证明 $\Sigma=\{\sigma\mid\models\Sigma_1\rightarrow\sigma$ 且 $\models\Sigma_2\rightarrow\sigma$ 且 $\tau\sigma\subseteq\tau\Sigma_1\cap\tau\Sigma_2\}$.事实上,若设等式右端有 $\sigma\notin\Sigma$,则 $\sigma=\sigma_1$ 或 σ_2.但是,由 $\models\Sigma_1\rightarrow\sigma_1$ 或 $\models\Sigma_2\rightarrow\neg\sigma_2$,便导出 $\{\sigma_2,\neg\sigma_2\}$ 有模型,这便与定理的假设条件"$\models\sigma_1\rightarrow\sigma_2$"相矛盾.其次,由 Γ'' 为简单完全即得 Σ 为简单完全.因此,$\Sigma\neq\varphi$,故 $\tau\Sigma_1\cap\tau\Sigma_2\neq\varphi$,故若设 $\mathfrak{A}\in\mathrm{mod}\Sigma_1$,$\mathfrak{B}\in\mathrm{mod}\Sigma_2$,则 $S=\tau\mathfrak{A}\cap\tau\mathfrak{B}\neq\varphi$,今证 $\mathfrak{A}\restriction S\equiv\mathfrak{B}\restriction S$.设否,则必有 S 型的句子 σ 使得 $\mathfrak{A}$ 和 $\mathfrak{B}$ 不能同时满足它.不妨设 $\mathfrak{A}\models\sigma$ 和 $\mathfrak{B}\models\neg$

σ.由于 Σ 简单完全,故可设 $\sigma\in\Sigma$($\neg\sigma\in\Sigma$ 的论证类似,今不赘述),于是,$\models\Sigma_2\to\sigma$.但是,$\mathfrak{B}\in\mathrm{mod}\Sigma_2$,故 $\mathfrak{B}\models\sigma$,矛盾,故 $\mathrm{mod}(\Sigma_1\cup\Sigma_2)\neq\varphi$,也即 $\mathrm{mod})\Sigma\cup\{\sigma_1,\neg\sigma_2\})\neq\varphi$,故$\{\sigma_1,\neg\sigma_2\}$便有模型,而这又与“$\models\sigma_1\to\sigma_2$”相矛盾,因此,$\sigma_1\to\sigma_2$ 必有插入句 σ.

插入定理在计算复杂性方面也有许多重要的应用.例如,可以证明以下三命题的析取式为真(即$(A)\vee(B)\vee(C)$为真):

(A)$P=NP$,

(B)NP 不在补运算下封闭,即 $NP\neq CO-NP$, (* *)

(C)对每个函数 $\varphi:\Sigma^*\times\Sigma^*\to\Sigma^*$,如果 φ 是多项式时间的可计算函数,则存在重言式 $B\to C$,其中,$B,C\in\Sigma^*$ 且 $\mathrm{var}(B)\cap\mathrm{var}(C)\neq\varphi$,使得 $\varphi(B,C)$不是 $B\to C$ 的插入.其中,$\mathrm{var}(B)$表示 B 中的变元.

为了证明上述结论,我们需要以下引理:

引理 6.3 对任意的非空集合 $S\subseteq\{0,1\}^*$,以下(a)和(b)是等价的:

(a)$S\in NP$,

(b)存在多项式时间可计算函数 $f:\{1\}^*\to\Sigma^*$,使得,若令 $f_n=f(1^n)$,则对每个 $n\geqslant1$ 有:$|\mathrm{var}(f_n)|\geqslant n$ 且 $S\cap\{0,1\}^n=\mathrm{mod}f_n\upharpoonright$(首 n 个二进位).

证明 (b)$\Rightarrow$(a):一个多项式时间接受 S 的不确定图灵机可表为以下算法:

输入 X 且 $|X|=n$;
计算 f_n;
设 $r=|\mathrm{var}(f_n)|$;
猜一个 $y\in\{0,1\}^r$;
检查 $y\models f_n$ 且 $x_1=y_1,\cdots,x_n=y_n$.

(a)$\Rightarrow$(b):我们将通过适当修改著名的证明 SAT 为 NP 完全问题的 Cook 定理的证明中构造的庞大的合取范式来得到所要的函数 f.设 M 为不确定的多项式时间的图灵机,它在多项式时间

$p(|x|)$内不确定地接受 S.设$\{0,\cdots,h\}$为 M 的状态的集合,又设 $A=\{a_1,\cdots,a_k\}$为 M 的字母表且 $a_1=1$, $a_2=0$, $a_k=$“空白”.固定 $n\geqslant 1$ 且设 $m=p(n)$. f_n 的变元对每个 $t,i,j,q(0\leqslant t\leqslant m,0\leqslant i\leqslant 2m,1\leqslant j\leqslant k,0\leqslant r\leqslant h)$为:

SYMB(t,i,j),HEAD(t,i)和 STATES(t,g)……(1)

SYMB(t,i,j)是说 M 在时间 t, a_j 印在带方格 i 上.

HEAD(t,i)表示 M 在时间 t,带头指向方格 i.

STATES(t,g)表示 M 在时间 t 处于状态 q.

考虑以下句子的合取,它统一地描述了长度为 n 的输入上图灵机 M 的行为:

(A)在每个时刻 t,每个带方格 i 都精确地印有一个带符号,M 精确地扫描带上的一个方格且 M 有一个确切的状态.

(B)在每个时刻 t,如果 M 不在方格 i 上,则从这一时刻到下一时刻,M 不会更改该方格上的符号.

(C)在某个时刻 t',M 停止运行.

(D)计算从输入的最左符号及状态 0 开始,带的输入以外的部分皆为空白.

(E)每条带的方格 m 到 $m+n-1$ 上或者为“1”或者为“0”.

(F)带上符号的更改,读头的移动和状态的转换都服从 M 的 δ 函数(即服从转换函数 δ).

这里假定输入印在格子 m 到 $m+n-1$ 上.从 Cook 定理的证明中,易知,$f_n=(A)\wedge(B)\wedge(C)\wedge(D)\wedge(E)\wedge(F)$为布尔公式.现设 $S=|\mathrm{var}(f_n)|-1$.不失一般性可假定 f_n 的首 n 个变元为给定次序中的 SYMB$(0,m,1)$,…,SYMB$(0,m+n-1,1)$.又假定对 f_n 的每个变元 Z_r 指派一个真假值 $X_r\in\{0,1\}$, $r=0,\cdots,S$,使得

$$\langle X_0,\cdots,X_s\rangle\vDash f_n, \tag{2}$$

于是,由(1)即得下形语句的集合 Δ:

对每个 $0\leqslant t\leqslant m$ 和每个 $0\leqslant i\leqslant 2m$,“在时刻 t,带方格 i 上印有某某带符号,M 的读头指向某某位置,M 处于某某状态”.现在,

f_n 的定义结合(2)便精确地描述了 M 对印在带方格 m 到 $m+n-1$ 上的某某输入 $y\in\{0,1\}^n$ 的接受计算. 为了找到原来出现在带方格 $m+j$ 上的符号 $y_j(j=0,1,\cdots,n-1)$, 易见, 若 $X_j=1$, 则 SYMB$(0,M+j,1)$便为"真", 且由(1)即得 $y_j=1$. 另一方面, 若 $X_j=0$, 则 SYMB$(0,m+j,1)$便为假且由(E)即得 SYMB$(0,m+j,2)$为"真", 又由(1)即得 $y_j=0$, 这是因为 $a_2=0$. 确切地说, 对每个 $j=0,1,\cdots,n-1$, $y_j=X_j$ 使得 $X_0,\cdots,X_{n-1}$被 M 所接受. 所以, $X_0,\cdots,X_{n-1},X_n,X_s\models f_n$ 便推出 $X_0,\cdots,X_{n-1}\in S\cap\{0,1\}^n$. 换句话说, 我们可用符号表示上述说法为:

$$\mathrm{mod} f_n \restriction (\text{首 } n \text{ 个二进位}) \subseteq S\cap\{0,1\}^n. \tag{3}$$

反之, 如果 $X_0,\cdots,X_{n-1}\in S$, 则存在一个在输入 $X_0,\cdots,X_{n-1}$ 上的至多时间为 m 的灵机M 的接受计算 ∇, 并且我们能够确保输入是印在带方块 m 到 $m+n-1$ 上的, 整个带利用了 $2m+1$ 个方块, 即 $0,1,\cdots,2m$. 利用(1)可毫不含糊地对 f_n 的全体变元指派以真假值 $X_0,X_1,\cdots,X_{n-1},X_n,\cdots,X_s$, 而且刚好编码了含于 ∇ 中的那部分信息, 因为, 根据 f_n 的定义(参看以下的(4)), 后者即为我们所具有的合法计算:

$$X_0,X_1,\cdots,X_s\models f_n, \tag{4}$$

所以, 由 $X_0,X_1,\cdots,X_{n-1}\in S$ 便推出存在 $y_0,y_1,\cdots,y_s\models f_n$ 使得 $y_0=x_0,y_1=x_1,\cdots,y_{n-1}=x_{n-1}$也即,

$$S\cap\{0,1\}^n\subseteq \mathrm{mod} f_n \restriction (\text{首 } n \text{ 个} = \text{进位}). \tag{5}$$

现在, (3)和(5)合起来便产生了关于 f 的最初的描述的需求. 为了完成(a)$\Rightarrow$(b)的证明, 必须证明上述描述的映射 $1^n\vdash f_n$ 是确定的多项式时间可计算的. 由 Cook 定理的证明易知这对(A)∧(B)∧(C)∧(F)是成立的. 同样的论证对目前的情况也是成立的, 因此, 便完成了(a)$\Rightarrow$(b)的证明, 从而也完成了本引理的证明.

引理 6.4 如果假设(* *)中的(B)和(C)为假(也即假设下面的定理 6.5 中的(B)和(C)均为假), 则存在多项式时间的可计

算函数 $I:\{1\}^*\to\Sigma^*$,使得,若令 $I_n=I(1^n)$,则便对每个 $n\geqslant 1$ 有

$$\mathrm{mod}I_n=\{x\in\{0,1\}^n \mid \Gamma^{-1}(X)\text{可满足}\},$$

其中,Γ 为将命题逻辑字母表 $\Sigma=\{\wedge,\vee,\neg,(,),X,0,1\}$ 上的字编码为 $\{0,1\}$ 上的二进串的一种一一对应的转换函数,即

$$\Gamma:\Sigma^*\to\{0,1\}^*$$

证明 因为可满足的布尔公式的集合 SAT$\in$NP.故如下给出的 $S\in$NP:

$$S=\{x\in\{0,1\}^* \mid \Gamma^{-1}(X)\text{可满足}\}.$$

这可由 Γ 的定义立即得出.因为(B)为假,故集合 $\bar{S}=\{0,1\}^*\setminus S$(集合减)也在 NP 中.不失一般性,存在多项式 p 和不确定图灵机 T 和 T' 使得 T 和 T' 在多项式时间 p 内分别接受集合 S 和 $\bar{S}$.由引理6.3 的(a)$\Rightarrow$(b)知存在函数 H 和 $H':\{1\}^*\to\Sigma^*$,它们皆为多项式时间的可计算函数,使得 $H_n=H(1^n)$和 $H_n'=H'(1^n)$,并且对每个 $n\geqslant 1$ 均有

$$S\cap\{0,1\}^n=\mathrm{mod}H_n\upharpoonright(\text{首 } n \text{ 个二进位})$$

$$\bar{S}\cap\{0,1\}^n=\mathrm{mod}H_n'\upharpoonright(\text{首 } n \text{ 个二进位}) \tag{7}$$

因为,T 和 T' 都在 p 界限的时间内运行,故由引理 6.3 的证明即得:

$$\mathrm{var}(H_n)\cap\mathrm{var}(H_n')=\{\mathrm{SYMB}(0,m,1),\cdots,\mathrm{SYMB}(0,m+n-1,1)\}. \tag{8}$$

我们刚才对 H_n 和 H_n' 的首 n 个变元使用了相同的符号,必要时,可重新命名 H_n 的其它变元而使(8)得到满足,现在考虑布尔公式 $H_n\wedge H_n'$.如果这个合取式得到满足,那么由(7),便有 $X_0,X_1,\cdots,X_{n-1}\in S\cap\bar{S}$,但这是不可能的(读者试述其理由).因此,我们得到以下结论:

$$\text{对每个 } n\geqslant 1, H_n\to\neg H_n'\text{是重言式}, \tag{9}$$

因为假定(C)为假,故存在多项式时间的可计算函数 φ 且有(C)中描述的那种插入,故可设 $I_n=\varphi(H_n,\neg H_n')$.于是,$I_n$ 有以下性

质:

$$H_n \to I_n \text{ 和 } I_n \to \neg H_n' \text{ 皆为重言式} \tag{10}$$

$$\mathrm{var}(I_n) = \{\mathrm{SYMB}(0, m, 1), \cdots, \mathrm{SYMB}(O, m+n-1, 1)\}. \tag{11}$$

$$\text{映射 } 1^n \vdash I_n \text{ 是多项式时间可计算函数} \tag{12}$$

对于(12)可补充解释如下:因为 $H_n = H(1^n)$和 $H_n' = H'(1^n)$皆为多项式时间的可计算函数,而 $\varphi(H_n, \neg H_n')$也为多项式时间的可计算函数,故其复合函数 $1^n \vdash I_n$ 也为多项式时间的可计算函数.也就是说(12)是在事实"映射 $n \to H_n$ 和 $n \to H_n'$ 都是多项式时间的可计算函数"之下的一个推论.由(10)的第一个重言式及(8)和(11),我们即得

$$\mathrm{mod} H_n \restriction (\text{首 } n \text{ 个二进位}) \subseteq \mathrm{mod} I_n.$$

因此,由(7)我们得到:

$$S \cap \{0,1\}^n \subseteq \mathrm{mod} I_n \tag{14}$$

类似地,由(10)的第二个重言式及(8),(11)和(7)即得:

$$\bar{S} \cap \{0,1\}^n \subseteq \mathrm{mod}(\neg I_n) \tag{15}$$

现在,由(14),(15)和(6)即得:

$$\mathrm{mod} I_n = S \cap \{0,1\}^n = \{x \in \{0,1\}^n \mid \Gamma^{-1}(X) \text{可满足}\} \tag{16}$$

而这便完成了引理的证明.

定理 6.5 至少以下三者之一为真(即(A)∨(B)∨(C)为真):

(A) $P = NP$,

(B) NP 不在补运再下封闭,

(C)对每个函数 $\varphi: \Sigma^* \times \Sigma^* \to \Sigma^*$,如果 φ 为多项式时间的可计算函数,则存在重言式 $B \to C$,使得 $\varphi(B, C)$不为它的插入.其中,$B, C \in \Sigma^*$ 且 B 和 C 中的变元的集合之交集非空.

证明 如果(B)和(C)不成立,则必有 $P = NP$.为此,设 I: $\{1\}^* \to \Sigma^*$ 为引理 6.4 中所给定的,又设 M 为在多项式 q 时间内对输入长度为 n 的计算每个 I_n 的确定的图灵机.于是,以下算法

便证明了 SAT$\in P$,从而,$P=\mathrm{NP}$:

输入 x,

计算 $\Gamma(x)$,

写下 $n=|\Gamma(X)|=3|X|$,

模拟 M 以写下 I_n,

检查是否 $\Gamma(X)\vdash I_n$,如果,则接受,否则便拒绝

我们说明,上述算法中最末一步的检查是可以在确定的多项式时间内完成的.这是因为,由 M 的性质便保证了 $|I_n|$ 被 $q(n)$ 所界,并且 $\Gamma(X)$ 为 n 个二进位的序列.所以,上述算法是一个确定的多项式时间的算法,它证明了 SAT$\in P$,从而,$P=NP$,即得所证.

推论 至少以下三个语句之一为真:

(a)重言式的集合 TAUT$\in P$,

(b)TAUT$\in NP$,

(c)同上述定理之(c)

证明.由于,TAUT$\in P\Leftrightarrow P=NP$,且 TAUT$\in NP\Leftrightarrow NP=CO-NP$.(这两个"$\Leftrightarrow$"均为计算复杂性中早期的结果,故不赘述了).故由上述定理得证.

本章重点讨论了模型论的基本概念和基本结果以及它们在计算机科学方面的一些鲜为人知的重要应用.

(作者:吕义忠)

参考文献

[1] D.W.Barnes and J.M,Mack,An Algebratic Introduction to Mathematical Logic, Springer-Verlag,1975

[2] J.Barwise (edi.),Handbook of Mathematical Logic,Part A:Model Theory,North-Holland Pub.,Comp.,1997

[3] D.W.Barnes and J.M.Mack,An Algebraic Introduction to Matematical Logic,

Springer-Verlag, 1975

[4] J.L, Bell and M. Machover, A Course in Mathematical Logic, North-Holland , 1977

[5] D.V. Dalen, Logic and Structure, Springer-Verlag, 1983

[6] H.D, Ebbinghaus, J. Flum and W. Thomas, Mathematical Logic, Springer-Verlag, 1984

[7] H.B. Enderton, Mathematical Logic-an introduction to model theory, Plnum Press, 1978

[8] A. Dodd, The Core Model , Cambridge Univ. Press, 1982

[9] J.d. Monk, Mathematical Logic, Springer-Verlag, 1976

[10] M.D. Morley(edi.), Studies in Model Theory, The Mathematical Association of America, 1973

四　非标准逻辑方法

（一）模态逻辑

引　言

模态逻辑，是关于必然和可能的逻辑，是研究包含模态词"必然"、"可能"的模态命题及其推理的科学. 在模态逻辑中，不仅研究一般的肯定和否定命题、而且还研究诸如"这是必然真的"、"这是必然假的"、"客体 a 必然具有性质 P"的强肯定或否定命题，和诸如"这是可能假的"、"这是可能真的"、"客体 a 可能具有性质 P"的弱肯定或否定命题.

模态逻辑有着悠久的历史. 早在2000多年前的古希腊时期，亚里士多德就系统而又全面地研究了模态问题. 在他的逻辑巨著《工具论》中，有关模态命题的性质和模态三段论的讨论，甚至比对实然逻辑的讨论还要多. 而且近代逻辑学家们发现，亚里士多德的许多成果是很有价值的. 然而从亚里士多德的弟子起到近代逻辑学的复兴这2000多年的时间里，亚里士多德的有关模态的思想未为人们所理解，有关模态逻辑的研究被人们忽略. 直到本世纪初数理逻辑的观点和方法得到飞速的发展以后，美国逻辑学家刘易斯(C·I·Lewis)对模态逻辑进行了系统的形式化研究，奠定了现代模态逻辑学的基础，使模态逻辑的研究进入一个崭新的历史阶段，导致模态逻辑的复兴.

刘易斯的模态逻辑思想集中反映在两本书里:《符号逻辑综述》和《符号逻辑》[1].这两本书主要涉及了:

1° 建立古典模态系统;

2° 建立"严格蕴涵"理论;

3° 发现不同模态系统间的差别.

应当指出,刘易斯对模态逻辑的研究是从对蕴涵的讨论开始的.他提出"严格蕴涵"的概念,旨在反对他认为是错误的蕴涵解释——罗素和怀特海在《数学原理》中的实质蕴涵定义,并排除由之所导致的"蕴涵怪论":

(1) $p \to (q \to p)$.

(2) $\neg p \to (p \to q)$.

(3) $(p \to q) \vee (q \to p)$.

等.并在此基础上,建立了五个模态命题演算系统,为模态逻辑的现代化发展指明了方向.

继刘易斯之后,模态逻辑得到广泛的研究并取得了大量的成果:许多有价值的模态系统被定义出来,不同系统间的关系得到广泛研究,谓词演算得到发展,模态语义也得到了研究.

1 真值和可能世界

模态逻辑系统对模态词"必然"和"可能"的叙述,是从语义上加以确定的.而对必然和可能的描述要追溯到哲学家和逻辑学家莱布尼兹.他提出了可能世界与现实世界的理论:一个事物情况 A 是可能的,当且仅当 A 不包含逻辑矛盾.一个由事物情况 $A_1, A_2, A_3, \cdots$ 形成的组合是可能的,当且仅当 $A_1, A_2, A_3, \cdots$,推不出逻辑矛盾.由无穷多的具有各种性质的事物所形成的可能的事物组合,

---

① C · I · Lewis:Survey of Symblic Logic,1918,
C · I · Lewis & C · H · Langford:Symblic Logic,1932

就是一个可能世界.世界是可能的事物组合,现实世界就是由所有存在的可能事物所形成的组合.由于所有的可能世界(包括现实世界)不容许逻辑矛盾,又由于必然 A 的否定是逻辑矛盾,于是①必然 A 当且仅当 A 在所有可能世界中都是真实的,②不可能 A,当且仅当 A 在所有的可能世界中都不是真实的,③可能 A,当且仅当 A 在有的可能世界中是真实的,④偶然 A,当且仅当 A 在现实世界中是真实的,但并非在所有可能世界中都是真实的.

莱布尼兹思想的逻辑语言表述就是:$\Box A$——必然 A——是真的,当且仅当 A 本身在每一个可能世界中都是真的;$\Diamond A$——可能 A——是真的,当且仅当 A 在某个可能世界中是真的;$\neg\Diamond A$——不可能 A——是真的,当且仅当 A 在每个可能世界中都是假的.

给出可能世界集的一个无穷序列:

$$P_0, P_1, P_2, \cdots$$

序列 $P_0, P_1, \cdots$ 通过规定原子语句 $\mathbb{P}_n$ 在可能世界中为真(或假)来解释这些原子语句:P_n 在一个可能世界 α 中是真的,当且仅当 α 在集合 $\mathbb{P}_n$ 中.

定义一个二元组模型:$\langle W, P\rangle$,其中 W 是可能世界集,P 是 W 中子集的无穷序列 $P_0, P_1, P_2, \cdots$ 的缩写.

按照模型中的一个可能世界,根据语句形式来陈述这些语句的真值条件.A 是一个语句,α 是模型 $\mathscr{M} = \langle W, P\rangle$ 中的一个可能世界,并且 $\models_\alpha^{\mathscr{M}} A$ 表示"A 在模型 $\mathscr{M}$ 的可能世界 α 中为真".则真值条件可以描述为:

(1) $\models_\alpha^{\mathscr{M}} \mathbb{P}_n$ 当且仅当 $\alpha \in P_n, n = 0, 1, 2, \cdots$

(2) $\models_\alpha^{\mathscr{M}} \mathbb{P}T$.

(3) 非 $\models_\alpha^{\mathscr{M}} F$.

(4) $\models_\alpha^{\mathscr{M}} \neg A$,当且仅当非 $\models_\alpha^{\mathscr{M}} A$.

(5) $\models_\alpha^{\mathscr{M}} A \wedge B$,当且仅当 $\models_\alpha^{\mathscr{M}} A$ 并且 $\models_\alpha^{\mathscr{M}} B$.

(6) $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A \vee B$,当且仅当,$\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$ 或者 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} B$,或者 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$ 和 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} B$.

(7) $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A \rightarrow B$,当且仅当,若 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$,则 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} B$.

(8) $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A \leftrightarrow B$,当且仅当,$\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$ 当且仅当 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} B$.

(9) $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box A$,当且仅当对于模型中的每一个 β,$\vDash_{\beta}^{\mathscr{M}} A$.

(10) $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Diamond A$,当且仅当对于模型中的某个 β,有 $\vDash_{\beta}^{\mathscr{M}} A$.

有效性定义为:一个在每个模型的每一个可能世界中为真的命题称作是有效的.并且 $\vDash A$,表示"命题 A 是有效的".这样,有效性定义的形式化表述就是:

$\vDash A$,当且仅当对于每一个模型 $\mathscr{M}$ 和 $\mathscr{M}$ 中的每一个可能世界 α,$\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$.

这样我们便得到了有关模态逻辑一般的语义的解释.

2 模态命题演算系统

模态命题演算系统,按照刘易斯和朗福德(Langford,C.H.)在《符号逻辑》中的方法,是在二值平述(实然)命题演算 APC(Assertoric Propositional Calculus)基础上构造的.它包含 APC,并在 APC 基础上加进模态算子"必然"与"可能",定义新的"严格蕴涵","严格等值",对其进行扩充.

2.1 符号与术语

同在 APC 中一样,$p,q,r,\cdots$ 表示命题变量,$\sim$ 表示否定,$\wedge$ 表示合取,$\vee$ 表示析取,$\rightarrow$ 表示实质蕴涵,$\leftrightarrow$ 表示实质等值.

在模态命题演算中,$\Box$ 表示必然,$\Diamond$ 表示可能,$\Rightarrow$ 表示严格蕴涵,$\Leftrightarrow$ 表示严格等值.

括号、方括号.

由前面符号组成的合式表达式称为合式公式 *Wff*,简称为

公式.

大写字母 P,Q,R,S 等表示一个公式的句法所指，$\sim P, P\vee Q, P\wedge Q$ 表示一个公式的否定和两个公式析取、合取的句法所指.

系统中有效公式或假定在一条推导规则中，有效的一组公式前加以前缀 $\vdash$.

一个模态表达式定义为：

(1) 一个命题变量是一个模态表达式(一个模态命题)；

(2) 如果 p,q 是模态命题，则 $\sim p, p\wedge q$(或 $p\vee q$)，$\Diamond p$(或 $\Box p$) 也是模态命题；

(3) 由定义等值于一个模态命题的每个表达式是一个模态命题.

一个"模态"是一个符号 $\sim$、$\Diamond$(或 $\Box$) 的序列，或是根据定义可以由这种序列代换的任何序列.

模态的"度"(或"级")等于包含在仅由 $\sim$ 和 $\Diamond$(或 $\Box$) 形成的模态中 $\Diamond$(或 $\Box$) 的个数.

"固有模态"是模态度大于 0 的模态.

"肯定的模态"是指一个其中否定符号的次数为 0 或偶数的模态，"否定的模态"是指其中否定符的个数为奇数的模态.

2.2 $S1°$ 系统

$S1°$ 系统是 $S1$ 系统的固有子集，由费斯(R. Feys)1950 年给出.

公理：

A1 $\vdash (p\wedge q)\Rightarrow p$.

A2 $\vdash (p\wedge q)\Rightarrow (q\wedge p)$.

A3 $\vdash [(p\wedge q)\wedge r]\Rightarrow [p\wedge (q\wedge r)]$.

A4 $\vdash p\Rightarrow p\wedge p$.

A5 $\vdash [(p\Rightarrow q)\wedge (q\Rightarrow r)]\Rightarrow (p=r)$.

初始规则：

R1　形成规则：

（ⅰ）命题变量是公式.

（ⅱ）如果 p,q 是公式，则 $\sim p$，$\Diamond p$ 和 $p \wedge q$ 也是公式

R2　代入规则：

如果有效公式的每个命题变量都代之以命题或公式，则得到的结果仍然保持有效.

R3　合取规则：

如果 $\vdash P$ 并且 $\vdash Q$，则 $\vdash P \wedge Q$.

R4　严格蕴涵分离规则：

如果 $\vdash P$ 并且 $\vdash P \Rightarrow Q$，则 $\vdash Q$.

R5　严格等值替换规则：

如果 $\vdash P \Leftrightarrow Q$，并对一个有效的公式中的 P 代以 Q，所得到的公式仍然保持有效.

定义：

D_f1　$P \vee Q \overset{\text{def}}{=\!=} (\sim P \wedge \sim Q)$.

D_f2　$P \rightarrow Q \overset{\text{def}}{=\!=} (P \wedge \sim Q)$.

D_f3　$P \leftrightarrow Q \overset{\text{def}}{=\!=} (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$.

D_f4　$P \Rightarrow Q \overset{\text{def}}{=\!=} \sim \Diamond (P \wedge \sim Q)$.

D_f5　$P \Leftrightarrow Q \overset{\text{def}}{=\!=} (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$.

D_f6　$\Box P \overset{\text{def}}{=\!=} \sim \Diamond \sim P$.

2.3　$S1$ 系统

$S1$ 系统是在 $S1^\circ$ 系统公设基础上，加进公理

A6　$\vdash p \Rightarrow \Diamond p$.

首先，$S1$ 系统是一致的，这同样利用 m Ⅰ 得证明.

其次，A6独立于 $S1^\circ$ 系统公设. 证明可由构造下面的真值表给出：

m Ⅱ：值：1 2 3 4；特指值：1 2

p	$\sim p$	$\Diamond p$
1	4	2
2	3	2
3	2	2
4	1	4

$\wedge$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	2	4	4
3	3	4	3	4
4	4	4	4	4

并且由定义：

p	$\sim\Diamond p$	$\Box p$
1	3	1
2	3	3
3	3	3
4	1	3

$\vee$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	1	2
3	1	1	3	3
4	1	2	3	4

$\Rightarrow$	1	2	3	4
1	1	3	3	3
2	1	1	3	3
3	1	3	1	3
4	1	1	1	1

$\Leftrightarrow$	1	2	3	4
1	1	3	3	3
2	3	1	3	3
3	3	3	1	3
4	3	3	3	1

所有 $S1^{\circ}$ 公理都具有特指值，并且由规则的使用特指值得到保持．但是 A6 对 $p=1$ 或 $p=3$，取值 3，而非特指值．

第三，$S1$（以及后面的 $S2, S3, S4, S5$）系统没有有限特征真值表．

2.4　$S2^{\circ}$ 和 $S2$ 系统

将公理

A7　$\vdash\quad \Diamond(p \wedge q) \Rightarrow \Diamond P$.

加到 $S1^{\circ}$ 系统和 $S1$ 系统，就分别得到 $S2^{\circ}$ 和 $S2$ 系统．$S2^{\circ}$ 系统由索伯辛斯基（B. Sobocinski）1962 年给出．

$S2^{\circ}$ 和 $S2$ 系统是一致的.构造真值表

mⅢ.值:12345678;特指值:1,2.

P	$\sim P$	$\Diamond P$
1	8	1
2	7	1
3	6	1
4	5	1
5	4	1
6	3	1
7	2	3
8	1	7

$\wedge$	1 2 3 4 5 6 7 8
1	1 2 3 4 5 6 7 8
2	2 2 4 4 6 6 8 8
3	3 4 3 4 7 8 7 8
4	4 4 4 4 8 8 8 8
5	5 6 7 8 5 6 7 8
6	6 6 8 8 6 6 8 8
7	7 8 7 8 7 8 7 8
8	8 8 8 8 8 8 8 8

根据定义,有:

P	$\sim\Diamond P$	$\Box P$
1	8	2
2	8	6
3	8	8
4	8	8
5	8	8
6	8	8
7	6	8
8	2	8

$\Rightarrow$	1 2 3 4 5 6 7 8
1	2 6 8 8 8 8 8 8
2	2 2 8 8 8 8 8 8
3	2 6 2 6 8 8 8 8
4	2 2 2 2 8 8 8 8
5	2 6 8 8 2 6 8 8
6	2 2 8 8 2 2 8 8
7	2 6 2 6 2 6 2 6
8	2 2 2 2 2 2 2 2

$\Leftrightarrow$	1 2 3 4 5 6 7 8
1	2 6 8 8 8 8 8 8
2	6 2 8 8 8 8 8 8
3	8 8 2 6 8 8 8 8
4	8 8 6 2 8 8 8 8
5	8 8 8 8 2 6 8 8
6	8 8 8 8 6 2 8 8
7	8 8 8 8 8 8 2 6
8	8 8 8 8 8 8 6 2

按照 mⅢ,一个可证公式 P 具有特指值 1 或 2, $\sim P$ 就具有非特指值 8 或 7.

公理 A7 独立于 $S1^{\circ}$ 和 $S1$ 的公理.由 mⅠ,A1 ~ A6 对其变量的所有指派都取特指值.并且如果公式具有特指值,则由其推导出的所有公式按照初始规则也具有特指值.但 A7 对 $p = 2$ 和 $q = 4$ 却取值 4.

2.5　S3 系统

在 $S1$ 系统公设基上加进:

A8: $\vdash (p \Rightarrow q) \Rightarrow (\Diamond p \Rightarrow \Diamond q)$.

就得到 $S3$ 系统. 可以看出 A8 的模态度为 3,而前面介绍的公理的模态度仅为 1 或 2.

利用 mⅢ 可以证明 A8 独立于 $S2$ 系统的公设. 当 $p = 7$ 和 $q = 8$ 时, A8 取值 8, 这说明 A8 在 $S2$ 中是不可证的.

$S3$ 系统是一致的. 利用 mⅠ 的结果, 但其中的 $\Diamond P$ 分别改为:

$m\text{I}^*$:

1)

p	$\Diamond p$
1	1
2	1
3	1
4	3

2)

p	$\Diamond p$
1	1
2	2
3	1
4	4

3)

p	$\Diamond p$
1	1
2	1
3	1
4	4

一致性便得到证明.

另外由 A8 可以推出 A7, 因此 $S3$ 包含 $S2$.

2.6　S4 系统

$S4$ 系统是在 $S1$ 系统公设基础上加进

A9: $\vdash \quad \Diamond\Diamond p \Rightarrow \Diamond p$.

显然, 取 A9 的对偶, 有

A9′: $\vdash \quad \Box p \Rightarrow \Box\Box p$.

由 A9 或 A9′ 就可以得到严格等值:

152　　$\vdash \quad \Diamond\Diamond p \Leftrightarrow \Diamond p$.

153　　$\vdash \quad \Box p \Leftrightarrow \Box\Box p$.

A9 独立于 $S1$ 系统公设. 对满足 $S1$ 的 mⅠ, 当 $p = 4$ 时, 它取值 3.

$S4$ 系统公设是一致的, 因为 $m\text{I}^*$3) 得到满足.

$S4$系统包含$S2$和$S3$系统. A7和A8作为定理在$S4$中可证,而$S2$和$S3$系统是$S1$系统分别加上A7和A8而得到的.证明过程如下:

154 $\vdash \Box(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$.

(1) $\vdash \Box\Box(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \Box(p \rightarrow q)$.

(2) Th154 153代换由定义替换

A7 $\vdash \Diamond(p \wedge q) \Rightarrow \Diamond p$

(1) $\vdash [(p \wedge q \Rightarrow p] \Leftrightarrow \Box[(p \wedge q) \Rightarrow p]$ 154代换

(2) $\vdash \{[(p \wedge q) \Rightarrow p] \wedge \Diamond(p \wedge q)\} \Rightarrow \Diamond p$ 047代换

(3) $\vdash [(p \wedge q) \Rightarrow p]$ 由(1)从008

(4) Th$A7$ (3)(2)由049

A8 $\vdash (p \Rightarrow q) \Rightarrow (\Diamond p \Rightarrow \Diamond q)$

(1) $\vdash \Box(p \Rightarrow q) \Rightarrow \Box(\Diamond p \rightarrow \Diamond q)$ 由规则046从048替换

(2) $\vdash$ Th$A8$ 由154和031替换.

2.6.1 $S4$中模态的归纳

$S4$中仅有14个不可约模态,12个固有模态和2个非固有模态.

2.6.1.1 S4归纳定理

140 $\vdash \Box p \Rightarrow \Box\Diamond\Box\Diamond\Box p$

155 $\vdash \Diamond\Box\Diamond p \Rightarrow \Diamond p$

142 $\vdash (\Box\Diamond)^2 p \Leftrightarrow \Box\Diamond p$

143 $\vdash (\Diamond\Box)^2 p \Leftrightarrow \Diamond\Box p$

2.6.1.2 $S4$中简化模态类型

$S4$中简化模态是指,形式为M_p或$M \sim p$的模态,其中:

1)M不包含任何否定符;

2)M不包含直接相连的两个$\Diamond$符或两个$\Box$符.

按照模态的否定和152,153,所有的$S4$模态都可归约为简化模态.

类似于 S3,S4 中简化模态也分为四种类型.经过归约,四种类型的模态为:

A 类型:$\Box p$,$\Box\Diamond p$,$\Box\Diamond\Box p$.

B 类型:$\Diamond p$,$\Diamond\Box p$,$\Diamond\Box\Diamond p$.

C 类型:$\Box\sim p$,$\Box\Diamond\sim p$,$\Box\Diamond\Box\sim p$.

D 类型:$\Diamond\sim p$,$\Diamond\Box\sim p$,$\Diamond\Box\Diamond\sim p$.

于是 S4 中有 12 个不可约固有模态,加上 2 个非固有模态,便得到 14 个不可约模态.

2.6.1.3 模态间的蕴涵

156 $\vdash\Box p\Rightarrow\Box\Diamond\Box p\Rightarrow\begin{cases}\Diamond\Box p\Rightarrow\Diamond\Box\Diamond p\Rightarrow\Diamond p;\\ \Box\Diamond p.\end{cases}$

2.6.2 S4 中有效定理和规则

157 $\vdash\Box q\Rightarrow(p\Rightarrow\Box q)$.

158 $\vdash[(\Box p\wedge\Box q)\Rightarrow\Box r]\Leftrightarrow[\Box p\Rightarrow(\Box q\Rightarrow\Box r)]$.

$\vdash[\Box p\Rightarrow(\Box q\Rightarrow\Box r)]\Leftrightarrow[\Box q\Rightarrow(\Box p\Rightarrow\Box r)]$.

159 $\vdash\Box(p\vee\sim p)\Leftrightarrow(p\vee\sim p)$.

160 $\vdash\Box(p\wedge\sim p)\Leftrightarrow(p\wedge\sim p)$.

161 如果 $\vdash P$,则 $\vdash\Box P$.

162 如果 $\vdash P\rightarrow Q$,则 $\vdash\Box P\rightarrow\Box Q$.

163 如果 $\vdash P\leftrightarrow Q$,则 $\vdash P\Leftrightarrow Q$.

164 实质等值替换规则.

2.6.3 S4 系统公设的替换集

2.6.3.1 下列公设集具有 APC 的初始规则

公理:

①S4 系统公理(A1 ~ A6 和 A9).

②$\vdash(p\Rightarrow q)\rightarrow(p\rightarrow q)$.

③$\vdash p\rightarrow[q\rightarrow(p\wedge q)]$.

④ $\vdash (p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$.

⑤ $\vdash [(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s)]$.

⑥ $\vdash (p \Rightarrow q) \Rightarrow (\Diamond p \Rightarrow \Diamond q)$.

规则:

① 代换规则 R2.

② 实质蕴涵分离规则.

定义:

定义同 $S4$,即 $S1°$ 定义.

由 2.6.3.1 定义的公设集等价于 $S4$ 的系统的公设.

2.6.3.2 另一组公设集

公理:

①APC 的公理(罗素 - 贝尔纳公理系统)

② $\vdash \Box p \to p$.

③ $\vdash \Box (p \to q) \to (\Box p \to \Box q)$.

④ $\vdash \Box p \to \Box\Box p$.

规则:

a 替换规则 R2.

b 实质蕴涵分离规则.

c 如果 $\vdash p$,则 $\vdash \Box p$.

定义:

①APC 定义.

② $\Diamond P \overset{\text{def}}{=\!=} \sim \Box \sim P$.

③ $P \Rightarrow Q \overset{\text{def}}{=\!=} \Box (P \to Q)$.

④ $P \Leftrightarrow Q \overset{\text{def}}{=\!=} \Box (P \leftrightarrow Q)$.

2.6.3.2 公设集等价于 2.6.3.1 公设集,亦等价于 $S4$ 系统公设集.

2.6.3.3 $S3$ 系统公设加上必然规则 161,形成 $S4$ 的系统公设集.

2.6.3.4 2.5 中西蒙提出的 $S3$ 系统公设集加上公理 A9,就得

到一个等价于 $S4$ 系统公设集的公设集.

2.6.4 $S4$ 系统的等价集统

Ⅰ 莱蒙(Lemon)1957 年提出一个演绎等价于 $S4$ 的模态系统 $P4$:

①APC 的定理.

② 规则:

a.命题变量替换规则.

b.如果 $\vdash P$(在 $P4$ 中),则 $\vdash \Box P$.

③ 公理

$\vdash \Box p \rightarrow p$.

$\vdash \Box(p \rightarrow q) \rightarrow \Box(\Box p \rightarrow \Box q)$.

Ⅱ 米光直人证明,$S3$ 系统加上公理.

$\vdash \Box(p \Rightarrow p)$ 或公理.

$\vdash \Diamond(p \wedge \sim p) \Rightarrow (p \wedge \sim p)$.

可以得到一个演绎等价于 $S4$ 的模态系统.

Ⅲ 普赖尔(A.N.Prior)1963 年形成了一个演绎等价于 $S4$ 的模态系统.系统取符号 $\rightarrow$,$\Rightarrow$ 和 ○(假命题) 为唯一算符.

定义:

$\Box P \stackrel{\text{def}}{=} (P \Rightarrow P) \Rightarrow P$.

$\sim P \stackrel{\text{def}}{=} P \rightarrow \bigcirc$.

$\Diamond P \stackrel{\text{def}}{=} \sim \Box \sim P$.

公理:

$\vdash (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)))$.

$\vdash ((p \rightarrow q) \rightarrow p) \Rightarrow p$.

$\vdash (p \Rightarrow (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$.

$\vdash (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \rightarrow q)$.

$\vdash \bigcirc \Rightarrow p$.

规则:

a. 命题变量替换规则.

b. 任何命题中 $\rightarrow$ 对 $\Rightarrow$ 的替换规则.

c. 如果 $\vdash P$ 并且如果 $\vdash P \Rightarrow Q$,则 $\vdash Q$.

d. 如果 $\vdash P \rightarrow Q$,则 $\vdash P \Rightarrow Q$.

Ⅳ 石本荒太 1956 年构造出两个演绎等价于 $S4$ 的模态系统.

第一个系统公设是:

① 定义.

② I_1, I_5, I_6 加上 I_7: $\vdash p \parallel q \rightarrow p \mid q$,作为公理.

③ 规则:

a. 命题变量替换规则.

b. 形式如下的实质蕴涵分离规则:

如果 $\vdash P$ 并且如果 $\vdash P \mid Q/R$,则 $\vdash R$.

第二个系统具有同样的定义和规则,但公理如下:

$\vdash p \Rightarrow p$.

$\vdash (p \parallel q/r) \parallel (s \mid q \Rightarrow p \mid s)/(t \parallel u \Rightarrow t \mid u)$.

$\vdash (p \parallel q/r) \parallel (s \parallel q \Rightarrow p \parallel s)/(t \wedge u \parallel t \wedge u \Rightarrow t \wedge u)$.

$\vdash p \mathbin{//} q \mid (p/q \mid (r \parallel r \Rightarrow \Diamond r \parallel \Diamond r))$.

2.6.5 $S4^{\circ}$ 系统

索伯辛斯基(Sobenzensky)1962 年发现 $S4$ 的一个固有子系统 $S4^{\circ}$. $S4^{\circ}$ 构造如下:$S1^{\circ}$ 系统加上公理.

A9″. $\vdash \sim \Diamond(\Diamond\Diamond p \wedge \sim p)$ 式公理 A9.

$S4^{\circ}$ 系统加上公理 A6 就得到演绎等价于 $S4$ 系统的模态系统.

$S4^{\circ}$ 系统演绎等价于费斯的 T 系统和冯·莱特(Von. Wright, C. H.)的 M 系统.

$S4^{\circ}$ 系统加上公理 $\vdash p \Rightarrow \Box\Diamond p$ 给出 $S5$ 系统.

$S4^{\circ}$ 中公理 $\vdash \Box p \Rightarrow p$ 和 $\vdash p \Rightarrow \Diamond p$ 可以用一条公理 $\vdash \Box(p \Rightarrow \Diamond p)$ 替代.

2.6.6 S4 的判定过程

使用真值表判定 S4 的方法奠基在下列原则基础上：在 S4 系统中，有可能将一个模态命题归约为一个正规形式，一个模态度(级)为 0,1,… 的模态的真值函数. 而这个真值函数可以利用一个赋予真值函数的所有变元以真值的真值表来检验.

不同于 APC 中的情况，模态命题的组成部分间还存在着由模态逻辑系统固有公设所决定的某些关系，即这些组成部分间彼此不是相互独立的. 因此在真值表的构造过程中必须删除由模态逻辑固有公设所排除的真值行. 例如，对命题 $\Diamond p \rightarrow (p \wedge \Diamond p)$，给出 p 和 $\Diamond p$ 独立的值，真值表是：

$\Diamond p$	$\rightarrow$	$(p$	$\wedge$	$\Diamond p)$
1	1	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
0	1	0	0	0

按照 A6，$p \Rightarrow \Diamond p$，因此当 $\Diamond p$ 具有值 0 时，p 不可能具有值 1. 第三行必须删除. 而删除了第三行的表对所有的行都给出值 1.

判定方法如下：首先将命题归约为正规形式，其中：(1) 除 ~，$\wedge$，$\Diamond$ 以外无别的联接词；(2) 命题之中不存在形式为 $\sim\sim\alpha$，$\Diamond\sim(\alpha \wedge \beta)$ 的部分. 于是构成项为：(1) 变量；(2) 形式为 $\Diamond\alpha$ 的部分. 然后真值赋予每个构成项，按 APC 的通常方式构造真值表. 一个命题是有效的，当且仅当每一行都具有特指值 1.

现考虑由模态公设所排除的行的例外情况. 取等价于 S4 的 2.6.3.2 系统公设集，它的模态公设是公理 ②，③，④ 和规则 c.

公理 ② $\vdash \Box p \rightarrow p$，等价于 $\vdash p \rightarrow \Diamond p$. 因此第一个例外：不可能有一行，其中值 1 赋予 P 而值 0 赋予 $\Diamond P$. 特别地，在某行中，P 具有值 1，$\Diamond P$ 同样具有值 1.

第二个例外关于公理③和④. 对公理③,构成例外如下:如果 $\vdash P \rightarrow (Q_1 V \cdots VQ_m)$,则有 $\vdash \Diamond P \rightarrow (\Diamond Q_1 \vee \cdots V \Diamond Q_m)$. 因此不可能有一行,其中值 1 赋予 $\Diamond P$,而值 0 赋予所有的组成部分 $\Diamond Q_1, \cdots \Diamond Q_m$. 特别地,如果 Q_1 是具有值 1 的变量,则 $\Diamond Q_1$ 具有值 0.(根据 159).

根据公理④或 152:如果 $\vdash P \rightarrow \Diamond Q'$,则有 $\vdash \Diamond P \rightarrow \Diamond Q'$. 关于两条公理的例外类似地构造如下:如果 $\vdash P \rightarrow (Q_1 \vee \cdots \vee Q_m \vee \Diamond Q'_1 \vee \cdots \vee \Diamond Q'_m)$,则不可能有一行,其中 $\Diamond Q_1, \cdots, \Diamond Q_m, \Diamond Q'_1, \cdots, \Diamond Q'_m$ 都具有值 0,而 $\Diamond P$ 则具有值 1.

第三个例外是关于规则 c:如果 $\vdash P$,则 $\vdash \Box P$,并且如果 $\vdash \sim P$,则 $\vdash \sim \Diamond P$. 构造如下:不存在一行,其中 $\sim P$ 取得值 1,而 $\Diamond P$ 具有值 1.

另一种判定方法是:必须将命题归约为"绝对完全析取正规形式". 模态度为 1 的命题 P 的组成部分不是出现在 P 中的任何命题 $\Diamond Q$,而是命题 $\Diamond Q'$, Q' 是变量的析取和否定. 出现两个变量 p 和 q 的命题 P 中,模态度为 1 的组成部分是: $\Diamond(p \wedge q)$、$\Diamond(p \wedge \sim q)$、$(\sim p \wedge q)$、$\Diamond(\sim p \wedge \sim q)$. 命题被表述为组成部分的真值函数,并且赋予组成部分以真值. 但是根据规则 c 和 125,不可能出现的真值所在的行必须删除.

2.7 $S5$ 系统

$S5$ 系统是在 $S1$ 系统公设基础上,加进公理

A10 $\vdash \Diamond p \Rightarrow \Box \Diamond p$.

公理 A10 独立于 $S1$ 系统公设,由表 mI,当 $p = 3$ 时它具有值 4.

公理 A10 对 $S1$ 系统公设是一致的. 表 $m\text{I}^*3$) 满足 $S1$ 系统公设和 A10.

加上 A10,可以推出

165 $\vdash \Box \Diamond p \Leftrightarrow \Diamond P$.

166 $\vdash \Diamond\Box P \Leftrightarrow \Box P$.

在 S5 中，S4 的公理 A9 亦可以推出：

A9 $\vdash \Diamond\Diamond p \Rightarrow \Diamond p$.

(1) $\vdash \Box\Diamond p \Rightarrow \Diamond p$ 075 代入

(2) $\vdash \Diamond\Box\Diamond p \Rightarrow \Diamond p$ 166 替换

(3) $\vdash \Diamond\Diamond p \Rightarrow \Diamond p$ 165 替换

因此，S5 系统包含 S4 系统.

2.8 其他的模态系统

2.8.1 S0 系统

1948 年霍尔顿(Holton)构造出一个弱于 S1° 的模态系统 S0. S0 系统取 S1 的系统公设，但未定义 $\Rightarrow$，$\Rightarrow$ 作为初始算符. 在 S0 中，下列公式不可证：

$\vdash p \Rightarrow (p \vee q)$.

$\vdash (p \wedge \sim p) \Rightarrow q$.

$\vdash \{[(p \wedge q) \Rightarrow r] \wedge [(p \wedge \sim q) \Rightarrow r]\} \Rightarrow (p \Rightarrow r)$.

2.8.2 莱蒙 1957 年给出 S0.5 系统公设

Ⅰ. APC 定理.

Ⅱ. 规则：

如果 $\vdash P$ 是 APC 的重言式，则 $\vdash \Box P$.

Ⅲ. 公理：

$\vdash \Box p \rightarrow p$.

$\vdash \Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$.

2.8.3 基础系统 B

莫绍揆 1958 年提出一个弱于任何刘易斯系统的基础系统 B. B 系统仅取三个初始符：$\sim$、$\Rightarrow$ 和 $\Box$.

B 系统公设是：

Ⅰ 公理：

$\vdash p \Rightarrow \sim\sim p$.

$\vdash \sim\sim p \Rightarrow p$.

$\vdash \Box p \Rightarrow p$.

Ⅱ. 基础规则：

a. 命题变量代入规则.

b. 严格等值命题替换规则.

c. 如果 $\vdash P \Rightarrow Q$，则 $\vdash \sim Q \Rightarrow \sim P$.

d. 如果 $\vdash P \Rightarrow Q$，并且如果 $\vdash Q \Rightarrow R$，则 $\vdash P \Rightarrow R$.

e. 如果 $\vdash P \Rightarrow Q$，则 $\vdash \Box P \Rightarrow \Box Q$.

在 B 系统中有无穷个不可约模态.

B 系统加上两条公理：

$\vdash \sim \Box^{n+1} p \Rightarrow \sim \Box^{n} p$.

$\vdash \sim \Box^{n-1} \sim \Box \sim \Box p \Rightarrow \sim \Box p$.

则得到 B 系统的扩张 $B_n (n = 1,2,3,\cdots)$.

一般地，给出 n，B_n 系统具有不多于 $(4m+2)$ 个不可约模态，其中

$$m = (3n^2 - n + 1)\sum_{k=0}^{n-1}\binom{n}{k}\binom{n-1}{k} - \sum_{k=1}^{n-1}\sum_{h=k}^{n-1} h\binom{n}{k}\binom{h-1}{k-1}.$$

因此 B_1 系统具有 14 个不可约模态，B_2 系统具有不多于 126 个不可约模态.

2.8.4 模态系统集

波特（J.Porte）1955 年构造了一个模态系统集，奠基在 APC 基础上，由一个极弱的模态系统 S_a 开始.

S_a 系统公设：

① 定义：

$P \rightarrow Q \overset{\text{def}}{=} \sim (P \wedge \sim Q)$.

$P \Rightarrow Q \overset{\text{def}}{=} \Box(P \to Q)$,

$P \leftrightarrow Q \overset{\text{def}}{=} (P \to Q) \wedge (Q \to P)$,

$P \Leftrightarrow Q \overset{\text{def}}{=} (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$.

② 公理:

$\vdash [p \to (q \to r)] \Rightarrow [(p \to q) \to (p \to r)]$,

$\vdash p \Rightarrow (q \to p)$,

$\vdash (\sim p \to \sim q) \Rightarrow (q \to p)$,

$\vdash (p \to q) \Rightarrow [(r \wedge p) \to (r \wedge q)]$.

③ 规则:

RD:如果 $\vdash P$ 并且 $\vdash P \to Q$,则 $\vdash Q$;

RA:如果 $\vdash \Box P$,则 $\vdash P$;

Ra:如果 $\vdash P \Leftrightarrow Q$,则 $P\mathsf{E}Q$;

Rb:如果 $P\mathsf{E}Q$,则 $\vdash P \Leftrightarrow Q$;

(这里 E 是一个双向量谓词,在严格等值表达式间成立;E 形成系统的肯定命题,而不需肯定符 $\vdash$).

$R_{\nu}D$:如果 $\vdash \Box P$ 并且如果 $\vdash P \Rightarrow Q$,则 $\vdash \Box Q$.(规则 RD 的正规化).

S_a 系统加上规则:

$\mathrm{RC_f}$:如果 $\vdash P \Leftrightarrow Q$,则 $\vdash \Box P \leftrightarrow \Box Q$ 形成新系统 S_b.

S_a 系统加上规则:

RCF:如果 $\vdash P \Leftrightarrow Q$,则 $\vdash \Box P \Leftrightarrow \Box Q$ 构成新系统 S_c.

由 S_a, S_b, S_c 系统之一开始,以"强化"1)或"正规化"2)的方式修改某些系统公设,便可得到许多新的模态系统.

注 1)规则 R 的强化是指,由规则 R 统辖的推理关系代之以实质蕴涵 $\to$,从而得到公理 eR.如形式为"如 $\vdash P$,则 $\vdash Q$"的规则 R 强化为公理 eR: $\vdash P \to Q$.

半典范系统 S_x 的强化是系统 ${}_{\rho}S_x$:由强化 S_x 系统除 RD、$\mathrm{R_a}$ 和 $\mathrm{R_b}$ 以外的所有规则而得到.

2) 公理 X 的正规化是 νX:由形式为 $\vdash P$ 的公理加前缀 □ 而得到,即 $\vdash \Box P$.

规则 R 的正规化是 $_\nu R$:在规则 R 的各前后件上加以前缀 □.

半典范系统 S_x 的正规化是 $_\nu S_x$,它包括:所有 S_x 的系统公设;所有 S_x 公理的正规化;所有 S_x 规则的正规化(除 $_\nu D$ 外).

2.9 模态命题演算系统的具体解释

前面在第一章《真值与可能世界》中已给出了模态命题演算系统的一般语义解释,本章将较详细地讨论语义及有效性问题.

2.1.1 标准模型

一个标准模型是一个三元结构

$$\mathscr{M} = \langle W, R, P \rangle,$$

其中,W 是可能世界集,P 表示对原子语句的一个指派,新元素 R 是可能世界之间的关系.

定义 2.9.1 $\mathscr{M} = \langle W, R, P \rangle$ 是一个标准模型,当且仅当:

(1) W 是一个集合;

(2) R 是 W 之上的一个二元关系(即 $R \subseteq W \times W$);

(3) P 是从自然数到 W 的子集的一个映射(即对每一个自然数 n, $P_n \subseteq W$).

定义 2.9.2 设 α 是标准模型的一个世界,其赋值规定为:

(1) $\vDash_\alpha^{\mathscr{M}} \Box A$,当且仅当对于 $\mathscr{M}$ 中的每个使得 αR_β 的 β, $\vDash_\beta^{\mathscr{M}} A$.

(2) $\vDash_\alpha^{\mathscr{M}} \Diamond A$,当且仅当对于 $\mathscr{M}$ 中的某个使得 $\alpha R\beta$ 的 β, $\vDash_\beta^{\mathscr{M}} A$.

定义 2·9.3 在标准模型 $\mathscr{M} = \langle W, R, P \rangle$ 中,关系 R 是:

序列的,当且仅当对于 $\mathscr{M}$ 的每一个 α,在 $\mathscr{M}$ 中存在一个 β 使得 $\alpha R\beta$;

自反的,当且仅当对于 $\mathscr{M}$ 的每一个 α,有 $\alpha R\alpha$;

对称的,当且仅当对于 $\mathscr{M}$ 的每一个 α 和 β 若 $\alpha R\beta$,则 $\beta R\alpha$;

传递的,当且仅当对于 $\mathscr{M}$ 的每一个 α、β 和 γ,若 $\alpha R\beta$ 且 $\beta R\gamma$,

则 $\alpha R\gamma$;

欧几里得的,当且仅当对于 $\mathscr{M}$ 的每一个 α、β 和 γ,若 $\alpha R\beta$ 且 $\alpha R\gamma$,则 $\beta R\gamma$.

根据模型 $\mathscr{M}$ 中的关系 R 所具有的这些性质,相应地,将模型 $\mathscr{M}$ 本身称作是序列的、自反的、对称的、传递的和欧几里得的.

2.9.2 不同系统的标准模型

可以证明,前面所介绍的模态系统公设没有一个在所有的标准模型所构成的类中是有效的,而只有在具有特定关系 R 的标准模型类中它们才会成立.

定理 2.9.1 设 $\mathscr{M} = \langle W, R, P\rangle$ 是标准模型,

(1) 若 R 是序列的,则 $\Box A \to \Diamond A$ 有效.

(2) 若 R 是自反的,则 $\Box A \to A$ 有效.

(3) 若 R 是对称的,则 $A \to \Box\Diamond A$ 有效.

(4) 若 R 是传递的,则 $\Box A \to \Box\Box A$ 有效.

(5) 若 R 是欧几里得的,则 $\Diamond A \to \Box\Diamond A$ 有效.

证明:

(1) 令 α 是序列的标准模型 $\mathscr{M} = \langle W, R, P\rangle$ 中的一个世界,并且假定 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box A$.现证明 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Diamond A$. $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box A$ 表示,对于 $\mathscr{M}$ 的每一个使得 $\alpha R\beta$ 的 β, $\vDash_{\beta}^{\mathscr{M}} A$.又根据 R 的序列性,存在这样一个 β.因此,对 $\mathscr{M}$ 的某一个使得 $\alpha R\beta$ 的 β, $\vDash_{\beta}^{\mathscr{M}} A$,即有 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Diamond A$.所以 $\Box A \to \Diamond A$ 在序列的标准模型类中有效.

(2) 令 α 是自反的标准模型 $\mathscr{M} = \langle W, R, P\rangle$ 中的一个世界,且假定 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box A$.现需证明 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$.根据假定,对于 $\mathscr{M}$ 的每一个使得 $\alpha R\beta$ 的 β, $\vDash_{\beta}^{\mathscr{M}} A$.作为特例,若 $\alpha R\alpha$,则 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$.现因 R 是自反的,即对 $\mathscr{M}$ 中的每一个 α,有 $\alpha R\alpha$.因此, $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$.所以表达式 $\Box A \to A$ 在自反的标准模型类中有效.

(3) 令 α 是对称的标准模型 $\mathscr{M} = \langle W, R, P\rangle$ 的一个世界,且

假定 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$.现证明有 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box\Diamond A$,即对于 $\mathscr{M}$ 的每一个使得 $\alpha R\beta$ 的 β,$\vdash_{\beta}^{\mathscr{M}} \Diamond A$,亦即,对于 $\mathscr{M}$ 的每一个使得 $\alpha R\beta$ 的 β,在 $\mathscr{M}$ 中存在一个 γ,使得 $\beta R\gamma$ 且 $\vdash_{\gamma}^{\mathscr{M}} A$.

设 β 是 $\mathscr{M}$ 的一个世界,使得 $\alpha R\beta$.根据 R 的对称性有,$\beta R\alpha$.因此在 $\mathscr{M}$ 中存在一个 γ,即 α,使得 $\beta R\gamma$ 且 $\vdash_{\gamma}^{\mathscr{M}} A$(即 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$).所以 $A \to \Box\Diamond A$ 在对称的标准模型类中是有效的.

(4) 令 α 是传递的标准模型 $\mathscr{M} = \langle W, R, P\rangle$ 的一个世界,并且假定 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box A$.现证明:$\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box\Box A$,即对于 $\mathscr{M}$ 的每一个使得 $\alpha R\beta$ 的 β,并且对于 $\mathscr{M}$ 的每一个使得 $\beta R\gamma$ 的 γ,$\vdash_{\gamma}^{\mathscr{M}} A$.

设 β 和 γ 是 $\mathscr{M}$ 的世界,使得 $\alpha R\beta$ 和 $\beta R\gamma$.由假定 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box A$,即对于 $\mathscr{M}$ 的每个使得 $\alpha R\beta$ 的 β,$\vdash_{\beta}^{\mathscr{M}} A$.$\alpha$ 由 R 的传递性,有 $\alpha R\gamma$ 且 $\vdash_{\gamma}^{\mathscr{M}} A$.因此对于 $\mathscr{M}$ 的每一个使得 $\beta R\gamma$ 的 γ,有 $\vdash_{\gamma}^{\mathscr{M}} A$,即有 $\vdash_{\beta}^{\mathscr{M}} \Box A$.而对于 $\mathscr{M}$ 的每一个使得 $\alpha R\beta$ 的 β,有 $\vdash_{\beta}^{\mathscr{M}} \Box A$,所以有 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box\Box A$.因此 $\Box A \to \Box\Box A$ 在传递的标准模型类中是有效的.

(5) 设 α 是欧几里得的标准模型 $\mathscr{M} = \langle W, R, P\rangle$ 的一个世界,且假定 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Diamond A$,即在 $\mathscr{M}$ 中存在一个 β,使得 $\alpha R\beta$ 并且 $\vdash_{\beta}^{\mathscr{M}} A$.现需证明 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box\Diamond A$.

令 γ 为 $\mathscr{M}$ 的一个世界,使得 $\alpha R\gamma$.由于有 $\alpha R\beta$ 和 R 的欧几里得性,所以有 $\gamma R\beta$.又由假定,在 $\mathscr{M}$ 中存在一个 δ——即 β——使得 $\gamma R\delta$ 且 $\vdash_{\delta}^{\mathscr{M}} A$(即 $\vdash_{\beta}^{\mathscr{M}} A$),所以有 $\vdash_{\gamma}^{\mathscr{M}} \Diamond A$.而对于 $\mathscr{M}$ 中的每一个使得 $\alpha R\gamma$ 的 γ,有 $\vdash_{\gamma}^{\mathscr{M}} \Diamond A$.所以得到 $\vdash_{\alpha}^{\mathscr{M}} \Box\Diamond A$.因此得证 $\Box A \to \Box\Diamond A$ 在欧几里得的标准模型类中有效.

B.F 切莱士(B.F.Chellas) 在其《模态逻辑导论》一书中将上面五个模式分别称之为 $D, T, B, 4., 5.$

用同样的方式可证:$T, B, 4., 5.$.的对偶式 $T\Diamond : A \to \Diamond A$, $B\Diamond : \Diamond\Box A \to A$, $4\Diamond : \Diamond\Diamond A \to \Diamond A$, $5\Diamond : \Diamond\Box A \to \Box A$ 分别在自反的、对称的,传递的和欧几里得的标准模型类中有效.

实际上,$D, T, B, 4., 5.$ 分别是已介绍过的 077,075,布劳威尔

公理,A′9 和 A10.后四个的对偶式是 A6、布劳威尔公理的对偶式、A9 和 165.

因此,我们分别把 077,A6,布劳威尔公理 A9 和 A10 称之为序列性、自反性、对称性、传递性和欧几里得性,反之亦然.

由这些固有模态公理的性质,便可以得出各个具体的模态命题演算系统的标准模型.由 R 的自反性和欧几里得性可得 R 的对称性;由 R 的欧几里得性和对称性可得 R 的传递性.因此可知,$S1$,$S2$,$S3$ 及 T 系统模型是序列的、自返的标准模型;$S4$ 系统模型是序列的、自返的且传递的标准模型;$S5$ 系统模型是序列的、自返的且欧几里得的标准模型,也是序列的、自返的、对称的和传递的标准模型.

2.9.3　有效性

任意合式公式 A 在一个系统 Σ 的某个模型 $\mathscr{M}$ 中对任意世界 α,有 $\vDash_{\alpha}^{\mathscr{M}} A$,就称 A 在该模型 $\mathscr{M}$ 中有效.如果任意合式公式 A 在一个系统 Σ 的所有模型中都成立,就称其是系统 Σ 有效的.可以看出 D,T 是 $S1 \sim S5$ 有效的;4.是 $S4$,$S5$ 有效的;B,5 是 $S5$ 有效的.所以,从此意义上也反映出模态系统间的关系:$S5$ 包含 $S4$,$S4$ 包含了 $S3 \sim S1$,…… 等等.

2.10　正规系统

一个模态逻辑系统是含所有重言式并对推理规则 RPL 封闭的一个语句集.

RPL.　$$\frac{A_1,\cdots,A_n}{A} \qquad (n \geqslant 0)$$

(在此,A 是 $A_1,\cdots,A_n$ 的重言后承下的闭包)

定义 2.10.1　一个模态逻辑系统是正规的,当且仅当它含有 $D_f\Diamond$:

$D_f\Diamond$.　$\Diamond A \Leftrightarrow \neg\Box\neg A$.

并且对 RK 封闭.

RK. $\dfrac{(A_1 \wedge \cdots \wedge A_n) \to A}{(\Box A_1 \wedge \cdots \wedge \Box A_n) \to \Box A}$. $(n \geqslant 0)$

定理 2.10.1 每一个正规模态逻辑系统都具有下列推理规则和定理：

RN. $\dfrac{A}{\Box A}$.

RR. $\dfrac{(A \wedge B) \to C}{(\Box A \wedge \Box B) \to \Box C}$.

RE. $\dfrac{A \leftrightarrow B}{\Box A \leftrightarrow \Box B}$.

N. $\Box T$.

M. $\Box(A \wedge B) \to (\Box A \wedge \Box B)$.

C. $(\Box A \wedge \Box B) \to \Box(A \wedge B)$.

R. $\Box(A \wedge B) \leftrightarrow (\Box A \wedge \Box B)$.

K. $\Box(A \to B) \to (\Box A \to \Box B)$.

同样,每一个正规模态系统都具有下列推理规则和定理：

RK◇ $\dfrac{A \to (A_1 \vee \cdots \vee A_n)}{\Diamond A \to (\Diamond A_1 \vee \cdots \vee \Diamond A_n)}$. $(n \geqslant 0)$

RN◇ $\dfrac{\neg A}{\neg \Diamond A}$.

RM◇ $\dfrac{A \to B}{\Diamond A \to \Diamond B}$.

RR◇ $\dfrac{A \to (B \vee C)}{\Diamond A \to (\Diamond B \vee \Diamond C)}$.

RE◇ $\dfrac{A \leftrightarrow B}{\Diamond A \leftrightarrow \Diamond B}$.

$D_f\Box$ $\Box A \leftrightarrow \neg \Diamond \neg A$.

N◇ $\neg \Diamond \bot$.

M◇ $(\Diamond A \vee \Diamond B) \to \Diamond(A \vee B)$.

C◇ $\Diamond(A \vee B) \to (\Diamond A \vee \Diamond B)$.

R◇ $\Diamond(A \vee B) \leftrightarrow (\Diamond A \vee \Diamond B)$.

K◇　　$(\neg\Diamond A \wedge \Diamond B) \rightarrow \Diamond(\neg A \wedge B)$.

最小的正规模态逻辑系统 K,含有从 $D_f\Diamond$、RK(或 $D_f\Box$、RK◇)以及命题逻辑 APC 而导出的定理,此外再无其它定理,其最主要特征是定理 K. 在最小正规模态逻辑系统基础上加进固有模态公理,便可得到其正规扩张. 例如将 K 系统加上 D, T, B, 4., 5. 就可得到十五个相异的正规系统: $K, KD, KB, KT, K4., K5., KTB, KDB, KD4., KD5., K45., KT4., KB4., KT5., KD45$. 这其中就有我们熟悉的 T 系统(KT)、布劳威尔系统(KTB)、$S4$ 系统($KT4.$)$S5$ 系统($KT5$). 正规系统中的替换和对偶、模态及模态的归纳我们已在前面介绍(从 $S1° \sim S5$ 我们以正规系统的 $D_f\Box$、RK◇ 意义 F 加以阐明). 在正规系统的扩张中,我们还可以看到模态系统间的另外一些关系,如 T 系统加上公理 A9 便可得到 $S4$ 系统, $S4$ 系统加进 $A10$ 即得到 $S5$ 系统(即 T 系统加上 A9′, A10 得出 $S5$ 系统).

2.11　可靠性、完全性、典型模型

定义 2.11.1　一个模态系统 Σ 被称为关于模型类 C 是可靠的有,如果 Σ 的每一个定理在 C 中是有效的;即,如果对每一个语句 A,若 $\vdash_\Sigma A$ 则 $\models_C A$.

定义 2.11.2　一个模态系统 Σ 被称为关于模型类 C 是完全的,当且仅当每一个在 C 类中有效的语句是 Σ 的定理;即当且仅当对于每一个 A,若 $\models_C A$,则 $\vdash_\Sigma A$.

定义 2.11.3　系统 Σ 被称为由模型 C 确定,恰恰当它关于 C 既是可靠的,又是完全的;即对每一个 A, $\vdash_\Sigma A$ 当且仅当 $\models_C A$.

定理 2.11.1　设 $S_1, \cdots, S_n$ 是分别在标准模型类 $C_1, \cdots, C_n$ 中有效的模式,则模态逻辑系统 $KS_1, \cdots, KS_n$ 关于类 $C_1 \cap C_2 \cap \cdots \cap C_n$ 是可靠的

证明略.

而由最小正规系统 K 及其扩张所组成的集合等价于我们已经介绍的系统,因此系统的可靠性得到说明.

定义 2.11.4 模态系统的典型模型概念. 系统 Σ 的典型模型是模型 $\mathscr{M}=\langle W,\cdots,P\rangle$,其中,

①W 是 Σ 的,极大语句集的集合;

②P_n 是原子语句$\mathbb{P}_n$的证明集,即 $P_n=|\mathbb{P}_n|_\Sigma$ 而 $n=0,1,\cdots$.

模态逻辑系统 Σ 的典型模型 $\mathscr{M}$ 的主要特征是:那些在 $\mathscr{M}$ 中的一个世界(Σ— 极大语句集)中为真的语句,恰好就是那些由这个世界所含有的语句;即,对于 $\mathscr{M}$ 的每一个 α,

$\vDash_\alpha^{\mathscr{M}}A$,当且仅当 $A\in\alpha$;或 $\|A\|^{\mathscr{M}}=|A|_\Sigma$.

因此为证明一个模态系统 Σ 关于一个模型类 C 是完全的,只要证明 C 含有 Σ 的一个典型模型 $\mathscr{M}$ 即可. 而由此可以证明如果一个语句 A 在 C 中是有效的,那么 A 在 $\mathscr{M}$ 中为真,因而 A 是 Σ 的定理. 这项工作已在 2.9 中反映出来.

定义 2.11.5 设 $\mathscr{M}=\langle W,R,P\rangle$ 是一个标准模型,Σ 是正规的模态逻辑系统. 则 $\mathscr{M}$ 是 Σ 的一个典型标准模型,当且仅当:

(1) $W=\{\Gamma:\max_\Sigma\Gamma\}$;

(2) 对于 $\mathscr{M}$ 的每一个 α,

$\Box A\in\alpha$,当且仅当对于 M 中每个使得 $\alpha R\beta$ 的 β,$A\in\beta$;

(3) $P_n=|\mathbb{P}_n|_\Sigma$,$n=0,1,2,\cdots$

定义 2.11.6 设 $\mathscr{M}=\langle W,R,P\rangle$ 是一标准模型,并设 Σ 为正规模态逻辑系统. 则 $\mathscr{M}$ 是 Σ 的固有的典型标准模型,当且仅当:

(1) $W=\{\Gamma:\max_\Sigma\Gamma\}$;

(2) 对于 $\mathscr{M}$ 中的每个 α 和 β,$\alpha R\beta$ 当且仅当 $\{A:\Box A\in\alpha\}\subseteq\beta$;

(3) $P_n=|\mathbb{P}_n|_\Sigma$,$n=0,1,2,\cdots$.

固有的典型标准模型都是典型标准模型.

定理 2.11.7 设 $\mathscr{M}$ 是正规系统 Σ 的固有的典型标准模型. 则:

(1) $\mathscr{M}$ 是序列的,如果 Σ 含有 D,$\Box A\to\Diamond A$.

(2) $\mathscr{M}$ 是自反的,如果 Σ 含有 T,$\Box A\to A$.

(3)$\mathscr{M}$是对称的，如果 Σ 含有 $B,A\to\Box\Diamond A$.

(4)$\mathscr{M}$是传递的，如果 Σ 含有 $4.\Box A\to\Box\Box A$.

(5)$\mathscr{M}$是欧几里得的，如果 Σ 含有 $5.\Diamond A\to\Box\Diamond A$.

证明略，有兴趣的读者可参阅[1].

如果用 C_D,C_T,C_B,C_4,C_5 分别代表序列的、自反的、对称的、传递的和欧几里得的标准模型类：设 $S_1,S_2,\cdots,S_n$ 从 $D,T,B,4.,5.$，中的任何一个(可能为空) 选取；$C_{S_1},C_{S_2},\cdots C_{S_n}$ 是相应的标准模型，那么，最小的正规模态系统 K(仅含有从 $D_f\Diamond$、RK 以及命题逻辑 APC 导出的定理) 由标准模型确定；而其扩张系统 $KS_1,\cdots,KS_n$ 由类 $C_{S_1}\cap C_{S_2}\cap\cdots\cap C_{S_n}$ 确定. 可以看出 T(即 KT) 系统由序列的和自反的标准模型类确定；$S4$(即 $KT4$) 系统由序列的、自反的和传递的标准模型类确定，亦由拟有序的标准模型类确定；$S5$(即 $KT5.$) 系统是由通用的或等价的标准模型类确定. 而作为一个公理，D 的出现的多余的，因为每一个正规的 KT(即 T) 系统是一个 KD 系统，D 作为定理在系统中可以得到证明. 因而作为性质的序列性同样不是主要的，可以忽略.

另一方面，在所介绍的系统中，$S3^\circ\sim S5$ 都是弱完全的，系统中的每一个有效公式都在系统中可证. 即对任一合式公式 A，如果 A 是Σ 常真的，则 A 是模态命题演算系统Σ 的定理；亦即：如果 $\models_A$，则 $\vdash_\Sigma A$. 但 $S3^\circ\sim S5$ 不具有强完全性.

2.12 可判定性和有限模型性质

一个模态系统是可判定的，如果其定理集是可判定的，即如果存在一个能行而有限的方法判定任何语句是否为该系统的一个定理.

一个模态逻辑系统 Σ 具有有限模型性质——简记为 f.m.p.——当且仅当 Σ 的每一个非定理在Σ 的某个有限模型中是假的.

定理 2.12.1　正规模态系统可以由有限多个模式而公理化.

这由前面介绍的系统公设所证实.

定理 2.12.2　最小的正规系统 K 由有限标准模型类确定.而其扩张由相应的有限标准模型类所确定.

由正规系统中的每一个都是由有限多个模式公理化的并且又具有 f.m.p,我们得到.

定理 2.12.3　正规系统的每一个都是可判定的.

3　狭义模态谓词演算

从扩张的意义上讲,狭义谓词演算 AF′C是命题演算 APC的扩张.因此,我们可以在狭义谓词逻辑演算 AF′C 基础上引进模态算子而进行扩张,从而得到相应的狭义模态谓词演算 MF′C.

3.1　巴坎系统

巴坎(B.C.Barcan)系统是具有约束命题变量的扩张——一阶模态谓词演算 MF′C.

系统公设如下:

(1) 一个 MPC 系统的公设.

(2)AF′C 的固有公设.

(3) 模态公理:

$\vdash \Box \forall \alpha P \Rightarrow \forall_\alpha \Box P$.　　(巴坎公式)

可证得定理和规则有:

227　$\vdash \Box \forall_\alpha P \Rightarrow \exists_\alpha P$.

228　如果 $\vdash \forall_\alpha (P \Rightarrow Q)$ 并且如果 $\vdash \exists_\alpha P$,则 $\vdash \exists_\alpha Q$.

229　如果 α 不在 P 中自由出现,则

$$\vdash \forall_\alpha (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \Rightarrow \forall_\alpha Q).$$

230　如果 α 不在 Q 中自由出现,则

$$\vdash \forall_\alpha (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\exists_\alpha P \Rightarrow Q).$$

3.2 费斯系统

费斯在巴坎思想基础上提出.系统公设如下:

(1)MPC 中某些系统公设.不同于巴坎系统.该系统中不再考虑弱于 $S2$ 系统的系统.①

(2) 谓词演算的固有公设.

a.如果 $\vdash P$,则 $\vdash \forall xP$.

b.$\vdash \forall xP \Rightarrow (y/x)P$,其中在形式为 $\forall yQ$ 的合式部分中的 P 中无 x 的自由出现.

c.$\vdash \forall x(P \to Q) \Rightarrow (\forall xP \to \forall xQ)$.

d.$\vdash P \Rightarrow \forall xP$,如果 P 中 x 不是自由的.

e.定义:$\exists xP = df \sim \forall x \sim P$.

(3) 具有模态和量词的公设:

$\vdash \Diamond \exists xP \Rightarrow \exists x \Diamond P$.　　　　(巴坎公式)

显然所有的 AF′C 中定理在该系统中有效;如果将 AF′C 的定理中的 $\forall x$ 替换为 $\Box \forall x$;$\exists x$ 替换为 $\Diamond \exists x$,得到的结果仍然保持有效.

3.2.1 具有量词的模态

231　$\vdash \exists x \Diamond P \Rightarrow \Diamond \exists xP$.

(1) $\vdash \quad P \Rightarrow \exists xP$.

(2) $\vdash \quad \Diamond P \Rightarrow \Diamond \exists xP$.

(3) $\vdash \quad \exists x \Diamond P \Rightarrow \Diamond \exists xP$.

232　$\vdash \exists x \Diamond P \Leftrightarrow \Diamond \exists xP$.

(1) 加上巴坎公式.

233　$\vdash \forall x \Box P \Leftrightarrow \Box \forall xP$.

---

① 普赖尔 1956 年证明,若取强于 $S2$ 系统的系统,巴坎公式将变为多余的,因为它可以作为定理,而不是公理,在系统中得到证明.见 3.3 中 AF′C + $S5$ 系统.

(1) $\vdash \quad \exists x\Diamond \sim P \Leftrightarrow \Diamond \exists x \sim P.$

(2) $\vdash \quad \sim \exists x\Diamond \sim P \Leftrightarrow \sim \Diamond \exists x \sim P.$

(3) $\vdash \quad \forall x \sim \Diamond \sim P \Leftrightarrow \Box \sim \exists x \sim P.$

(4) $\vdash \quad \forall x\Box P \Leftrightarrow \Box \forall xP.$

234 $\vdash \quad \Diamond \forall xP \Leftrightarrow \forall x\Diamond P.$

(1) $\vdash \forall xP \Rightarrow P.$

(2) $\vdash \Diamond \forall xP \Rightarrow \Diamond P.$

(3) $\vdash \Diamond \forall xP \Rightarrow \forall x\Diamond P.$

235 $\vdash \exists x\Box P \Rightarrow \Box \exists xP.$

(1) $\vdash \quad \Diamond \forall x \sim P \Rightarrow \forall x\Diamond P.$

(2) $\vdash \quad \sim \forall x\Diamond \sim P \Rightarrow \sim \Diamond \forall x \sim P.$

(3) $\vdash \quad \exists x \sim \Diamond \sim P \Rightarrow \Box \sim \forall x \sim P.$

(4) $\vdash \quad \exists x\Box P \Rightarrow \Box \exists xP.$

3.2.2 MPC 弱转换的谓词平行式

236 $\vdash \forall x\Box \sim P \Rightarrow \forall x(P \Rightarrow Q).$

237 $\vdash \forall xP \Rightarrow \forall x(Q \Rightarrow P).$

238 $\vdash \Box \forall x \sim (P \wedge Q) \Rightarrow \forall x(P \Rightarrow \sim Q).$

239 $\vdash [\Box \forall xP \wedge \Box \forall xQ] \Rightarrow \forall x(P \Leftrightarrow Q).$

240 $\vdash [\Box \forall x \sim P \wedge \Box \forall x \sim Q] \Rightarrow \forall x(P \Leftrightarrow Q).$

241 $\vdash \forall x[P \Rightarrow (Q \vee M)] \Leftrightarrow \Box [Q \vee \forall x(P \rightarrow M)]$，如果 x 在 Q 中非自由.

3.2.3 MF′C 的约束定理

242 $\vdash \exists x(P \Rightarrow Q) \Rightarrow (\forall xP \Rightarrow \exists xQ).$

(1) $\vdash \quad \exists x\Box(P \rightarrow Q) \Rightarrow \exists x(P \rightarrow Q).$

(2) $\vdash \quad \exists x\Box(P \rightarrow Q) \Rightarrow \exists x(\sim P \vee Q).$

(3) $\vdash \quad \exists x\Box(P \rightarrow Q) \Rightarrow \forall x(\exists x \sim P \vee \exists xQ).$

(4) $\vdash \quad \exists x\Box(P \rightarrow Q) \Rightarrow \Box(\forall xP \rightarrow \exists xQ).$

(5) $\vdash \quad \exists x\Box(P\to Q)\Rightarrow(\forall xP\Rightarrow\exists xQ)$.

(6) $\vdash \quad \exists x(P\Rightarrow Q)\Rightarrow(\forall xP\Rightarrow\exists xQ)$.

243 $\vdash \quad \exists x(P\Rightarrow Q)\Rightarrow(P\Rightarrow\exists xQ)$，如果 x 在 P 中非自由.

244 $\vdash \quad \exists x(P\Rightarrow Q)\Rightarrow(\forall xP\Rightarrow Q)$，如果 x 在 Q 中非自由.

3.2.4 替换规则

245 如果 $\vdash\forall x_1\forall x_2\cdots\forall x_n(P\Leftrightarrow Q)$，则 $\vdash R\Leftrightarrow(P/Q)R$.

246 如果 $\vdash\Box^n\forall x_1\forall x_2\cdots\forall x_n(P\Leftrightarrow Q)$，则 $\vdash R\Leftrightarrow(P/Q)R$.

在 S4 中，有：

247 如果 $\vdash\Box\forall x_1\forall x_2\cdots\forall x_n(P\Leftrightarrow Q)$，则 $\vdash R\Leftrightarrow(P/Q)R$.

3.2.5 演绎定理

费斯采用了巴坎 $S4'$ 系统(等价于 S4 的扩张 $MF'C$)中演绎定理的证明.

假设 $A_1,A_2,\cdots,A_n\vdash B$ 的证明像通常的非模态演算的证明一样定义为：存在一个有穷的公式序列 $B_1,B_2,\cdots,B_m$，使得每个 B_i 是诸多 A_i 之一，或是一条公理，或由推理规则之一是序列中前件 A_j 的导出结果.

因此，在 S4 中：

如果 $A_1,A_2,\cdots,A_n\vdash B$，则 $A_1,A_2,\cdots,A_{n-1}\vdash A_n\to B$.

如果 $A_1,A_2,\cdots,A_n\vdash B$，并且如果每个 A_i 形式为 $\Box\Gamma_i$，则 $A_1,A_2,\cdots,A_{n-1}\vdash A_n\Rightarrow B$.

而上面两条定理在 T 系统中是不可证的.

(作者：武翰敏)

参 考 文 献

[1] R. Carnap: Modality and Quantification.

J. Lukasiewiez: Aristotle's Syllogism.
亚里士多德全集,1,中国人民大学出版社.
[4] 莫绍揆.数理逻辑教程,武汉:华中工学院出版社.
[5] 周礼全.模态逻辑引论,上海:上海人民出版社.

(二) 相干逻辑

相干逻辑是非经典逻辑的一个分支,它是在经典逻辑基础上发展起来的,它一出现便引起人们的注目,不少逻辑学家投入关于它的研究工作.它与多值逻辑、模态逻辑一样,是由于一些现代逻辑家对经典逻辑的分析或质疑而诞生的,近年发展迅速,逐渐拓宽领域,并逐渐走向成熟,而且开始得到应用.

1 蕴涵、相干、衍涵与衍推

经典逻辑是经多年发展而来的,其中有实质蕴涵,就是当且仅当p真q假,$p\rightarrow q$假,也就是当且仅当$\neg p \vee q$,$p\rightarrow q$真.实质蕴涵是从日常语言中的"如果,那么"抽象出来的,它只反映命题间的真假关系,而舍去心理因素,也不论命题间意义上的联系.这种蕴涵古已有之,像麦加拉学派的菲罗(Philon)蕴涵(一个条件命题只有前件真后件假才是假的,"真值表"中其他三种情况都是真的.)后来又出现在弗雷格的逻辑公理系统及罗素、怀得海的《数学原理》中.

实质蕴涵在数学系统及符号逻辑中显然有其优越性,但由于它没有反映条件命题间的条件关系的全部逻辑性质,它也遇到非难.古代麦加拉学派内部有的学者,如第奥多鲁斯(Diodorus)就对菲罗蕴涵提出异议,并以"逻辑必然性"定义蕴涵:A蕴涵B,表示不可能A且非B,也就是,当且仅当任何时刻t都并不是在t时刻p

真,并且在 t 时刻 q 假,如果 p,那么 q.其后在斯多葛学派中就此又有所争论.现代也有不少逻辑家对实质蕴涵提出质疑.为什么实质蕴涵引起如此长期如此多的争议?是因为:

(1) 实质蕴涵只重视外延关系,而不涉及命题间意义上的联系,因而与日常思维、自然语言中的"如果,那么"相去甚远.按实质蕴涵表示命题间的条件关系,像这类命题"凯撒不死"可以蕴涵"月亮是乳酪制成的".

(2) 实质蕴涵与布劳维尔、海丁(A.Heyting)等人的直觉主义(构造理论)逻辑也大相径庭.

(3) 实质蕴涵当然更不涉及命题态度,不涉及"信念"等问题,例如不涉及"甲相信地球是围绕太阳旋转的"等命题.

(4) 实质蕴涵也不涉及模态命题,例如"人头发可能超过 10^{10} 根"、"月球上必然没有生物"等.

(5) 实质蕴涵还引出些"怪论":

①$A \to (B \to A)$,

②$\neg A \to (A \to B)$,

③$A \to (B \to B)$,

④$A \vee (A \to B)$,

⑤$A \wedge \neg A \to B$,

⑥$B \to A \vee \neg A$.

可引入自然语言解释,如

① 表示:一个真命题(A)为任何命题(B)所实质蕴涵.

② 表示:一个假命题(A)实质蕴涵任何命题.

以上这些命题在经典逻辑中是重言式,但由于它们只反映了命题间的真假关系,而不反映命题间内容上是否有必然联系,仅从实质蕴涵的本来意义去解释,并非什么"怪论",但是,由此可引出如上面所列举的直观上,或从经验角度难以理解和接受的真命题.

实质蕴涵尽管这样不尽人意,又有"怪论",可建立在实质蕴涵基础上的逻辑系统又是那样严密.当然经典逻辑系统还建立在二

值原则(一个命题非真即假,反之亦然)、处延原则(一个表达式的意义就是其外延)基础之上.对一直强调严密、科学、形式化的经典逻辑家来说,当然对以上"基础",包括实质蕴涵是不能动一根毫毛的,然而经典逻辑也和其他科学体系一样存在"内部问题",存在不易自我调节的问题,这些问题的解决并不会使它土崩瓦解,而得到的是逻辑学的发展.面对这一问题,态度各异:有的持审慎态度,认为"改造"建立在实质蕴涵基础上的逻辑没有必要,也缺乏必须改造的根据,何况好容易才通过实质蕴涵等摆脱了日常语言的歧义性.也有的感到,人们在进行推理时,除了符号逻辑所考虑的关系以外,一定还有其他方面的关系.罗素就持这一观点.也有人感到实质蕴涵不足以表达日常思维及自然语言中的条件关系.

英国逻辑学家麦柯尔(H.McColl)认为命题除了真假值还有不确定值及必然、可能等,并于1880年提出严格蕴涵,用符号表示为 $A:B$,意即:如果前面的命题真,后面的命题必然真.美国逻辑学家刘易斯也针对实质蕴涵提出严格蕴涵,并定义为

$$A \prec B \overset{\text{def}}{=\!=} \sim \Diamond (A \sim B).$$

即:A 严格蕴涵 B,A 且非 B 是不可能的.也就是说,p 真 q 假不仅是假的.而且是不可能的.刘易斯还构建了 S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 严格蕴涵系统.(见前章)严格蕴涵大大强化了实质蕴涵,但它只反映了命题间的必然联系,仍未注意到命题间内容上的必然联系,因而它避免了实质蕴涵怪论,却产生了严格蕴涵怪论,例如:

$\Box q \rightarrow (p \prec q)$,

即:必然 q 蕴涵 p 严格蕴涵 g.

$\Box \neg q \rightarrow (q \prec p)$,

即:必然非 q 蕴涵 q 严格蕴涵 p.

$(p \land \neg q) \prec q$,

即:p 且非 q 严格蕴涵 g.

$q \prec (p \lor \neg p)$,

即:q 严格蕴涵 p 或非 p.

如果按严格蕴涵本意来解释,以上各定理并非怪论.刘易斯本人也解释说:严格蕴涵怪论虽然令人惊讶,但它们是逻辑上有效的原理.

一些逻辑学家在解释"怪论",另一些逻辑学家另辟蹊径,美国逻辑学家摩尔(G.E.Moore)于1920年提出"衍推"这种推导关系:P 衍推 q,当且仅当以有效的证明程序,由 p 推出 q.

直觉主义者持构造主义观点,认为一切数学都是从自然数构造出来的,"存在就是被构造".由此出发,他们认为如果 p 那么 q 是指借助于这种构造,即由任一关系 p 的构造性证明,得出关系 g 的构造性证明.安德森(A.R.Anderson)和贝尔纳普(N.D.Belnap)引入量词将直觉主义的构造性蕴涵定义为:

$$\exists_P(P \wedge (A \wedge P \rightarrow B)),$$

即:A 直觉蕴涵 B,当且仅当,A 与一些真命题相干蕴涵 B.并将直觉主义蕴涵引入他们的相干系统.冯·莱特(G.H.Von.Wright)这位认知逻辑、义务逻辑的先驱也提出衍推的定义:A 衍推 B,或'$A \rightarrow B$',当且仅当:由经典逻辑的规则或原理,我们可以不知道命题 A 假或命题 B 真,就可以知道如果 A,那么 B 真.吉奇(P.Geach)也曾给出关于衍推的定义:A 衍推 B,当且仅当:我们有一个既定的程序知道命题如果 A 则 B,但这程序不是要使我们先知道非 A 或 B 的程序.这一定义显然与冯·莱特的定义有相似之处.

阿克曼(W.Ackermann)这位德国数学家、逻辑学家详论了严格蕴涵,也涉及衍推,他认为条件命题前后件之间的关系是:如果 A,那么 B,当且仅当在事实上 A 相干并且必定联结 B.他实际认为:从一个命题向另一个命题推导,后者必是前者的"后承",即 B 的内容是 A 的内容的一部分.也就是后者与前者有意义上的联系,而不仅仅是形式上的联系.

1960年贝尔纳普进一步提出相干原理:如果 A 相干蕴涵 B,(即 $A \rightarrow B$ 是 R 的定理)那么 A 与 B 至少有一个共同的(共同出现的)命题变元;或者说,A 与 B 相干的必要条件是 A 和 B 具有共同的

命题变元.

证明:给出下列取值表:

→	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3
-3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3
-3	-3	+2	-3	+2	-3	-3	+2	+3
-1	-3	-3	+1	+1	-3	+1	-3	+3
-0	-3	-3	-3	+0	-3	-3	-3	+3
+0	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3
+1	-3	-3	-1	-1	-3	+1	-3	+3
+2	-3	-2	-3	-2	-3	-3	+2	+3
+3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	+3

∧	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3
-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
-2	-3	-2	-3	-2	-3	-3	-2	-2
-1	-3	-3	-1	-1	-3	-1	-3	-1
-0	-3	-2	-1	-0	-3	-1	-2	-0
+0	-3	-3	-3	-3	+0	+0	+0	+0
+1	-3	-3	-1	-1	+0	+1	+0	+1
+2	-3	-2	-3	-2	+0	+0	+2	+2
+3	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3

∨	−3	−2	−1	−0	+0	+1	+2	+3
−3	−3	−2	−1	−0	+0	+1	+2	+3
−2	−2	−2	−0	−0	+2	+3	+2	+3
−1	−1	−0	−1	−0	+1	+1	+3	+3
−0	−0	−0	−0	−0	+3	+3	+3	+3
+0	+0	+2	+1	+3	+0	+1	+2	+3
+1	+1	+3	+1	+3	+1	+1	+3	+3
+2	+2	+2	+3	+3	+2	+3	+2	+3
+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3

A	$\bar{A}$	NA	MA
−3	+3	−3	−3
−2	+2	−2	−2
−1	+1	−1	−1
−0	+0	−0	−0
+0	−0	+0	+0
+1	−1	+1	+1
+2	−2	+2	+2
+3	−3	+3	+3

上列表中特指(有定)值恒取 +0, +1, +2, +3, R 的公理、定理也都保留特指值.

设 A 与 B 没有共同变元. 当 A 中所有命题变元都取值为 +1, B 中都取值 +2, 那么 A 的值是 +1 或 −1; B 的值是 +2 或 −2, 据此, $A \to B$ 必须取非特指值 −3, 而这与 $A \to B$ 是 R 的定理相矛盾. 因此如果 $\vdash A \to B$, 则 A 与 B 至少有一个共同的命题变元.

2 Π',E 系统

相干逻辑家提出了一些衍推逻辑系统,衍推集严格蕴涵、相干蕴涵于一身,反映命题间内容上的必然联系.这样既可避免不相干怪论,又可防止模态怪论.相干逻辑家提出的衍推系统有:E(衍推命题演算),$E\rightarrow$(纯衍推命题演算),R(相干命题演算)$R\rightarrow$(纯相干命题演算),E_Q(衍推谓词演算),R_Q(相干谓词演算)以及FR(相干命题演算自然推理系统)等.

相干逻辑先驱阿克曼在费斯系统(Feys system)的基础上提出Π'系统,其基本内容是:

初始符号:$\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\neg$.

公理:

$\Pi'(1)$ $A\rightarrow A$.

$\Pi'(2)$ $(A\rightarrow B)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow(A\rightarrow C))$.

$\Pi'(3)$ $(A\rightarrow B)\rightarrow((C\rightarrow A)\rightarrow(C\rightarrow B))$.

$\Pi'(4)$ $(A\rightarrow(A\rightarrow B))\rightarrow(A\rightarrow B)$.

$\Pi'(5)$ $A\wedge B\rightarrow A$.

$\Pi'(6)$ $A\wedge B\rightarrow B$.

$\Pi'(7)$ $((A\rightarrow B)\wedge(A\rightarrow C))\rightarrow(A\rightarrow(B\wedge C))$.

$\Pi'(8)$ $A\rightarrow A\vee B$.

$\Pi'(9)$ $B\rightarrow A\vee B$.

$\Pi'(10)$ $((A\rightarrow C)\wedge(B\rightarrow C))\rightarrow((A\vee B)\rightarrow C)$.

$\Pi'(11)$ $A\wedge(B\vee C)\rightarrow B\vee(A\wedge C)$.

$\Pi'(12)$ $(A\rightarrow B)\rightarrow(\neg B\rightarrow\neg A)$.

$\Pi'(13)$ $(A\rightarrow\neg B)\rightarrow\neg(A\rightarrow B)$

$\Pi'(14)$ $A\rightarrow\neg\neg A$.

$\Pi'(15)$ $\neg\neg A\rightarrow A$.

推演规则:

(α) $\dfrac{A, A \to B}{B}$.

(β) $\dfrac{A, \neg A \vee B}{B}$.

(γ) $\dfrac{A, B}{A \wedge B}$.

(δ) $\dfrac{A \to (B \to C), B}{A \to C}$.

安德森和贝尔纳普将 Π' 系统加以修改成为 E 系统.例如放弃了蕴涵怪论加入新的推演规则而又不引起矛盾.又为了避免蕴涵怪论和一些冗余命题,修正了衍推定理:如果 $\Gamma = 0$(空集)或 Γ 之每一元素(命题)具有形式 $A_i \to B$;如果 $\Gamma, A \vdash E \to B$,则 $\Gamma \vdash E \to A \to B$. E 系统体现了逻辑的必然性、相干及衍推的直觉意义.下面扼要说明 E 系统:

初始符号:

命题变项:$p, q, r, \cdots$

命题联结词: $\wedge, \vee, \neg$

括号:(,),[,]

命题语法变项:$A, B, C, \cdots$

定义:

NA 定义为:$A \to A \to A$.

NA 定义为:$\neg(N \neg A)$.

$A \leftrightarrow B$ 定义为:$(A \to B) \wedge (B \to A)$.

公理:

E_1 $A \to A \to B \to B$.

E_2 $A \to B \to ((B \to C) \to (A \to C))$.

E_3 $(A \to (A \to B)) \to (A \to B)$.

E_4 $A \wedge B \to A$.

E_5 $A \wedge B \to B$.

E_6 $((A \to B) \wedge (A \to C)) \to (A \to B \wedge C)$.

E_7 $NA \wedge NB \to N(A \wedge B)$.

E_8 $A \to A \vee B$.

E_9 $B \to A \vee B$.

E_{10} $((A \to C) \wedge (B \to C)) \to (A \vee B \to C)$.

E_{11} $A \wedge (B \vee C) \to (A \wedge B) \vee C$.

E_{12} $A \to \neg A \to \neg A$.

E_{13} $(A \to \neg B) \to (B \to \neg A)$.

E_{14} $\neg\neg A \to A$.

推定规则:

(α) $\dfrac{A, A \to B}{B}$.

(β) $\dfrac{A, B}{A \wedge B}$.

(γ) $\dfrac{A, \neg A \vee B}{B}$.

(δ) $\dfrac{A \to (B \to C), B}{A \to C}$.

关于 E 系统安德森和贝尔纳普在他们的重要的相干逻辑著作《衍推 —— 相干且必然的逻辑》中有详尽的论述.

3 R 和 RM 系统

3.1 R 系统:

联结词: →(相干蕴涵,有的逻辑家用 ⇒ 表示,以区别于实质蕴涵 → 和严格蕴涵 ⥽)、¬(否定号)、∧(合取号)、∨(析取号)、( )(括号)、○(联合).

公式: A, B, C

公理:

R_1　$A \to A.$

R_2　$A \to (B \to C) \to \cdot\ A \to C.$

R_3　$A \to B \to \cdot\ B \to C \to \cdot\ A \to C.$

R_4　$A \to (B \to C) \to \cdot\ A \to B \to \cdot\ A \to C.$

R_5　$(A \to B) \wedge (A \to C) \to \cdot\ (A \to B \wedge C).$

R_6　$A \wedge B \to A.$

R_7　$A \wedge B \to B.$

R_8　$A \to A \vee B.$

R_9　$B \to A \vee B.$

R_{10}　$(A \to C) \wedge (B \to C) \to \cdot\ A \vee B \to C.$

R_{11}　$A \wedge (B \vee C) \to (A \wedge B) \vee C.$

R_{12}　$(A \to \neg A) \to \neg A.$

R_{13}　$A \to B \to \cdot\ \neg B \to \neg A.$

R_{14}　$A \to \neg\neg A.$

R_{15}　$\neg\neg A \to A.$

推演规则：

$\to E$:　从 $A \to B$ 和 A 推出 B.

$\&I$:　从 A 和 B 推出 $A \wedge B$.

定义：$\leftrightarrows B \stackrel{\text{def}}{=} (A \to B) \wedge (B \to A).$

$A \to B \stackrel{\text{def}}{=} \neg A \vee B.$

$A \leftrightarrow B \stackrel{\text{def}}{=} (A \to B) \wedge (B \to A).$

$A + B \stackrel{\text{def}}{=} \neg A \to B$(内涵析取).

$A \bigcirc B \stackrel{\text{def}}{=} \neg(\neg A + \neg B)$(内涵合取).

定理：

(1)　$A \leftrightarrows \neg\neg A.$

(2)　$A \to B \leftrightarrows .\neg B \to \neg A.$

(3)　$A \to \neg B \to .B \to \neg A.$

(4)　$A \to .A \to B \to B.$

(5) $A \to (A \to B) \to .A \to B.$

(6) $B \to C \to .A \to B \to .A \to C.$

(7) $A \wedge (A \vee B) \leftrightarrows A.$

(8) $(A \vee (A \wedge B)) \leftrightarrows A.$

(9) $A \wedge (B \vee C) \leftrightarrows .(A \wedge B) \vee (A \wedge C).$

(10) $(A \vee .B \wedge C) \leftrightarrows .(A \vee B) \wedge (A \vee C).$

(11) $A \to (B \to C) \leftrightarrows .A \bigcirc B \to C.$

(12) $A \bigcirc B \to C \to .A \wedge B \to C.$

(13) $A \wedge (B \wedge C) \leftrightarrows .(A \wedge B) \wedge C.$

(14) $A \vee (B \vee C) \leftrightarrows .(A \vee B) \vee C.$

(15) $A \bigcirc (B \bigcirc C) \leftrightarrows .(A \bigcirc B) \bigcirc C.$

(16) $A + (B + C) \leftrightarrows .(A + B) + C.$

(17) $A \wedge B \leftrightarrows .B \wedge A.$

(18) $A \vee B \leftrightarrows .B \vee A.$

(19) $A \bigcirc B \leftrightarrows .B \bigcirc A.$

(20) $A + B \leftrightarrows .B + A.$

(21) $A + (B \wedge C) \leftrightarrows .(A + B) \wedge (A + C).$

(22) $A \bigcirc (B \vee C) \leftrightarrows .(A \bigcirc B) \vee (A \bigcirc C).$

(23) $\neg A \wedge \neg B \leftrightarrows .\neg (A \vee B).$

(24) $\neg A \vee \neg B \leftrightarrows .\neg (A \wedge B).$

(25) $\neg A \quad \neg B \leftrightarrows .\neg (A + B).$

(26) $\neg A + \neg B \leftrightarrows .\neg (A + B).$

(27) $A \to .A \vee B.$

(28) $B \to .A \vee B.$

(29) $(A \to C) \wedge (B \to C) \leftrightarrows .A \vee B \to C.$

(30) $(A \to B) \wedge (A \to C) \leftrightarrows .A \to B \to \wedge C.$

(31) $A \to B \leftrightarrows .\neg A + B.$

(32) $A \to B \leftrightarrows .\neg (A \bigcirc \neg B).$

(33) $(A \leftrightarrows B) \leftrightarrows .(A \to B) \bigcirc (B \to A).$

(34) $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \supset B)$.

(35) $(A + B) \rightarrow .A \vee B$.

(36) $(A \wedge B) \rightarrow .A \bigcirc B$.

(37) $A \leftrightarrows .A \wedge A$.

(38) $A \leftrightarrows .A \vee A$.

(39) $A \rightarrow .A \bigcirc A$.

(40) $(A + A) \rightarrow A$.

需要说明的是 E 和 R 都有各自的比较直观的自然演绎系统. R 系统更加明确地体现了 E 显示的衍涵关系,体出了相干条件关系的理论.实际上,经典逻辑的实质蕴涵和直觉主义条件命题也可以转换为 R 的子系统.

3.2 *RM* 系统

与 R 相近的系统有 E,T,EM 和 RM,我们扼要说明一下 RM. RM 系统是可判定的,它有很多值得注意之处.

RM 系统不仅与 R 相近,就是与 E,EM 也息息相关,例如:一些 RM 的逻辑规则与 E 系统相对应的规则相同,RM 系统内 $(\vee\text{-elim})^{RM}$,$(\rightarrow\text{-intro})^{RM}$ 与 $(\vee\text{-elim})^{EM}$,$(\rightarrow\text{-intro})^{EM}$ 相似.由 E 衍推关系断定的结构规则,加之 EM 结构规则,可得到 RM 之结构规则:

(vi) 如果 $\Gamma \vdash A$,且 $\Theta \vdash B$,则 $\Gamma,\Theta \vdash A \vee B$.

(vi)′ 如果 $\Gamma \vdash A$,且 $\Theta \vdash A$,则 $\Gamma,\Theta \vdash A$.

(vii) 如果 $A,\Gamma \vdash B$,则 $A,A,\Gamma \vdash B$.

(viii) $A,\neg A \vdash A$.

(ix) $\neg(A \rightarrow A),B \vdash B$.

(x) $A,A,B \vdash B$.

RM 有下列定理:

$RM4$ $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow .B \rightarrow A$.

$RM5$ $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$.

$RM6$ $A \to B \to .B \to .A \to B.$

$RM7$ $A \to B \to .\neg A \to .A \to B.$

$RM8$ $A \to B.\neg A \vee B \to .A \to B.$

$RM9$ $A \to B \to .A \to .A \to B.$

$RM10$ $A \to B \to .A \to B \to .\neg A \vee B.$

$RM11$ $A \to B \to .(A \to B) \leftrightarrows (\neg A \vee B).$

$RM12$ $\neg(A \to B) \to .A \to B \to \neg A.$

$RM13$ $A \to B \to .\neg B \to .A \to B.$

$RM14$ $\neg(A \to B) \to .A \to B \to B.$

$RM15$ $\neg(A \to B) \to .A \to B \to .\neg A \wedge B.$

$RM16$ $\neg(A \to B) \to .\neg A \wedge B \to .A \to B.$

$RM17$ $\neg(A \to B) \to .(A \to B) \leftrightarrows (\neg A \wedge B)$

下面对以上部分定理给出证明：

证明 $RM4$：

$$A, \neg A, B \neg B(X).$$

$$\neg A, B \vdash A \to B.$$

$$B \vdash \neg A. A \to B \vdash \neg(A \to B) \to A.$$

$$B, \neg(A \to B) \vdash A.$$

$$\neg(A \to B) \vdash B \to A.$$

$$\vdash \neg(A \to B \to .B \to A).$$

证明 $RM5$：

$$\neg(A \to B) \to .B \to A \vdash A \neg\neg(A \to B)$$

$$\vee (B \to A) \vdash (A \to B)(B \to A)$$

$$\vdash \neg(A \to B) \to .B \to A$$

$$\vdash (A \to B) \vee (B \vee A)$$

证明 $RM7$：

$$\neg B \to \neg A, \neg B \vdash \neg A$$

$$\neg A \vdash \neg A$$

$$\neg B \to \neg A, \neg B, \neg \vdash A \qquad (\text{vi})'$$

$\neg B \to \neg A, \neg A \vdash \neg B \to \neg A \vdash A \to B$

$A \to B \vdash \neg B \to \neg A$

$A \to B, \neg A \vdash A \to B$

$A \to B \vdash \neg A \to .A \to B$

证明 *RM*8：

$A \to B, A \vdash B$

$B \vdash B$

$A \to B, A, B \vdash B$ （vi）′

$A \to B, B \vdash A \to B$

$A \to B, \neg A \vdash A \to B$ 见 RM7

$A \to B, \neg A \vee B \vdash A \to B$

$A \to B \vdash A \vee B \to A \to B$

证明 *RM*12：

$A \to B, A \vdash B$

$A \to B, A \vdash B$

$A \to B, A, A \vdash B$

$A \to B, A \vdash A \to B$

$A \to B \vdash A \to .A \to B \vdash \neg(A \to B) \to \neg A$

$A \to B, \neg(A \to B) \vdash \neg A$

$\neg(A \to B) \vdash A \to B \to \neg A$

证明 *RM*13：

$A, A \to B \vdash B$

$B, \neg B \vdash B$ （viii）

$A, A \to B, \neg B \vdash B$

$A \to B, \neg \vdash A \to B$

$A \to B. \vdash \neg B.A \to B$

证明 *RM*14：

$A \to B \vdash \neg B \to .A \to B \vdash \neg(A \to B) \to B$

$A \to B, \neg(A \to B) \vdash B$

$\neg(A \to B) \vdash A \to B \to B$

证明 $RM15$：

$\neg(A \to B), A \to B \vdash \neg A$ $\qquad RM12$

$\neg(A \to B), A \to B \vdash B$ $\qquad RM14$

$\neg(A \to B) \vdash A \to B \to \neg A$

$\neg(A \to B) \vdash A \to B \to B$

$A \to B \vdash (A \to B \to \neg A)$

$\quad \wedge (A \to B \to B) \vdash A \to B \to A \wedge B$

证明 $RM16$：

$\neg A, B, A \vdash B$

$B, \neg A \vdash A \to B$

$B \vdash \neg A \to (A \to B) \vdash \neg(A \to B) \to A$

$B, \neg(A \to B) \vdash A$

$\neg(A \to B) \vdash B \to \neg B \vee A$

$\neg(A \to B) \vdash \neg B \vee A$

$\neg(A \to B) \vdash \neg B \vee A$

$\neg(A \to B), \neg(A \to B) \vdash \neg B \vee A$ $\qquad$ (vi)′

$\neg (A \to B) \vdash \neg(A \to B \to . \neg B \vee A \vdash \neg(\neg B$

$\quad \to A) \to . A \to B$

$\neg(A \to B), \neg(\neg B \vee A) \vdash A \to B$

$\neg A \vee B \vdash \neg(\neg B \vee A)$

$\neg(A \to B), \neg A \wedge B \vdash A \to B$

$\neg(A \to B). \vdash \neg A \wedge B \to A \to B$

除以上介绍，*RM* 还有一些其他的特点，例如它只满足弱相干原理，它还有自然演绎系统 *FRM*，*RM* 与其他系统等价等不再介绍.

4 相干模态、语义、代数及判定问题

4.1 相干模态

相干逻辑家在构建以上一些相干逻辑系统的同时，很自然的考虑到相干和模态的关系. 例如取 $\Box$ 为初始一元联接词，附加一些公理(如 $\Box A \to A$；$\Box(A \to B) \to \Box A \to \Box B$ 等) 及规则 $\Box I$ 就可由 R 得 $R\Box$ 系统，其中既包含了相干蕴涵又含有模态的性质，又可见二者之间的关系. 如果以“必然性”限制可推导性，由 R 系统与刘易斯的严格蕴涵系统 S_4 结合，可以得到一个纯衍推命题演算系统 $E_{\to}$. 对此，也有人提出异议，例如迈耶(R.K.Meyer)就认为衍推不是任何意义下的模态逻辑，衍推不能用任何一元模态词定义，它只是“本质相干”. 尽管如此，还是有些逻辑家进行着建立相干模态逻辑系统的探索. 其中，苏联逻辑学家作了不少工作，他们在深入研究类函数语义学基础上，提出建立模态相干系统的方案. 以必然真、偶然真、必然假、偶然假为模态词，模态的状态描述就是集合 $\{P_1, P_2, \cdots P_n\}$，其中每个 $\bar{P}$ 都是下列之一：或 $\Box P_1$，或 $\neg\Diamond P_1$，或 $P_1 \wedge \neg\Box P_1$，或 $\neg P_1 \wedge \neg\Diamond P_1$. 为进一步向相干逻辑过渡，采取概括的状态描述，对于任何变项 P_1，集合 $\{\Box P_1, \neg\Diamond P_1, P_1 \wedge \Diamond\neg P_1, \neg P_1 \wedge \Diamond P_1\}$ 的任一分子集都可以列入状态概括性描述之中. 逻辑联项的定义仍与类函数语义中一样，而推论是按以下原则确定，即：能够从 A 逻辑地推出 B，当且仅当信息 B 是信息 A 的组成部分. 这一原则，或者说信息概念，对于定义相干推论可以摆脱关于世界本体论的假定，而只考虑逻辑常项的意义. 不过，这仍是一家之言，关于相干与模态的结合尚在进展、完善之中.

4.2 相干语义

近年，相干逻辑家又深入到研究相干语义问题. 安德森 1963

年发表了论文《开放问题》,其中列举了 E,E_Q 的语义问题.他指出,关于相干逻辑一些系统的语义问题,并不是不重要的问题,它仍然是开放的保留下来的首要问题.安德森在文中赞同地引用了一些贝尔纳普早期关于为一阶衍推所提供的代数语义学思想,并认为发现 E 的一般语义学以及适当的完全性定理是仍待解决的问题.美国逻辑学家克里普克(S.A.Kripke)在发表安德森论文的同一种杂志上发表了有关模态逻辑语义学的论文,他在论文中首次建立了模态逻辑和直觉主义逻辑的语义学,对固定记号、本质属性,必然真理建立在"可能世界"模态逻辑语义学基础之上,特别是对必然真理提出独到见解.这样,克里普克类型(风格)语义学(有时称为"可能世界语义学"或"集合论语义学")似乎成为范例,当然,他也为 S_5 提供了语义学.因此,E 和 R 都引入了代数语义学和克里普克风格语义学.R 系统的克里普克风格的语义学是由卢特莱(R.Routley)和迈耶提出的.其中引入一些符号,例如以"$\Rightarrow$"表示直觉语言中的"如果…,那么…",以"$\Leftrightarrow$"表示当且仅当.整个语义学由定义、引理、完全性定理等组成.

4.3 相干代数

有些相干逻辑家,如迈耶等人,在研究中引入算术、代数方法.相干逻辑在正确方法指导下,有些部分被证明符合佳代数结构.这一来,相干算术系统改变着算术研究的传统观念,为算术研究开辟了新领域,提供了新的方法,例如决定算术陈述有没有相干联系的方法.迈耶试图在相干算术系统中实现皮亚诺的算术公理化,以形成严密的相干算术系统.下面我们就 R 代数作一简要介绍:

其中德摩根(De.Morgan)准模(monoid)是在一定意义下适合 R 代数的类.

(ⅰ)R 的林登鲍姆代数(Lindenbam's algebra)是它们的一类.

(ⅱ)所有 R 定理在其中是有效的.((ⅱ)规定了正确性规则,(ⅰ)通过典型评价方法提供了完全性).

考虑到德摩根准模 R 的句法常项 t 是基本的，将联合（$\bigcirc$）视为初始联结词是可取的，可能 $\rightarrow$ 定义为（$A \rightarrow B = df \neg(o \neg B)$，但在 R 中（不是在较弱的相干逻辑中）联合可能被定义为 $A \bigcirc B = df \neg(A \rightarrow \neg B)$，但这不是基本的.

一种德摩根准模的结构是

$\mathfrak{D} = (D, \wedge, \vee, \neg, \bigcirc, e)$

（Ⅰ）$(D, \wedge, \vee, \neg)$ 是一种德摩根模式

（Ⅱ）$(D, \bigcirc, e)$ 是阿贝尔（N. Abel）准模，即 $\bigcirc$ 是一种可交换性的，联合 D 与 e 等同的二元运算，即 $e \in D$ 并且 $e \bigcirc a = a$ 对所有的 $a \in D$.

（Ⅲ）这准模由于格而有序，即，$a \bigcirc (b \vee c) = (a \bigcirc b) \vee (a \bigcirc c)$.

（Ⅳ）$\bigcirc$ 是上半幂等（'增平方'），即 $a \leqslant a \bigcirc a$.

（Ⅴ）如果 $a \bigcirc \neg c \leqslant b$，则 $a \bigcirc b \leqslant c$.

实际上德摩根准模在邓恩（J. M. Dunn）和迈耶笔下都有过描述，并且在表明 r 的可容性中运用过. 将 R 和德摩根准模联系起来的关键在于剩余，即有一个"剩余的"运算程序，所以

（Ⅵ）$a \bigcirc b \leqslant c$，如果 $a \leqslant b \rightarrow c$.

这个运算实际上证明了 $\neg(b \bigcirc c)$（借助于弱系统或正 R，设剩余定律是重要的）这样

(1) $a \bigcirc b \leqslant c \Leftrightarrow b \bigcirc a \leqslant c$　　交换律

(2) $a \bigcirc b \leqslant c \Leftrightarrow b \bigcirc \neg a$　　Ⅰ(V)

(3) $a \bigcirc b \leqslant c \Leftrightarrow a \leqslant \neg(b \bigcirc \neg c)$ 2 德摩根格式.

作为对（Ⅵ）能力的说明，我们从联系中说明后面的前置公理的代数对等式. 首先说明从（Ⅲ）给出的定律：

（单调）$a \leqslant b \Rightarrow c \bigcirc a \leqslant c \bigcirc b$.

下面考虑"前置"：

(1) $a \rightarrow b \leqslant a \rightarrow b$

(2) $(a \rightarrow b) \bigcirc a \leqslant b$　　1，（Ⅵ）

(3) $(c \to a) \bigcirc c \leq a$　　1　代换

(4) $(a \to b) \bigcirc ((c \to a) \bigcirc c) \leq b$　　2,3 单调

(5) $((a \to b) \bigcirc (c \to a)) \bigcirc c \leq b)$　　4,相关

(6) $(a \to b) \bigcirc (c \to a) \leq c \to b$　　5,(Ⅵ)

(7) $a \to b \leq ((c \to a) \to (c \to b))$　　6,(Ⅵ)

需要说明的是,德摩根的准模中定义的有效性问题,不像 *Rfde*,有不是 $A \to B$ 的定理,例如 $A \vee \neg A$.我们需要定义有效性的方法比($U(A) \leq U(B)$ 要宽泛些. e 的一致性可解释命题常项 t,凭借 R 公理 $A \leftrightarrow (t \to A)$ 表示的特性.也有理由计数所有的德摩根准模的元素 a,以便将 $e \leq a$ 作为"特指的",并且在所有德摩根准模中对所有的赋值来说,如果 $V(A) \leq e$,将 A 定义为有效的,可得如下定理:

$$a \leq b \Leftrightarrow e \leq a \to b$$

这是紧接于(Ⅵ)后面的定理, e 是元素,意味着(7)可转化为

$$e \leq (a \to b) \to ((c \to a) \to (c \to b))$$

作为有效的前置.

R 的其他定理通过相似的方法可得到证实.

由以上介绍可见相干代数之一斑.这方面的研究仍向前推进着.

4.4　判定问题

当前,相干逻辑学家的着眼点之一就是探索相干逻辑系统的判定问题.所谓判定就是指怎样找出一种方法,去判定某事物是否具有某种性质.在符号逻辑中,判定问题的一般形式是:给出一个集合 A 和一些性质 P,找出某种算法,使它能表明对于集合 A 中任一元素 a 是否具有性质 P;或能够证明不可能找到这种算法.如果能找到这种算法,证明这种判定步骤存在,相应的判定问题是能行可解的;如果证明不存在这种判定步骤,相应的判定问题就是能行不可解的;如果介于以上二者之间,相应的判定问题就是半可解

的,也就是半可判定的.相干逻辑家看到,历史上命题逻辑中命题演算公式的普遍有效性就是由不可判定达到可判定,也就是通过真值表能行地判定.由此可以设想相干逻辑系统的判定问题是可以探索的.实际上,相干逻辑一个重要问题就是关于是否存在一个判定程序来判定公式是 E 系统的定理还是 R 系统的定理等.当然,从形式上说,或是对 E 来说,或是对 R 来说,在这方面进行过探索的人不会认为对其中一方面(对 E 或对 R)的解释,不会引至对另一方面的解释.时间一年又一年的过去了,不少相干逻辑家对判定问题进行了不遗余力的探索,但未获完满的解决,我们将列举、分析一些这方面的实例,也有一些仅仅是其中的片断.

零阶公式:

这仅仅是包含 $\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$ 的公式.R 和 E 的零阶定理与经典命题演算一样,理所当然的通过通常的二值真值表就产生一个判定程序.

正 R:

邓恩和明克(G.E.Minc)独立地发展了一个针对 R 的甘岑式的演算,当然有一些特色.这种演算系统是没有否定的 R,即 LR^{+}.LR^{+} 在形式的序列的序列前边增加一个形式嵌入词语,并由此出发,又为了更加形式化,将序列区分为二类:"内涵序列"和"外延序列"(前置号取"I"或"E").一个前件能接着一个形式内涵序列,一个外延序列可能最后提及,或者对同一事物的"内涵序列"和"外延序列"可以互换(但不允许"堆积",例如内涵序列的内涵序列必须是析取式.外延序列则以合取,即 $\wedge$ 解释,内涵序列用"内涵联合"即 $\bigcirc$ 解释.这样,完全的 R 系统可定义为 $A\bigcirc B=\rightarrow(A\rightarrow\rightarrow B)$).

对序列可用符号来表示,来区分:外延序列用逗号(,);内涵序列则使用分号(;),对二者中任一个如可能有两种解释的用星号(*),也使用明显的代入记号:

排列(置换) $\dfrac{\alpha[\beta * \gamma] \vdash A}{\alpha[\gamma * \beta] \vdash A}$

紧缩 $\dfrac{\alpha[\beta * \beta] \vdash A}{\alpha[\beta] \vdash A}$

变弱 $\dfrac{\alpha[\beta] \vdash A}{\alpha[\beta, \gamma] \vdash A}$, (证明 β 非空)

$(\vdash \rightarrow)\dfrac{\alpha; A \vdash B}{\alpha \vdash A \rightarrow B}$ $(\rightarrow \vdash)\dfrac{\alpha \vdash A \quad \beta[\beta] \vdash C}{\beta[\alpha; \rightarrow \beta] \vdash C}$

$(\vdash \wedge)\dfrac{\alpha \vdash A \text{ 或 } \alpha \vdash \beta}{\alpha \vdash A \wedge \beta}$ $(\wedge \vdash)\dfrac{\alpha[A, B] \vdash C}{[A \wedge B] \vdash A}$

$(\vdash \vee)\dfrac{\alpha \vdash A}{\alpha \vdash A \vee B}, \dfrac{\alpha \vdash B}{\alpha \vdash A \vee B}$

$(\wedge \vdash)\dfrac{\alpha[A] \vdash C \text{ 且 } \alpha[B] \vdash C}{\alpha[A \vee B] \vdash C}$

$(\vdash \bigcirc)\dfrac{\alpha \vdash A \quad \beta \vdash B}{\alpha; \beta \vdash A \bigcirc B}$ $(\bigcirc \vdash)\dfrac{\alpha[A; B] \vdash C}{\alpha[A \bigcirc B] \vdash C}$

出于技术上的原因,增加带语句常项 t 的公理 $\vdash t$ 和规则

$(t \vdash)\dfrac{\alpha[B] \vdash A}{\alpha[\beta; t] \vdash A}$

至此,两种序列的类已经清楚了,再考虑经典的(直觉的)有效推导式:

(1) $\underline{A \vdash A}$ 公理

(2) $\underline{A, B \vdash A}$ 变弱

(3) $\underline{A \vdash B \rightarrow A}$ $(\vdash \rightarrow)$

(2) 可有不同的解释:

(2 ∧) $(A \wedge B) \rightarrow A$ 或

(2→)　$A(B \to A)$

出于输出和输入的原理，在 LR^+ 中可以认为(2)存在(下二)歧义：

(2,)$A, B \vdash A$　(外延的)和

(2;)$A; B \vdash A$　(内涵的)

(2,)可继续解释为(2∧)，但(2;)应解释为(2○)　$(A \bigcirc B) \to C$.

这样 R 输出用○，而不是用∧(输入则以○和∧). 这样，从(2;)推(3)是有效的，但不能从(2,)推(3). 此外，在 R 中，$A \to C$ 推到 $(A \wedge B) \to C$ 有效，而从 $A \to C$ 推到 $(A \bigcirc B) \to C$ 是无效的. 这样，从(1)推到(2,)有效，从(1)到(2;)无效. 从 LR^+ 总体看仅容许外延序列.

通过考虑通常的经典的导出规则分配律可得：

$$A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee C$$

由此又可派生外延序列是可以表明 LR^+ 的势的例证(排列是左隐含的)：

$\vdots$　　　　　　　　$\vdots$

$\underline{A, B \vdash (A \wedge B) \vee C}$　　$\underline{A, C \vdash (A \wedge B) \vee C}$

$\underline{X \vdash X \quad A, B \vee C \vdash (A \wedge B) \vee C}$　$(\vee \vdash)$

$\underline{X \vdash X \quad A, (X; X \to B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee C}$　$(\to \vdash)$

$\underline{(X; X \to A), (X; X \to B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee C}$　$(\to \vdash)$

$\underline{(X; X \to A, X \to B \vee C), (X, X \to A, X \to B \vee C)}$

$\underline{\vdash (A \wedge B) \vee C}$　变弱(二次)

$\underline{X \to A, X \to B \vee C; X \vdash (A \wedge B) \vee C}$　紧缩

$\underline{(X \to A) \wedge (X \to B \vee C); X \vdash (A \wedge B) \vee C}$　$(\wedge \vdash)$

$\underline{\vdash (X \to A) \wedge (X \to B \vee C) \to [X \to (A \wedge B) \vee C]}$

$(\vdash \to$ 二次$)$

LR^+ 与 R^+ 等值，在 R 系统中 A 是否定自由命题时，如果 A 是 R 的定理，在 LR^+ 中 $\vdash A$ 是可导出的. 不过，认为 LR^+ 是可判定的尚有疑问并且依然是开放的，而且以自然的方法运用 R 的否定去

扩展 LR^{+} 也是有困难的.

由以上所论可见相干逻辑系统判定问题之一斑.

也有些相干逻辑家兴趣颇浓地探索着相干时态问题,并取得一定进展.也有的将 $\forall_x$ 和 $\exists_x$ 引入相干逻辑系统,量化相干逻辑.可以说在相干逻辑领域里,逻辑家们正八仙过海,各显其能.将有一些"相干变体"相继出现.

由于相干逻辑引入不少符号逻辑的方法、原则,又产生出不少的新概念、新方法,这就使它越来越复杂,它面临着难以对付的形式化处理方法和一系列悬而未决的问题,而这只是"内部问题".至于那恼人的"外部问题"也要招架一番,例如非难者不断对相干逻辑提出质疑,甚至认为是"多余".相干逻辑家却只管艰难地走着自己的路,问题不断得到解决,相干逻辑应用的前景也很鼓舞人心,其发展前途是广阔的.

(作者:杨百顺　刘书斌)

参考文献

[1] Ackermann, W.: 1956, Begrundung einer strengen Implikation, J. Symbolic Logic 21, 113-128.

[2] Anderson, A. R. and Belnap, N. D. Jr.: 1975 Entailment: The Logic of Relevance and Necessity, Vol. 1, Princeton University press, Princeton.

[3] Belnap, N. D. Jr.: 1960c, Entailment and relevance, J. symlokic Logic 25, 144 – 146.

[4] Belnap, N. D. Jr., Gupta, A., and Dunn, J. M.: 1980 A consecution calculus for positire relevant implication with necessity, J. Philosophical Logic 9, 343 – 362.

[5] Dunn, J. M.: 1973, A Gentzen system for positive relevant implication (abstract), J. Symbolic Logic 38, 356 – 357.

[6] Kripke, S. 1959, The problem of entailment (abstract), J. Symbolic Logic 24, 324.

[7] Meyer, R, K. : 1973 Institutionism, entailment, and negation, in H. Leblanc(ed), Truth, syntax and Modality, North-Holland Publishing Co., pp. 168-198.
[8] Meyer, R. K. : 1976, Relevant arithmetic, Bulletin of the Section of Logic 5, 133 ~ 137.
[9] Meyer, R. K. : 1980, Relevantly interpolating in RM, Research Paper No.9, Logic Group, R. S. S. S., Australian National University.
[10] Minc, G. E. : 1972, Cut-elimination theorem in relevant logic, J. Sov. Math. 6(1976).
[11] Van Fraassen, B. : 1969, Facts and tautological entailments, J. Philosophy 66, 477 ~ 487.
[12] Wolf, R. G: 1978, Are relevant Logics deviant?, Philosophia 7, 327 - 340.
[13][14] 王雨田主编. 现代逻辑科学导引, 上册, 北京: 中国人民大学出版社, 1987.
[15] 洪成完. 衍推与相干 — 内涵逻辑之数学研究.

(三) 多 值 逻 辑

1 引 言

现代逻辑按其发展可分为古典逻辑和非古典逻辑. 通常意义下的二值逻辑(Two-valued Logic) 指的就是古典逻辑. 古典逻辑又称作正统数理逻辑或标准逻辑, 它以二值命题演算 *PC* 和谓词演算 *FC* 为基础. 在二值逻辑中, 所有命题被穷尽地划分为两个互不相交的子集: 真命题集和假命题集, 命题的真值数目只有两个: 真或假(1 或 0, 1 或 2), 并在此基础上构建逻辑系统.

多值逻辑(Many-valued Logic), 顾名思义, 是从真值数目的角度对二值逻辑的修正. 不同于传统的二值逻辑, 多值逻辑允许命题的真值可以取三个、四个, ……, 有穷个乃至无穷个. 因此, 命题可

以取两个以上的真值,或更一般地,命题可以取任何有穷个或无穷多个真值,这样的逻辑系统,称为多值逻辑.

多值逻辑与二值逻辑划界的要点就是命题所取真值的数目,即命题被穷尽地划分为互不相交的子集的数目.在涉及具体的多值逻辑系统时,我们规范地称之为 $n(n>2)$ 值逻辑.一个系统是 n 值的,如果该系统特征真值表具有值的最少个数为 n.按照对真值数目的基本假设,有效的多值系统可分为三大类:第一类,真值数目是一个完全确定的、大于2的整数,如3、5、6等等;第二类,真值数目由一类数表示,如用 2^n, $3n$, n^2 等来表示;第三类,真值数目可以取一个任意的有穷或无穷集.

2 多值思想发展史

(1) 对命题真值的讨论始于逻辑科学产生初期.古希腊哲学家亚里士多德在他的逻辑巨著《工具论》的《解释篇》中,提出了每个直陈语句或者是真或者是假的主张.这就是传统逻辑中"每个陈述句(命题、判断)是真的或是假的"二值原则的最初陈述.尽管亚里士多德逻辑绝大多数是在二值原则下讨论的,但他在《解释篇》第九章中对未来偶然事件的讨论说明了他的思想并未局限在二值领域.他说:"所有的事物在现在或将来的时间里都或者必然存在,或者不存在;或者必然地产生,或者不产生.但要确定其中一个命题,并说它就是必然的,这是不可能的,我的意思是,一场海战在明天或者发生,或者不发生,这是必然的;但这场海战将发生或将不发生并不是必然的.只是在或者明天发生或者明天不发生这一点上是必然的.正如命题的真实就在于符合事实,很显然,就那些包含了偶然性或在相反方向的可能性的事件而言,关于这些事件的两个矛盾命题,也必然具有同样的性质.

…… 很显然,就矛盾命题中所有肯定命题和否定命题来说,其一为真实,其一为虚假,这并不是必然的,因为这些事件还只

是一种可能性,而不是现实的存在,它和现实存在的事物是有差别的."①

这段论述向我们阐明,对未来偶然事件的命题的真值状况,仅用真假二者选一的方法,实际上是不可判定的.尽管对亚氏的上述观点尚有许多争议,但很多《工具论》的注释者都认为,亚氏断定了,未来偶然命题,既非实际真,也非实际假,而是潜在的二者,它具有一个第三种,不可判定的真值状态.从而预见了多值的可能.

(2) 在中世纪,未来偶然事件的真值问题也被逻辑学家们广泛研究.阿拉伯逻辑学家彼得 · 阿伯拉尔在其著作《论辩术》中,为亚里士多德否认二值原则的普遍有效性做辩解,主张:一个命题在一个时候可以真,在另一个时候可以假.天主教的圣托马斯 · 阿奎那(St. Thomas Aquinas)也讨论了未来偶然事件和上帝的先知问题,对反对上帝具有未来偶然事件知识的异议予以驳斥.当时许多哲学家赞同亚里士多德的观点:关于将来的命题既不一定真,也不一定假,虽然该命题和其否定的析取是真的.

对未来偶然事件命题的讨论一直延续到波兰逻辑学家卢卡西维茨(J. Lukasiewicz),成为他发展三值逻辑的动力和主导思想.

(3) 多值逻辑的真正形式化创始人是苏格兰的麦柯尔、美国的皮尔士、俄国的瓦西里列夫(N. A. Vasilév).麦柯尔草拟了一个命题逻辑系统,其中命题可以取许多不同的真值,不仅仅局限于传统的真和假,还有模态值确定(必然),不可能和变化(偶然).他还列举了三个命题来说明这三个真值:"$2 = 2$"(必然)、"$3 = 2$"(不可能)和"$x = 2$"(偶然).皮尔士构想出一个与亚里士多德未来偶然问题相联系的中介真值的概念.瓦西里列夫则表述了一条"非亚里士多德"逻辑的定理,在该逻辑中,命题的状态可以是肯定的、否定的或无差别的.这些先驱工作预示了多值逻辑后来的发展.

① 亚里士多德全集,中译本,1卷,中国人民大学出版社,1990:60 ~ 61.

3 多值逻辑系统的主要来源

3.1 卢卡西维茨最先创立了三值逻辑系统 L_3

历史上第一个对多值逻辑进行系统地理论研究的，是卢卡西维茨.他在1920年最先创立了一个三值逻辑系统 L_3.

卢卡西维茨对多值逻辑的研究继承了逻辑史上对未来偶然事件讨论的成果，并加以现代化发展.他认为，对反映未来偶然事件的命题来说，对其性质和关系的描述，仅用二值是不够的.除了经典的"真"和"假"以外，还应有第三值"可能"、"中性".他论述道："我可以无矛盾地假定：我在明年的某个时刻，例如12月21日中午，出现在华沙，这在现在的时刻是不能肯定或否定地解决的.因此，我在所说的时间将在华沙，这是可能的但不是必然的.根据这个预先假定，我在明年12月21日中午出现在华沙这句话在现时既不是真的，也不是假的.因为如果它现时是真的，那么我未来在华沙的出现就一定是必然的，而这与预先假定矛盾；如果它现时是假的，那么我未来在华沙的出现就一定是不可能的，而这也与预先假定矛盾.因此，所考虑的这句话在现时既不真也不假，必有与0(或假)和1(或真)不同的第三值.我们可以用"1/2"来表示这一点：它是可能的，作为第三值是与"真"和"假"并行不悖的.这就是产生三值命题逻辑系统的思路."①

应当指出，这里的"可能"并不是一个插入命题内部结构的模态算子，而是命题在与实际关系中的一个赋值.它居于命题本身之外，而并未进入命题的内部结构.

于是命题被穷尽地划分为三个互不相交的子集：① 真命题；

① 转引自威廉·涅尔，玛莎·涅尔.逻辑学的发展，中译本，商务印书馆，1985：709.

② 假命题;③ 中性命题.

按照三个真值,卢卜西维奇重新定义真值函数,构造了新的命题演算系统:

真值:1(真)、0(假)、1/2(第三值),

命题 x 的否定以及命题 x 和 y 的蕴涵由真值表定义:

x	Nx
1	0
0	1
1/2	1/2

C	1	0	1/2
1	1	0	1/2
0	1	1	1
1/2	1	1/2	1

命题 x 和 y 的合取以及析取由否定和蕴涵定义:

$$Axy = CCxyy$$

$$Kxy = NCCNxNy \text{ 或 } = NANxNy$$

同样也可以由真值表定义:

A	1	0	1/2
1	1	1	1
0	1	0	1/2
1/2	1	1/2	1/2

K	1	0	1/2
1	1	0	1/2
0	0	0	0
1/2	1/2	0	1/2

函数也可以写成下面的等式:

$$Nx = 1 - x;$$

$$Cxy = \begin{cases} 1, & \text{如 } x \leqslant y; \\ 0, & \text{如 } x > y. \end{cases}$$

$$Axy = \max(x, y);$$

$$Kxy = \min(x, y).$$

利用后一种定义方式,卢卡西维茨将 L_3 推广到有穷值系统 $L_n(3 \leqslant n \leqslant \omega)$:

命题的真值用0到1间的有理数表示,即取如下 n 个值:0, $\frac{1}{n-1},\frac{2}{n-1},\cdots,\frac{n-2}{n-1}$,1;

$$Cxy = \min(1,1-x+y);$$
$$Nx = 1-x.$$

显然,如果用1表示真,0表示假,L_2 就等同于PC系统;如果用1表示真,0表示假,1/2表示"中间值",L_3 就等同于卢卡西维茨三值系统. L_n 系列系统乃是经典二值命题演算系统PC和卢卡西维茨三值系统的多值推广.

进一步,取0到1间的所有实数作为真值,同样可以得到卢氏三值系统的一个无穷值推广 L_{λ_0}.

卢卡西维茨系统于1934年为塔尔斯基(A.Tarski)和瓦基斯堡(M.Wajsberg)公理化:

1) $CxCyx$.

2) $CCxyCCyzCxz$.

3) $CCCxNxxx$.

4) $CCNyNxCxy$.

3.2 波斯特的多值系统

1921年,波斯特(E.L.Post)独立地发表了他自己的多值系统.

在西方逻辑史上,波斯特的名字同维特根斯坦的名字,与真值表的发现和使用联系在一起.在对初等逻辑真值表的研究过程中,波斯特开始考虑非正统的形式系统的建立.同卢卡西维奇不同,他从纯形式的研究开始:仅仅考虑命题的真值数目.在非正统的形式系统中,他允许每个变元不仅可以取两个真值,真(T)和假(F)中的任意一个,还可以取给出的 n 个不同的值 $1,2,\cdots,n$ 中的任意一个,并且由这些命题变元组成的函数的值也可以取同样的 n 个值中的任一个.从纯形式的角度出发,波斯特对表达式"值 i"具有何种意义的问题并不感兴趣,他的注意力实际上只集中在纯逻辑关

系上,由这些逻辑关系定义的变元和函数可以替代命题.

波斯特将他的多值系统作为二值系统的推广来构造:

真值:$1,2,\cdots n$.

否定 N 用真值表定义:

x	N^1x
1	2
2	3
⋮	⋮
n	1

x	N^2x
1	n
2	$n-1$
⋮	⋮
n	1

或表述为形式:

1) $N^1x = x + 1, N^1n = 1$;

2) $N^2x = n - x + 1$.

Axy 表示 x 和 y 的析取,但定义与卢卡西维奇不同,他令:

$Axy = \min(x,y)$;

合取用析取 A 和否定 N^2 定义:

$$Kxy = N^2AN^2xN^2y.$$

可以证明它还可以表示为:

$$Kxy = \max(x,y).$$

同在二值逻辑中一样,这仅涉及到真值符号系统的选择,并无重要意义.选择了 min 表示 A 和 K 中的一个,就必须用 max 表示另一个,由此可以看出二值析取和合取关系——德·摩根律——在多值结构中的推广.

与其他多值系统相比,波斯特的系统有许多特点.许多其他系统的多值真值表都是正规的:它们相似于类似的二值真值表,尤其是角部的值与经典真值表都十分相近.而波斯特的却是个例外,上面的否定真值表反映出它是循环的.

波斯特无穷值系统 P_{λ_0},后来也为人建立起来:

真值取 1、0 和形式为$(1/2)^K$(K 为正整数) 的分数,即无穷序列:

1,1/2,1/4,⋯,0,

函数为:

$$Nx = \begin{cases} x, & \text{如 } x = 0; \\ \frac{1}{2}, & \text{如 } x \neq 0. \end{cases}$$

$$Axy = \max(x, y);$$
$$Kxy = NANxNy;$$
$$Cxy = ANxy;$$
$$Rxy = KCxyCyx.$$

同样利用这些函数,并取 1 到 0 间的一切实数为真值,就可得到波斯特不可数无穷值系统 P_λ.

3.3 多值逻辑的另一个重要来源 —— 布劳维尔的数理哲学思想

直觉主义大师布劳维尔(J. Brouwer) 在有关数学基础问题论述中的某些思想可以说是多值逻辑的另一个主要理论来源. 作为一个数学家,布劳威尔毕生致力于哲学问题的研究,提出了具有自己特色的数理哲学观点. 正由于其新颖而又富有创见性的思维方法,他在对数学基础研究中对传统的规则、定律提出质疑(诸如排中律和双重否定律). 他认为,应该限制排中律在数学中的普遍有效性,只有在一个决定了的、可构造的和有穷的数学系统中,排中律才是有效的.

这样便触及了古典数学和古典逻辑的根基. 以形式"x 或非 x","$x \vee Nx$" 在传统逻辑中表示的排中律清楚地表达了二值的假设. 对它的普遍有效性的怀疑必然导致对二值假设的绝对性的怀疑.

同样在二值逻辑中,有双重否定律,即 $KCNNxxCxNNx$ 有效(x

的双重否定等值于 x）. 布劳维尔的思想相当于：保留 $CxNNx$，排除 $CNNxx$，来"弱化"该定律.

按照他的观点，海丁(A. Heyting) 构造了一个公理系统，它符合下列真值表：

x	Nx
1	0
0	1
1/2	0

C	1	0	1/2
1	1	0	1/2
0	1	1	1
1/2	1	0	1

A	1	0	1/2
1	1	1	1
0	1	0	1/2
1/2	1	1/2	1/2

K	1	0	1/2
1	1	0	1/2
0	0	0	0
1/2	1/2	0	1/2

1) $CxKxx$

2) $CKxyKyx$

3) $CCxyCKxzKyz$

4) $CKCxyCyzCxz$

5) $CyCxy$

6) $CKxCxyy$

7) $CxAxy$

8) $CAxyAyx$

9) $CKCxzCyzCAxyz$

10) $CNxCxy$

11) $CKCxyCxNyNx$

按照海丁给出的真值表，$CNNxx$ 和 $AxNx$ 在此系统中并不永真，$CNN\frac{1}{2}\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，$A\frac{1}{2}N\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. 这样就将排中律和双重否定律从系统的定理中排除.

3.4 多值逻辑一个重要的思想来源：严格蕴涵系统

二值逻辑中的永真式 $CxCNxy$，$CyCxy$，$CKxNxy$ 和 $CxAyNy$ 等，称为蕴涵怪论. 如果符号 C 解释为演绎符号，它们却不能作为演绎规则. 由此刘易斯认识到，对于一个严格形式化的逻辑推理来说，命题逻辑(即利用二值真值表构造的公理系统)或更普遍的任何类型的等价的形式系统，不是绝对的. 蕴涵怪论的产生是由于实质蕴涵的定义. 实质蕴涵只是一种真值蕴涵，不能反映前件与后件间的内容上的必然联系. 于是他提出严格蕴涵的概念，旨在反对错误的蕴涵解释.

严格蕴涵系统的目的在于在有效的公式中排除上述"怪论"

的公式.于是许多使用多值解释的尝试纷纷产生:对函数的重言式的定义,多值提供了更广阔的可研究空间,尤其在重言式中排除不需要的公式,多值结构更是合适,相应地更为方便、容易.

下面介绍阿克曼的六值系统:

真值:符号化为1,2,3,4,5,0.其中2代表谬误(假).

重言式定义为取值为3,4或5的公式;

否定:$Nx = 5 - x$;

蕴涵:$Cxy = 3$, 如 $x = y$
$x = 0$
$y = 5$
$x = 1 \wedge y = 2$
$x = 1 \wedge y = 4$
$x = 3 \wedge y = 4$
$= 0$, 其它情况.

可以证明,此系统排除了上面的"怪论"公式.如当 $x = y = 2$ 时,对 $CxCyx$ 有,$C2C22 = C23 = 0$.同样许多二值逻辑中的重言式在阿克曼六值系统中亦非重言式.

这些哲学的、数学的动机,直接或间接地推动了多值逻辑的现代发展.

4. 各种类型的多值逻辑系统

除前面已介绍的几个多值系统外,还应注意下面几个重要的多值逻辑系统:

4.1 鲍契瓦尔三值系统

1938年,鲍契瓦尔(D.A.Bochvar)构造了他的三值系统,用来解决古典逻辑中的语义悖论.他用形式化的方法证明了某些命题的无意义.命题划分为有意义的和无意义的,一个命题是有意义

的,如果它是真的或假的;而第三值,他解释为“悖论的”或“无意义的”.如对语义悖论“这句话是假的”,鲍契瓦尔认为,它既不真也不假,而是具有第三值“悖论的”或“无意义的”.

进一步,鲍契瓦尔还区分了肯定、否定、析取、合取和蕴涵的内部形式和外部形式:

(1) 内部形式:x,非 x,x 或 y,x 且 y,如 x 则 y;

(2) 外部形式:x 为真,x 为假,x 为真或 y 为真,x 为真并且 y 为真,如果 x 为真则 y 为真.

显然,对有意义的命题,即二值逻辑中的真或假命题,其内部形式和外部形式是等价的.而对具有无意义的第三值的命题,将其代入到内部形式中,得到一个无意义的命题,而代入到外部形式中则否.这种区别跟语言和元语言之间的区别是相对应的.

下面为鲍契瓦尔系统:

1) 符号 $x, y, z, \cdots$ —— 任意命题

2) 真值:1,2,3 —— 分别为真、假和无意义

3) Kxy—— 内部合取,由真值表

K	1	2	3
1	1	2	3
2	2	2	3
3	3	3	3

或由等式 $Kxy = \max(x, y)$ 定义.

4) Nx, Vx 和 Wx—— 内部否定(非 x)、外部肯定(x 为真)和外部否定(x 为假)由真值表定义

x	Nx	Vx	Wx
1	2	1	2
2	1	2	1
3	3	2	2

其他函数由定义得到：

$Axy = NKNxNy$ —— 内部析取

$Cxy = NKxNy$ —— 内部蕴涵

$Rxy = KCxyCyx$ —— 内部等价

$Sxy = KRxyRNxNy$

$K^* xy = KVxVy$ —— 外部合取

$A^* xy = AVxVy$ —— 外部析取

$C^* xy = CVxVy$ —— 外部蕴涵

$R^* xy = KC^* xyC^* yx$ —— 外部等价

$S^* xy = KR^* xyR^* NxNy$

$Tx = NAVxWx$

$Ux = NVx$

Tx 表示 x 为无意义，U 为外部肯定的内部否定符. Vx 表示"x 为真"，用以建立"外部联系". 由内部函数的真值表中可以看出，将不会存在对其原子命题的所有指派恒取值 1 的命题，因为第三值的运算结果仍为第三值，只有加上外部联系才能保证其真值表始终有 1 或 2 的输出值，从而显示出第三值的特别强的作用.

公式定义为：

1) 命题符号为公式；

2) 如果 x 为公式，则 Nx，Vx 和 Wx 皆为公式；

3) 如 x 和 y 为公式，则 Kxy 亦为公式；

4) 其它公式由新算符的定义引进.

在鲍契瓦尔三值系统中，一个公式是可证的(重言式)，如果对其任何变元的值，它恒取值 1. 因此许多二值重言式在 B 系统中并不保持有效. 如 Rxx(二值逻辑中的同一律)就不是 B 系统的定理，因为 $x = 3$ 时，$R33 = 3$. 从而反映出二值的同一律也不是绝对的. 表达式 $x = x$ 和 Rxx 并不同一. 这个事实在鲍契瓦尔对罗素悖论的分析中起了相当重要的作用.

一个公式称为矛盾式，如果对其所有变元的值，它都不取值

1.例如 K^*xWx，$SxWx$，R^*xUx 都是矛盾式.

由“外部形式”命题联接词的定义，不难看出 B 系统与古典二值命题演算 PC 有一部分是同构的.由系统的真值表可以证实下列公式均为 B 系统中的重言式：C^*yCxy，C^*xA^*xy，A^*xTx，$C^*A^*xyA^*yx$ 等等，如果建立下列对应：将命题变元换为有意义的命题变元，将“外部形式”联接词 T，K^*，A^*，C 和 R^* 分别换成古典二值联接词 N，K，A，C 和 R，就可以得到与上面给出公式系统同构的公式系统：$CyCxy$，$CxAxy$，$AxNx$，$CAxyAyx$，等等，加上采取以下规则：

1) 代换规则；

2) 如 x 和 Cxy 为已证公式，则 y 亦然；

3) 如 x 和 y 为已证公式，则 Kxy 亦然.

则这个系统就可以解释为一个有意义命题的二值逻辑公理系统.在此意义上，我们说鲍契瓦尔系统包含了整个古典二值逻辑系统.

4.2　克利尼三值系统

克利尼(S.C.Kleene)同样从数学的角度出发建立了他的三值逻辑系统.其系统中除真和假之外的第三值解释为：

1)“未定的”；或

2)“不知是真是假”(我们不相知道确定的值，或真值根本就不起作用)；或

3)“真或假值都不可能有算法地加以判定”.

真值：

1)“已知真”(相应于真或 1)，

2)“已知假”(相应于假或 2)，

3)“未知真或假”(相应于第三值或 3).

克利尼按两种类型的函数构造他的函数真值表：

1) 弱项；用从二值逻辑中得到的真值表加以定义：在相应于第三值的行和列上，填上第三值的符号，如对 Axy，有

A	1	2	3
1	1	1	3
2	1	2	3
3	3	3	3

其他函数也按此方法构造.

2) 强项;直接由真值表定义:

N	
1	2
2	1
3	3

K	1	2	3
1	1	2	3
2	2	2	2
3	3	2	3

A	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	3
3	1	3	3

R	1	2	3
1	1	2	3
2	2	1	3
3	3	3	3

C	1	2	3
1	1	2	3
2	1	1	1
3	1	3	3

比较后不难发现,N 和 R 的强、弱真值表是相同的.而对蕴涵 C,克利尼的强蕴涵有别于卢卡西维茨的.在 L_3 中 Cxx 保持有效,而在克利尼强三值系统中,Cxx 不再是定理,因为 $C33 = 3 \neq 1$.

克利尼对值的划分也不同于其他的多值系统.从判定的角度,他将值分类为:

1) 已知的(确定的,可判定的),相应于二值的真或假;

2) 未知的值(不确定的,不可判定的).

对真值的认识层次又进一步得到发展.

4.3 莱辛巴赫三值系统

从物理学的角度出发,莱辛巴赫将其三值逻辑系统用来解决量子力学的哲学和逻辑问题.

莱辛巴赫系统的函数大多采用波斯特系统的函数,此外为反

映量子力学的特性,他又引进了全否定、替换蕴涵、拟似蕴涵和替换等值.

真值:1,2,3,分别代表真、假和不定;

函数:

否定:N^1x——x 的循环否定

N^2x——x 的直接否定

N^3x——x 的全否定;

合取:Kxy;

析取:Axy;

蕴涵:C^1xy—— 标准蕴涵

C^2xy—— 替换蕴涵

C^3xy—— 拟似蕴涵;

等值:R^1xy—— 标准等值

R^2xy—— 替换等值.

以上函数均由真值表定义如下:

x	N^1x	N^2x	N^3x
1	2	3	2
2	3	2	1
3	1	1	1

x	y	Kxy	Axy	C^1xy	C^2xy	C^3xy	R^1xy	R^2xy
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	1	2	3	2	2	3
1	3	3	1	3	3	3	3	3
2	1	2	1	1	1	2	2	3
2	2	2	2	1	1	2	1	1
2	3	3	2	3	1	2	2	3
3	1	3	1	1	1	2	3	3
3	2	3	2	1	1	2	2	3
3	3	3	3	1	1	2	1	1

肯定命题为恒取值1的命题.如果一个命题取不同于1的值,就为否定命题.N^1N^1x 表示 x 为不定的,N^1x 表示 x 为假,N^2x 表示 x 为假.

4.4 希斯塔科夫三值系统

希斯塔科夫(V.I.Sešetakov)以韦伯(Webb)函数为基础构造了一个三值演算.他将中继回路作为多值结构的客观模型.

真值:1(假)、2(无意义或不定)、3(真);

韦伯函数 Wxy 由真值表定义:

W	1	2	3
1	2	3	1
2	3	3	1
3	1	1	1

其他函数由之定义:

$F^1x = Wxx$;

$F^2x = WF^1xF^1x$;

$Nx = WWF^1xF^2xWxF^2x$;

$Axy = F^2Wxy$;

$Vx = WF^1xF^2x$.

符号 N,A 和 V 的意义与 B 系统的符号相同.

韦伯函数实际上是二值席弗(Sheffer)函数的一个推广.利用 W 函数,希斯塔科夫证明了,鲍契瓦尔的整个演算在克利尼的三值结构中可以得到.B 系统的第三值"无意义"相应于 K 系统的第三值"未定义".加上定义 $Kxy = NANxNy$ 和 $Cxy = ANxy$ 等,B 系统的其他函数同样可以由 W 函数定义.

4.5 雷瑟瓦(H.Rasiowa)四值系统

真值:1,2,3,4;

蕴涵真值表由扩充二值蕴涵真值表而获得：

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	1	2	1	2
4	2	1	2	1

该系统公理为：

1) $CCxyCCyzCxz$,

2) $CyCxCxy$,

3) $CCCxyCCxyxx$.

它与塔尔斯基 - 贝尔纳斯(Bernays)二值命题演算系统公理极为相似.特殊的是,它的永真式集等于在二值演算中将蕴涵符代换成等价符后仍保持为永真式的那些二值蕴涵演算的永真式之和.

4.6　斯鲁佩基多值系统

在对 L_n 系统的完全性问题研究中,斯鲁佩基(J. Słupecki)证明以 C,N 为基础算符的 L_n 系统不是功能完备的.在 L_n 系统基础上,他又特别地引进一个新算符 T,并定义为:对 L_3,不论 x 取何值,$Tx = 1/2$;对 L_n,始终有 $Tx = 2$. Tx 称为斯鲁佩基函数,它在二值结构中找不到类似物.它独立于 C 和 N,不可能对之进行归约.

在函数 C,N(C,N 的定义与 L_n 系统相同)和 T 基础上,斯鲁佩基发展了塔尔斯基 - 瓦基斯堡的公理系统:

1) $CxCyx$,

2) $CCxyCCyzCxz$,

3) $CCCxNxxx$,

4) $CCNyNxNCxy$,

5) $CTxNTx$,

6) $CNTxTx$.

并构造真值表证明了该公理系统的一致性、独立性和完全性.

4.7 吉诺夫耶夫多值系统

4.7.1 三值系统

真值:1,2,3;

基础函数:① $Axy = \min(x, y)$;

② $Bxy = 2$ 如 $x = y = 2$;

$= 3$ 如 $x = y = 3$;

$= 1$ 其它情况.

与 Axy 不同,Bxy 是二值析取的一个特殊的推广形式;

③ $Nx = 4 - x$;

④ $Mx = x + 1$, 当 $x = 1$ 或 $x = 2$;

$= 1$, 当 $x = 3$.

用以上基础函数,定义:

$Cxy = AANxyMMBxy$,

$Tx = MBxMx$.

4.7.2 n 值结构

原子命题:$x^1, x^2, , \cdots, x^m$;

真值:$1, 2, \cdots, n$;

基础函数 K, B 和 M 定义为:

1) $K(x^1, x^2, \cdots, x^m) = \max(x^1, x^2, \cdots, x^m)(m \geqslant 2)$

2) $M^i x = x + i$,其中 $0 \leqslant i \leqslant n$,并且如果 $x + i > n$,则 $M^i x = x + i - n$;

3) $B(x^1, x^2, \cdots, x^m) = i$, 如果 $x^1 = x^2 = \cdots = x^m = i(1 \leqslant i \leqslant n)$;

$= 1$, 其他情况.

吉诺夫耶夫(A. A. Zinov'ev)证明了,以 K, B 和 M 为基础函

数,可以定义 n 值命题演算的所有可能函数,并阐述了构造方法.

4.8 雅斯科夫斯基多值结构

雅斯科夫斯基(Jaśkowski) 提出了在 n 值真值表基础上构造 $n+1$ 值结构的方法.

给出下列相互关系:

a) 1
$\alpha(1)=0$

b) 1
$\alpha(1)=2$
$\alpha(0)=1$

c) 1
$\alpha(1)=3$
$\alpha(2)=2$
$\alpha(0)=0$

等等. 0,1,2,… 为真值,$\alpha(0),\alpha(1),\alpha(2),\cdots$ 为其否定. 由表 a), b), c),… 分别相应于二值、三值、四值、… 等逻辑.

在 n 值逻辑中,用 N,C,K 和 A 分别表示否定、蕴涵、析取和合取;在 $n+1$ 值逻辑中用 N^*,C^*,K^* 和 A^* 表示,则利用 n 值函数构造 $n+1$ 值函数如下:

1)

N^*	
1	$\alpha(N1)$
$\alpha(x)$	Nx

2)

C^*	1	$\alpha(y)$
1	$C11$	$\alpha(C1y)$
$\alpha(x)$	$Cx1$	Cxy

3)

K^*	1	$\alpha(y)$
1	$K11$	$\alpha(K1y)$
$\alpha(x)$	$\alpha(Kx1)$	$\alpha(Kxy)$

4)

A^*	1	$\alpha(y)$
1	$A11$	$A1y$
$\alpha(x)$	$Ax1$	$\alpha(Axy)$

其中 x 为第一个变量,y 为第二个变量. 对蕴涵来讲,次序尤其重要.

我们用否定和蕴涵来阐明上述格式的作用. 对一值逻辑,其中 $x=Nx=N1=1$,有

N^*	
1	$\alpha(1)$
$\alpha(1)$	1

对二值逻辑,其中 $\alpha(1) = 0$,有

N^*	
1	$\alpha(1) = 0$
$\alpha(1) = 0$	$N1 = 1$

在三值逻辑中,$x = 0, x = 1$ 得到考虑,并且 $\alpha(1) = 2, \alpha(0) = 0$,有

N^*	
1	$\alpha(0) = 0$
$\alpha(0) = 0$	$N0 = 1$
$\alpha(1) = 2$	$N1 = 0$

对一值逻辑蕴涵,有真值表

C^*	1	$\alpha(1)$
1	$C11$	$\alpha(C11) = C11$
$\alpha(1)$	$C11$	$C11$

或

C^*	1	$\alpha(1)$
1	1	$\alpha(1)$
$\alpha(1)$	1	1

在二值逻辑中,$\alpha(1) = 0$,有

C^*	1	$\alpha(1) = 0$
1	$C11 = 1$	$\alpha(11) = 0$
$\alpha(1) = 0$	$C11 = 1$	$C11 = 1$

在三值逻辑中,考虑到 $x = 0, x = 1$ 和 $y = 0, y = 1$,并且 $\alpha(1) = 2, \alpha(0) = 0$, 有

C^*	1	$\alpha(1)=2$	$\alpha(0)=0$
1	$C11$	$\alpha(C11)$	$\alpha(C10)$
$\alpha(1)=2$	$C11$	$C11$	$C10$
$\alpha(0)=0$	$C01$	$C01$	$C00$

即

C^*	1	2	0
1	1	2	0
2	1	1	0
0	1	1	1

有趣的是,用值 1 来代替 n 值真值表的最高值就会得到相应的 $n-1$ 值真值表.

如果一个 $n+1$ 值真值表是按雅斯科夫斯基的方法从一个 n 值真值表得出的,则满足导出真值表的逻辑表达式同样会满足原真值表.因此,在一值逻辑中,二值原则有效;在二值逻辑中,三值原则有效,以此类推.

真值表的倍数增加按以下方式:令 0 和 1 为真值,形成有序对 (1,1),(1,0),(0,1) 和(0,0).并定义 $C(a,b)(c,d)=(Cac,Cbd)$ 和 $N(a,b)=(Na,Nb)$,其中 $a,b,c,d=0$ 或 1.因此解释了在什么情况下 $C(a,b)(c,d)$ 和 $N(a,b)$ 相应于什么值对,并且用符号 1,2,3 和 0 分别替代序对(1,1),(1,0),(0,1) 和(0,0),就得到一个四值的 C 和 N 的定义.用同样的方法,取三值、四值、等等的结果,就可以定义八值、十六值、等等的 C 和 N. A 和 K 的定义类似,利用等式 $A(a,b)(c,d)=(Aac,Abd)$ 和 $(K(a,b)(c,d)=(Kac, Kbd)$.

由二值否定真值表倍增而得到的真值表为

N	
11(=1)	00(=0)
10(=2)	01(=3)
01(=3)	10(=2)
00(=0)	11(=1)

二值蕴涵真值表倍增而得到的真值表为

C	11	10	01	00
11	11	10	01	00
10	11	11	01	01
01	11	10	11	10
00	11	11	11	11

显然这与前面介绍的构造方法所产生的四值蕴涵不一致.将序对换成相应的真值符号,有

C	1	2	3	0
1	1	2	3	0
2	1	1	3	3
3	1	2	1	2
0	1	1	1	1

而对 C^*,有

C^*	1	2	3	0
1	1	2	3	0
2	1	1	1	0
3	1	2	1	0
0	1	1	1	1

按照这二种构造方法,加上相应的多值解释,就可以得到一系列的多值系统.

4.9 罗梭和杜克特多值系统

罗梭(J.B.Rosser)和杜克特(A.R.Turquette)对多值系统进行了较详尽的理论研究.他们用纯形式化的方法定义其多值系统:

$H1$.给出一个有穷或可数无穷符号集.公式为从给出符号集中得出的有穷线性序列,其中符号在给出的公式中可以出现两次以上.于是一个确定的所有公式的非空子集选作系统的命题集.个

体命题用 $P,Q,R,\cdots$ 表示.个体命题即原子命题.

$H2$. 命题的 b 个函数表示为

$F_1(P_1,P_2,\cdots,P_{a_1})$,

$F_2(P_1,P_2,\cdots,P_{a_2})$,

$\vdots$

$F_b(P_1,P_2,\cdots,P_{a_b})$,

其中对 $1 \leqslant i \leqslant b, b \geqslant 1; a_i \geqslant 1$.

如果 $P_1,P_2,\cdots,P_{a_i}$ 为命题,则 $F_i(P_1,P_2,\cdots,P_{a_i})$ 亦为命题.

$H3$. 如果 Q 为 $P_1,P_2,\cdots,P_{a_i}$ 之一,则 Q 中符号数目少于 $F_i(P_1,P_2,\cdots,P_{a_i})$ 中符号的数目,并且每个 $P_j(1 \leqslant j \leqslant a_i)$ 都在 $F_i(P_1,P_2,\cdots,P_{a_i})$ 中出现.

$H4$. 如果 $F_i(P_1,P_2,\cdots,P_{ai})$ 是与 $F_j(Q_1,Q_2,\cdots,Q_{aj})$ 相同的命题,则 $i = j$,并且 P_1 是与 Q_1 相同的命题,P_2 是与 Q_2 相同的命题,……,P_{a_i} 是与 Q_{a_j} 相同的命题.

$H5$. 设 M 为正整数,并且 $M \geqslant 2$,令正整数 $1,2,\cdots,M$ 为真值.

$H6$. S 为 $1 \leqslant S < M$ 的真值,定义真值 $1,2,\cdots,S$ 为"特指值",真值 $S+1,\cdots,M$ 为"非特指值".

注意 1 总为特指值,而 M 总是非特指值.

$H7$. 对每个 $F_i(P_1,P_2,\cdots,P_{ai})$ 都存在一个相应的真值函数 $f_i(p_1,p_2,\cdots,p_{a_i})$ 使得,如果 $p_1,p_2,\cdots,p_{ai}$ 为 1 到 M 间的正整数,则 $f_i(p_1,p_2,\cdots,p_{ai})$ 的值亦为 1 到 M 间的正整数.

在此基础上,就可以展开对多值演算的讨论.例如 H2 中,令 $b = 2, a_1 = 2, a_2 = 1$,就得到与卢卡西维茨系统的 C,N 相同的 $F_1(P_1,P_2)$ 和 $F_2(P_1)$.于是在 $H7$ 中,$f_1(p_1,p_2) = \max(1, p_2 - p_1 + 1)$,$f_2(p_1) = M - p_1 + 1$.由 F_1 和 F_2,可以定义多值的 $\vee$ 和 $\&$:$P \vee Q = F_1(F_1(P,Q),Q,)$,$P\&Q = F_2(F_2(P) \vee F_2(Q))$,其相应的真值函数为,$\vee(p_1,p_2) = \min(p_1,p_2)$,$\&(p_1,p_2) = \max(p_1,p_2)$.令 $F_3(P_1)$ 为斯鲁佩基函数 TP_1,则 $f_3(p_1) = t(p_1) = 2$.

为得到二值否定功能在多值中的推广,定义新算符 $J_k()(1 \leqslant k \leqslant M)$:它表示 $J_k(P)$ 为肯定命题当且仅当 P 取值 k. 其真值函数 $J_k(p)$ 根据 $H7$ 为:

$$J_k(p) = \begin{cases} 1, & \text{如 } p = k; \\ M, & \text{如 } p \neq k. \end{cases}$$

为证明系统的功能完全性,定义 $H_t(P)$ 和 $\Sigma_1^n P_i$:

α) $H_1(P) = F_2(P)$,

β) $H_{t+1}(P) = F_1(P, H_t(P))$;

a) $\Sigma_1^1 P_i = P$,

b) $\Sigma_1^{n+1} P_i = (\Sigma_1^n P_i \vee P_{n+1})$.

和 $\varphi_\omega(P)$:

(1) 如 $\omega = 1, \varphi_\omega(P) = F_1(P, P)$,

(2) 如 $1 < \omega < M, \varphi_\omega(P) = F_1(H_\omega(F_3(P)), F_2(F_3 P)))$,

(3) 如 $\omega = M, \varphi_\omega(P) = F_2(F_1(P, P))$.

他们还证明了,利用 F_1, F_2 和 F_3,系统的 M^{m^n} 个命题公式都可以构造出来.

5 多值命题演算的公理化

尽管 n 值确定以后,函数结构的构造相对地要容易,而且为逻辑学所偏爱的真值表又提供了一个简单的判定过程. 但多值结构总的发展趋势是公理化的函数结构. 对概观一个系统的所有肯定(可证的、有效的)命题(或公式)而言,公理化结构有其不可忽视的优点.

5.1 多值命题演算的公理化与函数结构

多值结构中,一旦将函数结构表述为命题逻辑,而非仅仅简单

地将之作为给出符号的汇集和对新符号的形式化规则的汇集，公理化结构就以某种方式奠基在函数结构的基础上. 这表现在：公理选自函数结构中的肯定命题；新肯定命题的导出规则选自函数结构提供的构造方式；公理的证明由真值表或与之等价的形式给出；一个公理系统的基础可以通过真值表给出其解释，或更一般地，由一个满足某些结构的解释而得以建立；等等.

例如，斯鲁佩基公理系统. 它是 L_3 系统的进一步形式化. 与 *T-W* 的公理系统相比，斯鲁佩基系统只是增添了带有算符 T 的公理(5) 和(6). 在该系统中，Cxy，Nx，Tx 作为 x 的基础函数，这保证了公理系统的函数性质：每个出现在公理中的算符都必须得到定义. 利用真值表构建的函数结构证明了该公理系统的一致性和完全性. 斯鲁佩基系统是完全的，因为利用算符 C，N，T 和命题变元形式化后得到的每个命题都是公理系统的一个序列，或将之加在系统的公理中，从而导致矛盾. 在此意义下，*T-W* 公理系统就不是完全的.

5.2　多值公理化结构与函数结构的相对性

多值公理结构与函数结构间关系的相对性还反映在下列定义中：一个结构 $\mathfrak{A}$ 和另一个结构 $\mathfrak{B}$ 是一样强的，如果 $\mathfrak{B}$ 的所有肯定命题同样是 $\mathfrak{A}$ 的所有肯定命题. 如果一个公理化结构同一个真值函数结构是一样强的，则对真值函数结构，公理化结构是演绎完全的. 如果一个真值函数结构同一个公理化结构是一样强的，则公理化结构对真值函数就是可接受的(合理的). 如果一个公理化结构对一个真值函数结构是演绎完全的和可接受的，则二者是等价的，即它们定义了同样一个肯定命题集.

对任意一个真值函数结构，至少存在一个公理结构与之等价，而反之则否. 在所列举的多值系统中，存在着不具有等价的真值函数结构的公理结构 —— 直觉主义逻辑、严格蕴涵系统，也存在着具有等价的真值函数结构的公理结构 —— 罗梭和杜克特的公理

结构.

5.3 罗梭和杜克特的公理结构

给出满足 $H1 \sim H7$ 的一个确定的真值函数结构:命题集、函数集 $F_i(P_1, P_2, \cdots, P_{ai})$,真值函数集 $f_i(p_1, p_2, \cdots, p_{ai})$、值集和特指值集.

取命题函数 $P \supset Q$ 和 $J_k(P)(1 \leqslant k \leqslant M)$,它们按给出的 $F_i(P_1, P_2, \cdots . P_{ai})$ 定义.其真值函数为 $\supset(p, q)$ 和 $j_k(p)$.

定义 链符 Γ:

(α) 如 $v < \mu$,则 $\Gamma^v_{i=\mu} P_i Q = Q$

(β) 如 $v \geqslant \mu$,则 $\Gamma^v_{i=\mu} P_i Q = P_v \supset \Gamma^{v-1}_{i=\mu} P_i Q$,

$\Gamma^v_{i=\mu} P_i Q$ 简写为 $\Gamma^v_\mu P_i Q$.因此 $\Gamma^5_3 P_i Q$ 为 $P_5 \supset (P_4 \supset (P_3 \supset Q))$.

公理为:

A1. $Q \supset (P \supset Q)$

A2. $(P \supset (Q \supset R)) \supset (Q \supset (P \supset R))$

A3. $(P \supset Q) \supset ((Q \supset R) \supset (P \supset R))$

A4. $(J_k(P) \supset (J_k(P) \supset (Q)) \supset (J_k(P) \supset Q)$

A5. $\Gamma^M_1 (J_i(P) \supset Q) Q$

A6. $J_i(P) \supset P$,其中 $i = 1, 2, \cdots, S$

A7. $\Gamma^\beta_{k=1} J_{pk}(P_k) J_f(F_i(P_1, P_2, \cdots, P_\beta))$,其中 $i = 1, \cdots, b, \beta = a_i, f = f_i(p_1, p_2, \cdots, p_\beta)$

规则为 MP:

R1. 如果 P 和 $P \supset Q$ 是可接受的,则 Q 是可接受的.其中 P, Q 为命题.

在此系统中,替换规则被省略.

可以看出,A4. 是 M 个公理的汇集,A6. 是 S 个公理的汇集,而 A7 对每个 i 汇集了 M^β 个公理.因此这个特殊的公理结构依赖具体的 S 和 M 的选择.例如,对 L_3 系统,$M = 3, S = 1$,则其公理为:

$L_3A_1: Q \supset (P \supset Q)$,

$L_3A_2: (P \supset (Q \supset R)) \supset (Q \supset (P \supset R))$,

$L_3A_3: (P \supset Q) \supset ((Q \supset R) \supset (P \supset R))$,

$L_3A_{4a}: (J_1(P) \supset (J_1(P) \supset (Q)) \supset (J_1(P) \supset Q)$,

$L_3A_{4b}: (J_2(P) \supset (J_2(P) \supset Q)) \supset (J_2(P) \supset Q)$,

$L_3A_{4c}: (J_3(P) \supset (J_3(P) \supset (Q)) \supset (J_3(P) \supset Q)$,

$L_3A_5: (J_2(P) \supset Q) \supset ((J_2(P) \supset Q) \supset ((J_1(P) \supset Q) \supset Q))$,

$L_3A_6: J_1(P) \supset P$,

$L_3A_{7a}: J_3(P) \supset J_1(F_2(P))$,

$L_3A_{7b}: J_2(P) \supset J_2(F_2(P))$,

$L_3A_{7c}: J_1(P) \supset J_3(F_2(P))$,

$L_3A_{7d}: J_3(P) \supset (J_3(Q) \supset)(J_3(F_1(P,Q)))$,

$L_3A_{7e}: J_3(P) \supset (J_2(Q)) \supset J_2(F_1(P,Q)))$,

$L_3A_{7f}: J_3(P) \supset (J_1(Q) \supset J_1(F_1(P,Q)))$,

$L_3A_{7g}: J_2(P) \supset (J_3(Q) \supset J_3(F_1(P,Q)))$,

$L_3A_{7h}: J_2(P) \supset (J_2(Q) \supset J_2(F_1(P,Q)))$,

$L_3A_{7i}: J_2(P) \supset (J_1(Q) \supset J_1(F_1(P,Q)))$,

$L_3A_{7j}: J_1(P) \supset (J_3(Q) \supset J_3(F_1(P,Q)))$,

$L_3A_{7k}: J_1(P) \supset (J_2(Q) \supset J_2(F_1(P,Q)))$,

$L_3A_{7l}: J_1(P) \supset (J_1(Q) \supset J_1(F_1(P,Q)))$,

按 F_1 的定义,L_3A_7 中 $J_i(F_1(P,Q))$ 可以化为 $J_i(P \supset Q)$.

当然也存在着一些公理结构,在其中并未给出 M 和 S 的具体解释.因为它们不等价于任何真值结构,所以对 S 和 M 的特殊选择是不合适的.

定义 生成符 $\vdash$:

如果 $P_1, P_2, \cdots, P_n$ 和 Q 为命题,则"$P_1, P_2, \cdots, P_n \vdash Q$"表示,

存在一个步骤序列 $S_1,S_2\cdots,S_q$ 满足条件：

(1) S_q 为 Q

(2) $S_i(1\leqslant i\leqslant q)$ 为 $P_j(1\leqslant j\leqslant n)$ 或 S_i 为一个公理或 S_i 为 $S_r(r<i)$ 或 S_i 为 R，其中 $S_s(s<i)$ 是 $S_t\supset R(t<i$ 并且 $t\neq s)$.

事实上，“$P_1,P_2,\cdots,P_n\vdash Q$”等同于“在假设 $P_1,P_2,\cdots,P_n$ 之下，Q 是可接受的”.“$\vdash Q$”等同于“Q 是可接受的”. 当然，在每种情况下，可接受性和公理性以及规则的选择密切相关. 当证明“Q 是可接受的”时，必须构造步骤 $S_1,S_2,\cdots,S_q$ 或给出构造这种序列的具体方法.

下面给出系统演绎完全性证明，限于篇幅引理和定理的证明从略.

L1.1. $\vdash(Q\supset R)\supset((P\supset Q)\supset(P\supset R))$.

L1.2. $\vdash Q\supset Q$.

L1.3. $\vdash(P\supset Q)\supset((\Gamma_1^n S_iP)\supset\Gamma_1^n S_iQ)$.

L1.4. 令 $Q_1,\cdots,Q_q$ 表示一个命题有序集，其中每个 $P_1,\cdots,P_p$ 至少出现一次，则 $\vdash(\Gamma_1^p P_iR)\supset\Gamma_1^q Q_iR$.

L1.5. $\vdash(J_k(P)\supset(Q\supset R))\supset((J_k(P)\supset Q)\supset J_k(P)\supset R)))$.

L1.6. $\vdash(\Gamma_{pr=1}J_{er}(P_r)(R\supset S)\supset((\Gamma_{r=1}^p J_{er}(P_r)R)\supset\Gamma_{r=1}^p J_{er}(P_r)S)$.

L1.7. 假设 W 为一个命题公式，并且从 $Q_1,\cdots,Q_p$ 中构造出，令 $\omega(q_1,\cdots,q_p)$ 表示 W 相应的真值函数. 于是，如果 ω 表示 $\omega(q,\cdots,qp)$，我们有，$\vdash\Gamma_{i=1}^p J_{qt}(Qt)J_\omega(W)$.

L1.8. 如 W 同 $L1.7.$，并且 ω 的值总是特指的则 $\vdash W$.

T1. 由 A1 ~ A7 和 $R1$ 给出的公理结构相应于给出的真值结构是演绎完全的.

系统的合理性证明.

定义“公理的真值函数”，每条公理可以作为一个命题公式，公

理的真值函数就是相应于命题公式的真值函数．如 A1 的真值函数是 $\supset(q \supset (p,q))$.

定义"命题的初始组成部分集"：① 对任何 i 和集 $P_1,\cdots,P_{ai}$，W 都不是形式为 $F_i(P_1,\cdots,P_{ai})$ 的一个命题，则 W 是 W 的唯一初始组成部分；② 对部分 i 和 $P_1,\cdots,P_{ai}$ 部分集，W 是形式为 $F_i(P_1,\cdots,P_{ai})$ 的一个命题，令 $R_{j1},\cdots,R_{j\beta_j}$ 表示初始组成部分 $P_j(1 \leqslant j \leqslant ai)$，则除去倍数后的 $R_{j1},\cdots,R_{j\beta_j}$ 的总和就是 W 的初始组成部分集.

L2.1. 每个命题是其初始组成部分唯一的命题公式.

L2.2. 如果 W 是作为公理的特例的命题，并且相应于公理的真值函仅取特指值，则 W 的初始真值函数专取特指值.

定义"合理的真值函数"：真值函数 $\supset(p,q)$ 和 $J_k(p)$ 是合理的，如果它们满足条件：① 使相应于 A1 ~ A7 公理集的每条公理的真值函数专取特指真值；② 如果 p 是特指的，q 为非特指的则 $\supset(p,q)$ 是非特指的.

L2.3. 如果 $\supset(p,q)$ 和 $j_k(p)$ 是合理的并且 $\vdash W$，则 W 的初始真值函数专取特指真值.

T2. 如果 $\supset(p,q)$ 和 $j_k(p)$ 是合理的，则给出的公理系统相应于给出的真值函数结构是合理的.

T3. 如果 $\supset(p,q)$ 和 $j_k(p)$ 是合理的，则给出的公理系统等价于给出的真值函数结构.

T4. 如果 $\supset(p,q)$ 和 $j_k(p)$ 满足标准条件*，则上述公理化结构等价于给出的真值函数结构.

T5. 如果在 A1 ~ A7 中，用 $F_1(P,Q)$ 代替 $P \supset Q$，$J_k(P)$ 由 F_1,F_2 定义，则给出的公理结构当 $S=1$ 时等价于给出的真值数结构.

---

* 如多值真值函数（算符）十分类似于二值真值函数（算符），则称其满足"标准条件".

T6. 如果基础函数为 $F_1(P_1,P_2)$ 和 $F_2(P_1)$,则对 $S \geqslant 1$,存在 $\supset$ 和 $J_k()(1 \leqslant k \leqslant M)$ 使得出给出的公理化结构等价于给出的真值结构.

T7. 如果基础函数集 $F_i(P_1,\cdots,P_{ai})$ 是功能完全的,则对 $S \geqslant 1$,存在 $\supset$ 和 $J_k()(1 \leqslant K \leqslant M)$ 使得给出的公理系统等价于给出的真值函数结构.

上面给出的公理结构称为 A 结构,现定义与之等价的 B 结构:

(1) 用公理

$B.(P \supset Q) \supset ((P \supset (Q \supset R)) \supset (P \supset R))$

代替 A2,A3 和 A4.

(2) 保留 A1,A5,A6,A7 和 R1.

则在 B 结构中可得到:

L8.1. $\vdash P \supset P$

T8.(演绎定理). 如果

$$P,\cdots,P_n \vdash Q,$$

则

$$P_1,\cdots,P_{n-1} \vdash P_n \supset Q.$$

L9.1. $\vdash A_2$.

L9.2. $\vdash A_3$.

L9.3. $\vdash A_4$.

T9. B 结构同 A 结构是一样强的.

T10. 存在 $\supset$ 的定义使得 B 结构强于 A 结构.

类理 存在着等于真值函数结构的公理化结构,其中演绎定理不可证.

5.4 严格蕴涵和直觉主义逻辑系统

给出真值表(ml):7)

&	1	2	3	4	~	◇
1	1	2	3	4	4	1
2	2	2	4	4	3	1
3	3	4	3	4	2	1
4	4	4	4	4	1	4

定义 $P \prec Q$ 为 $\sim \Diamond(P \& \sim Q)$. 系统的公理是

B1. $P\&Q \prec Q\&P$.

B2. $P\&Q \prec P$.

B3. $P \prec P\&P$.

B4. $(P\&Q)\&R \prec P\&(Q\&R)$.

B5. $P \prec \sim\sim P$.

B6. $[(P \prec Q)\&(Q \prec R)] \prec (P \prec R)$.

B7. $[P\&(P \prec Q)] \prec Q$.

B8. $\Diamond(P\&Q) \prec \Diamond P$.

其中$\prec$起着$\supset$的作用.

但是我们不能令$\prec$作为出现在 A1 ~ A7 中的$\supset$. 因为如果$\prec(p_1,p_2)$表示相应的 $P_1 \prec P_2$ 的真值函数，则由 ml，有$\prec(2,\prec(1,2)) = 4$，于是相应于 A1 的真值函数就取了非特指值. 因此奠基于 A1 ~ A7 和 $R1$ 基础上的公理结构对起$\supset$作用的$\prec$是不合理的. 但是，改变 A 系统的公理集，就可以给出一个合理的公理系统，其中$\prec$起着$\supset$的作用. 例如用 B1 ~ B8 代替 A1 ~ A7，在 R1 中$\supset$的位置代以$\prec$. 由 ml 可以证明，替换后得到的公理结构相应于由 $M = 4, S = 2$ 时的 ml 所定义的真值函数结构是合理的. 但同样，这个真值结构使 B1 ~ B8 的公理结构不是演绎完全的. 特殊地"布劳威尔公理"* 具有仅取特指值的真值函数，而该公理在以 B1 ~ B8 为基础的公理结构中是不可导出的. 事实上，该公理系统是

---

* 指 $P \prec \sim\Diamond\sim\Diamond P$

设有等价的真值函数结构的严格蕴涵系统之一。由此可以得出结论：这种类型的公理结构绝不会既是演绎完全的又是合理的.从而显示出这两种逻辑与多值逻辑在此工作中研究目的的不同.

6 多值量词理论

量词的推广奠基于下列思想基础上：

1) 同时约束不止一个变量的量词(多阶量词)的构造是可能的；

2) 命题由个体变量和谓词组成,命题的真值由个体变量和谓词的值决定,并且不止两个($n \geqslant 2$).

在此前提下,假设：

H8. 个体变量用 $X, Y, Z, \cdots$ 表示.个体变量不是命题,尽管它可以作为命题的部分出现.

H9. 存在 c 个基础函数,表示为 $\Pi_i(X_1, \cdots, X_{\beta i}, P_1, \cdots, P_{\gamma i})$,其中 $1 \leqslant i \leqslant c, 1 \leqslant \beta_i, 1 \leqslant \gamma_i$,使得,如果 $X_1, \cdots, X_{\beta i}$ 是个体变量,$P_1, \cdots, P_{\gamma i}$ 是命题,则 $\Pi_i(X_1, \cdots, X_{\beta i}, P_1, \cdots, P_{\gamma i})$ 也是命题.

该函数的特例是二值逻辑中的全称和存在量词.令 $\Pi_1(X, P) = (X)P, \Pi_2(X, P) = (\exists X)P$.如果 $\Pi_1(X, P)$ 是唯一的基础量词,则$(\exists X)P$ 可以定义为 $\sim \Pi_1(X, \sim P)$.

H10. 每个 $X_1, \cdots, X_{\beta i}$ 和 $P_1, \cdots, P_{\gamma i}$ 都在 $\Pi_i(X_1, \cdots, X_{\beta i}, P_1, \cdots, P_{\gamma i})$ 中出现.并且每个 $X_j(1 \leqslant j \leqslant \beta_i)$ 的出现至少有一个不作为一个 $P_k(1 \leqslant k \leqslant \gamma_i)$ 出现的一个部分而出现,每个 P_k 的出现至少有一个不作为其他 P_k 的出现的部分而出现.在 $\Pi_i(X_1, \cdots, X_{\beta i}, P_1, \cdots, P_{\gamma i})$ 中,除 $X_1, \cdots, X_{\beta i}$ 和作为 P_k 的部分而出现的个体变量外,无其他个体变量.

H11. 如果 $\Pi_i(X_1, \cdots, X_{\beta i}, P_1, \cdots, P_{\gamma i})$ 和 $\Pi_j(Y_1, \cdots, Y_{\beta j}, Q_1 \cdots, Q_{\gamma j})$ 是一样的命题,则 $i = j, X_1$ 是同 Y_1 一样的个体变量,$\cdots, X_{\beta i}$ 是同 $Y_{\gamma j}$ 一样的个体变量,P_1 和 Q_1 是相同的命题,$\cdots, P_{\gamma i}$ 和 $Q_{\gamma i}$ 上

同样的命题.

H12. 每个命题中,各种变量的出现分为"自由的"和"约束的",这些概念满足条件:

a) $F_i(P_1,\cdots,P_{ai})$ 中个体变量的自由(约束)出现就是 $F_i(P_1,\cdots,P_{ai})$ 的每个 $P_1,\cdots,P_{ai}$ 中个体变量的自由(约束)出现.

b) $X_1,\cdots,X_{\beta i}$ 在 $\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i})$ 中的出现是约束的.

c) 除 $X_1,\cdots,X_{\beta i}$ 以外,$\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i})$ 中变量的自由(约束)出现是 $\Pi_i(X_1,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i})$ 的每个部分 $P_1,\cdots,P_{\gamma i}$ 中变量的自由(约束)出现。

依靠这些假设,就可以构造任何量词.例如,给出下列条件:

α) X、Y、$Z_1,\cdots,Z_n$ 为个体变量.

β) $P = F(X,Y,Z_1,\cdots,Z_n)$

$Q = G(X,Y,Z_1,\cdots,Z_n)$

γ) P 和 Q 的值依据变量 $X,Y,Z_1,\cdots,Z_n$ 的值取 1 到 n 个不同的真值;P 和 Q 的值也可以仅仅依靠 $X,Y,Z_1,\cdots,Z_n$ 中的一部分.

考虑形式为 $\Pi_1(X,Y,P,Q)$ 的真值:

1) $\Pi_1(X,Y,P,Q) = 1$,对 $Z_1,\cdots,Z_n$ 给出的一个值集,当且仅当存在 X 的一个值,使得对给出的 $Z_1,\cdots,Z_n$ 值和所有 Y 值,$F_1(P,Q) = 2$.

2) $\Pi_1(X,Y,P,Q) = 2$,对给出的 $Z_1,\cdots Z_n$ 的值集,当且仅当对 X 和 Y 的每个值和给出的 $Z_1\cdots,Z_n$ 值集,$P\&Q = 1$.

3) $\Pi_1(X,Y,P,Q) = 3$,对给出的 $Z_1,\cdots,Z_n$ 的值集,当且仅当对所有 X 的值和给出的 $Z_1,\cdots,Z_n$ 的值,存在一个 Y 值使得 $F_1(P,Q) = 3$.

4) $\Pi_1(X,Y,P,Q) = 4$,对给出的 $Z_1,\cdots,Z_n$ 的值集,除上面三种情况以外的所有情况.

5) $\Pi_1(X,Y,P,Q)$ 不取值 $5,\cdots,M$.

这样便得到了一个四值量词.

定义"部分正规形式"方法,从而得到量词真值像 $H7$ 中一样的形式化描述:每个命题都具有 M 个部分正规形式.一个命题的第 $R(1 \leqslant R \leqslant M)$ 个部分正规形式表明,按照二值逻辑的条件,给出的命题取真值 R.例如令 $M = 3$,考虑命题 $F_1(P,Q)$ 的部分正规形式,注意 $f_1(p,q) = \max(1, q - p + 1)$:

第一个:$(q = 1) \vee (q = 2)\&(p = 2)) \vee.$

$((q = 2)\&(p = 3) \vee ((q = 3)\&(p = 3)).$

第二个:$((q = 2)\&(p = 1) \vee ((q = 3)\&(p = 2)).$

第三个:$(q = 3)\&(p = 1).$

按照 $f_1(p,q)$ 的条件,三个部分正规形式分别取值 1,2 和 3.

类似地,对命题 $\Pi_1(X,Y,P,Q)$.令 p_k 表示"p 取值 k",q_k 表示"q 取值 k",则 p 和 q 就是其值依赖于变量 $x, y, z_1, \cdots, z_n$ 的值的真值函数.令 $M = 4$ 并考虑 1)—5) 对 $\Pi_1(X,Y,P,Q)$ 真值的描述,则 $\Pi_1(X,Y,P,Q)$ 的部分正规形式为:

N_1: $\sim(x)\sim(y)\{(q_2\&p_1) \vee (q_3\&p_2) \vee (q_4\&p_3)\}.$

N_2: $(x)(y)\{p_1\&q_1\}.$

N_3: $(x)\sim(y)\sim\{q_3\&p_1) \vee (q_4\&p_2)\}.$

N_4: $\sim(N_1 \vee N_2 \vee N_3).$

条件 $p_1,\cdots,p_M$ 和 $q_1,\cdots,q_m$ 的不可兼性和穷尽性保证了命题的部分正规形式的不可兼性和穷尽性.于是

H13.令 $\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i})$ 为基础量词之一,令 p_{jk} 为 $x_1,\cdots,x_{\beta i}$ 的二值谓词,其中 $1 \leqslant j \leqslant \gamma_i, 1 \leqslant k \leqslant M$,并且如果 $k \neq e$ 或 $i \neq j$,则 $p_{j,k} \neq p_{i,e}$.假设存在二值命题 $N_r(1 \leqslant r \leqslant M)$,它由二值真值函数和量词从 $p_{j,k}$ 中构造出,并且具有下列性质:令 Aj 表示形式为$(x_1 \cdots x_\beta i) \sim (P_{j,k} \& P_j, e)(k \neq e)$ 的所有因子的二值逻辑结果.令 Bj 表示二值表达式$(x_1,\cdots,x_\beta r)(P_{j,1} \vee \cdots \vee P_{j,m})$.令 C 表示形式为 $\sim(Nr\&Nt)(r \neq t)$ 所有因子的二值逻辑结果.令 D

表示二值逻辑和($Ni \vee \cdots \vee N_m$). 就可以假定 $((A_1\&\cdots\&Ari)\&(B_1\&\cdots\&Bri)) \supset (C\&D)$ 在通常的二值谓词演算中是可证的.

H13. 中 $P_{j,k}$ 起着条件的作用(p_j 取值 k). A_j 和 B_j 分别说明条件 $p_{j,1},\cdots,p_{j,m}$ 是不可兼的和穷尽的. 同样, C 和 D 分别说明条件 $N_1,\cdots,N_M$ 用来表示基础量词 $\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1\cdots,P_{\gamma i})$ 相应的第一个,第二个,…,第 M 个部分正规形式.

利用 $P_{j,k}$,函数 $F_i(P_1,\cdots,P_{ai})$ 的部分正规形式 $N_r(1 \leqslant r \leqslant M)$ 可以如下得到,考虑值 $p_1,\cdots,p_{ai}$ 的所有集, $f_i(p_1,\cdots,p_{ai}) = r$. 对每个这样的集,构造二值逻辑结果 $P_{1,k1}\&P_{2,k2}\&\cdots\&P_{ai,kc}$,其中 $k_i = p_i(1 \leqslant i \leqslant c)$ 并且 $c = ai$. 于是部分正规形式 N_r 就是所有这些逻辑结果的二值逻辑和. 例如,设 $F_1(P_1,P_2)$ 为基础函数且 $M = 3$,则其三个部分正规形式就是:

$N_1:(p_{1,1}\&p_{2,1}) \vee (p_{1,2}\&p_{2,1}) \vee (p_{1,3}\&p_{2,1}) \vee$
$(p_{1,2}\&p_{2,2}) \vee (p_{1,3}\&p_{2,2} \vee (p_{1,3}\&p_{2,3})$.

$N_2:(p_{1,1}\&p_{2,2}) \vee (p_{1,2}\&p_{2,3})$.

$N_3:p_{1,1}\&p_{2,3}$.

N_1,N_2 和 N_3 同前面描述的 $F_1(P,Q)$ 的三个部分正规形式是相同的.

T6.1. 考虑命题变量 $P_{j,k}$,可以假设 $i \neq j$ 或 $k \neq e$ 时有 $P_{j,k} \neq P_{i,e}$. 令 A_j 表示 $k \neq e$ 时 $\sim(P_{j,k}\&p_{j,e})$ 所有因子的逻辑结果, B_j 表示 $(P_{j,1} \vee \cdots \vee P_{i,m})$(即 $H13$ 中省略 A_j 和 B_j 的前缀 $(x_1\cdots,x_{\beta i})$. 于是 $((A_1\&A_2\&\cdots\&A_{ai})\&(B_1\&B_2\&\cdots\&B_{ai})) \supset (C\&D)$ 在二值命题演算中是可证的,其中 C 和 D 的定义同 H13..

T6.2. 假定给出命题 P 和其所有基础构成项 $P^*_{a,b}$. 令 A_j 表示形式 $(Z_1,\cdots,Z_{nj}) \sim (P^*_{j,k}\&P^*_{j,e}$ 对 $k \neq e$ 时所有因子的二值逻辑结果,其中 $Z_1,\cdots,Z_{nj}$ 是 $P^*_{j,k}$ 的命题变元. 令 B_j 表示二值表达式 $(A_1\&\cdots\&A_m)\&(B_1\&\cdots\&B_m)$,其中 m 是作为 P 的部分出现的 P_j

的次数. 令 C 表示 $r \neq t$ 时形成 $\sim(N_r \& N_t)$ 的所有因子的二值逻辑结果,其中 N_r 为 P 的第 r 个部分正规形式. 令 D 表示 P 的部分正规形式的二值逻辑和,即 $N_1 \vee \cdots \vee N_m$. 则有 $Q \supset (C \& D)$ 在二值谓词演算中是可证的.

定义 使用函数 $F_i(P_1,\cdots,P_{ai})$ 和基础量词 $\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i}, P_1,\cdots,P_{ri})$ 构造的可接受命题的"真值函数结构":

α) 一个命题是可接受的,当且仅当它取值 $1,\cdots,S$ 之一.

β) 令 P 是由基础函数和量词构造的命题. 令 Q 从 P 的部分正规形式的基础构成项中构造出,则 P 对本真值函数结构是可接受的当且仅当,表达式 $Q \supset (N_1 \vee N_2 \vee \cdots \vee N_s)$ 在二值谓词演算中是可证的.

7 多值谓词演算的公理化

7.1 保留 5.3 中的 A1 ~ A7,并将每条公理中的命题理解为可以包含谓词和量词

其次,引进新符号 $n_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i}))$ 它表示一个多值命题,并由命题 $\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i})$ 的第 r 个部分正规形式的格式构造. 如果 N_r 是 $\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1.\cdots,P_{\gamma i})$ 的第 r 个部分正规形式,则 $n_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i}))$ 可构造如下:

第一步,仅用二值算符 $\sim$, $\supset$ 和 (x), (y) 等重写 N_r(由 $H13$. 知这是可能的). 记为 N_r^*.

第二步,用选出的多值的 $\sim$, $\supset$ 和 (X) 和 $J_K(\ \ )$,从 $J_k(P_j)(1 \leqslant j \leqslant r_i, 1 \leqslant k \leqslant M)$ 中构造 $n_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i}))$,使用同构造 N_r^* 一样的良定义方式。

对 $\Pi_1(X,Y,P,Q)$,由第一步,取 $\vee$ 和 &,它们出现在 $\Pi_1(X,Y,P,Q)$ 的部分正规形式的命题中形式为 $P \vee Q$,和 $P \& Q$ 的表达式中. $P \vee Q$ 和 $P \& Q$ 分别作为 $(\sim P) \supset Q$ 和 $\sim(P \supset \sim Q)$ 的缩

写.第二步,当 $\sim$ 和 $\supset$ 是我们选出的多值算符时,继续使用这种缩写方法,对 $M = 4$,则四个 $n_r(\Pi_1(X,Y,P,Q)$ 就是:

$$n_1(\Pi_1(X,Y,P,Q)): \sim (X) \sim (Y)\{(J_2(Q)\&J_1(P)) \vee (J_3(Q)\&J_2(P)) \vee (J_4(Q)\&J_3(P))\};$$

$$n_2(\Pi_1(X,Y,P,Q)):(X)(Y)\{J_1(P)\&J_1(Q)\};$$

$$n_3(\Pi_1(X,Y,P,Q):(X) \sim (Y) \sim \{(J_3(Q)\&J_1(P)) \vee (J_4(Q)\&J_2(PP))\};$$

$$n_4(\Pi_1(X,Y,P,Q)): \sim (n_1(\Pi_1(X,Y,P,Q)) \vee n_2(\Pi_1(X,Y,P,Q)) \vee n_3(\Pi_1(X,Y,P,Q))).$$

第三,再加上公理 $A8 \sim A10$.

A8.$(X)P \supset Q$,其中 P 为命题,X,Y 是个体变量,Q 是 P 中 X 的每个自由出现代之以 Y 后而得到的结果,Q 中 Y 的约束出现都不是用 Y 代替 P 中 X 的自由出现的结果.

A9.$(X)(P \supset Q) \supset (P \supset (X)Q)$,其中 P 是不包含 X 的自由出现的命题,X 是个体变量,Q 是命题.

A10.$n_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i})) \supset J_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i}))$,其中 $1 \leqslant r \leqslant M$,$1 \leqslant i \leqslant c$ 并且 $P_1,\cdots,P_{\gamma i}$ 是命题,$X_1,\cdots,X_{\beta i}$ 是个体变量.

A10 是 cM 个公理集.如 $M = 4$,$\Pi_1(X,Y,P,Q)$ 是基础量词,则 $A10$ 可以产生下列公理:

1)$n_1(\Pi_1(X,Y,P,Q)) \supset J_1(\Pi_1(X,Y,P,Q))$;

2)$n_2(\Pi_1(X,Y,P,Q)) \supset J_2(\Pi_1(X,Y,P,Q))$;

3)$n_3(\Pi_1(X,Y,P,Q)) \supset J_3(\Pi_1(X,Y,P,Q))$;

4)$n_4(\Pi_1(X,Y,P,Q)) \supset J_4(\Pi_1(X,Y,P,Q))$.

第四,推理规则为:

a)保留 $R1$,并将命题 P,Q 加以扩展.

b)$R2$:如果 P 是可接受命题,则$(X)P$ 也是可接受命题.

公理 A1 ~ A10和规则R1 ~ R2定义了一个多值谓词演算可接受命题的公理系统.

令 H1 ~ H13 定义的真值函数结构为 $\mathfrak{A}$,令 A1 ~ A10 和 R1 ~ R2 定义的公理结构为 $\mathfrak{B}$.

T7.1.1. 如果函数 $j_k(p)$, $\sim(p)$, $N_r(X)p$ 和 $\supset(p,q)$ 都满足标准条件,并且 W 为一个多值命题使得 $\vdash W$,则 W 对 $\mathfrak{A}$ 结构是可接受的.

T7.1.2 如果 $P_1,\cdots,P_n \vdash Q$,并且 $P_1,\cdots,P_n$ 中的自由变量都不是利用$R2$ 量化的,则有 $P_1,\cdots,P_{n-1} \vdash P_n \supset Q$(演绎定理).

T7.1.3 令 F_2 表示一个二值谓词演算命题,并用二值算符 $\supset$、$\sim$ 和(X) 将之从 $P_1,\cdots,P_n$ 中构造出来.令 F_M 表示一个多值命题,通过将 F_2 中 $P_1\cdots,P_n$ 作为多值命题,$\supset$,$\sim$ 和(X) 分别作为多值的 $\supset$、$\sim$ 和(X) 而得到.于是,如果 F_2 在通常的二值谓词演算中是可证的,则有 $\vdash F_M$.

T7.1.4 对$1\leqslant i\leqslant c$和$1\leqslant r\leqslant M$, $\vdash J_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i}))\supset n_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i}))$.

T7.1.5 对$1\leqslant i\leqslant c$, $1\leqslant r\leqslant M$, $\vdash J_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i}))\equiv n_r(\Pi_i(X_1,\cdots,X_{\beta i},P_1,\cdots,P_{\gamma i}))$.

T7.1.6 如 S 是一致的命题集,则 S 是可满足的.

T7.1.7 如果 P 对 $\mathfrak{A}$ 结构是可接受的,则 $\vdash P$;即 $\mathfrak{B}$ 结构是演绎完全的.

T7.1.8 如果函数 $\supset(p,q)$, $j_k(p)$, $\sim(p)$ 和 $N_r((X)P)$ 满足标准条件,则 $\mathfrak{B}$ 结构等价于 $\mathfrak{A}$ 结构.

类理:一个多值命题集不包含自由变量并且在某些个体域中是可满足的,则它在个体的一个可数域中也是可满足的.

7.2 特殊谓词演算的量化

7.2.1 卢卡西维茨多值系统

卢卡西维茨系统以 C 和 N 作为基础函数,$S=1$, $M>2$,

$b = 2$.

选出 4.9 中的 F_1 和 F_2,注意到 $f_1(p_1,p_2) = \max(1,p_2 - p_1 + 1)$,$f_2(p_1) = M - p_1 + 1$,则 H1 ~ H7 得到满足.对 H9,取 $c = \beta_i = \gamma_i = 1$,将单一函数 $\Pi_1(X_1,P_1)$ 作为基础.个体变量的使用和分类严格类似于二值情况,于是假设 H8 ~ H12 得到满足.

考虑 $\Pi(X,P(X))$ 的真值性质:$\Pi(X,P(X)) = j(1 \leqslant j \leqslant M)$ 当且仅当存在一个 $X,P(X) = j$ 并且对所有 $X,P(X) = t$,使得 $t \leqslant j$. 其部分正规形式集是:

$N_1(\Pi(X,P(X)):(\exists_X)N_1(P(X))\&(X)N_1(P(X))$.

$N_2(\Pi(X,P(X)):(\exists_X(N_2(P(X))\&(X)(N_1(P(X)) \vee N_2(P(X)))$.

$N_M(\Pi(X,P(X)):(\exists_X)N_M(P(X))\&(X)(N_1(P(X) \vee \cdots \vee N_M(P(X)))$.

如果将上面 N_r 取作 $\Pi(X,P(X))$ 的部分正规形式的定义,那么 $N_r(\Pi(X,P(X))$ 就可以用二值算符 ~,(x) 和 $\supset$ 书写.而这种部分正规形式能使我们得到满足 H13 的结论.

令 $S_n(X)$ 表示二值表达式 $N_1((P(X)) \vee \cdots \vee N_n(P(X))$ 则 $N_r(\Pi(X,P(X)$ 可以简化为:

$N_1(\Pi(X,P(X)):\exists_x(N_1(P(X))\&(x)S_1(X)$;

$N_2(\Pi(X,P(X)):(\exists_x)N_2(P(X)\&(x)S_2(X)$;

……

$N_M(\Pi(X,P(X)):(\exists_x)N_MP(X))\&(x)S_M(x)$.

L7.2.1.1　在通常的二值谓词演算中,

$((X)S_n(X)) \supset (N_1(\Pi(X,P(X))) \vee \cdots \vee N_n(\Pi(X,P(X)))$ 可证.

L7.2.1.2　如果 $t < n$,则在通常的二值谓词演算中,

$(X) \sim (N_1(P(X))\&N_n(P(X)))\&$

$(X) \sim (N_2(P(X))\&N_nP(X)))\&\cdots\&$

$(X) \sim (N_t(P(X))\&N_n(P(X))) \supset$

$\sim (N_t(\Pi(X,P(X))\&N_n(\Pi(X,P(X))))$ 可证.

T7.2.1.1 如果 A_1, B_1, C 和 D 同 H13 的定义,则 $(A_1\&B_1) \supset (C\&D)$ 在二值谓词演算中可证.这就是说,在现有情况下,有 $\gamma_i = 1$,本定理表示 H13 得到满足.

多值全称量词 (X) 定义为:

$(X)P = \Pi(X,P)$.

T7.2.1.2 如果 (X) 为如上定义,则 $N_r((X)P)$ 满足标准条件.

T7.2.1.3 在现有情况下,存在着函数 $\supset(p,q), j_k(p)$, $\sim(p)$ 和 $N_r((x)P)$ 满足标准条件.

T7.1.2.4 存在着一个公理结构,等价于由现在的 M 和 S 的选择和基础函数集定义的真值函数结构.

公理结构由如下规则定义:

(1) 公理为带有 $\supset$, $J_k(\ )$ 和 (X) 的 $A1$—$A9$,其中 $\supset$ 解释为 F_1, $J_k()$ 的解释可由 F_1 和 F_2 定义;(X) 的解释由 $\Pi(X,P)$ 定义.

(2) 推理规则是带有 $\supset$ 和 (X) 的 $R1$ 和 $R2$,对其解释同上.

7.2.2 现在考虑 $S > 1$ 的情况

将 $P \supset Q$ 解释为 $\bar{P} \vee Q$,并定义:

$PIQ = \bar{P} \vee Q$.

$\bar{P} = \Sigma_{S+1}^{M} J_i(P)$ 其中 $S > 1$,并将 $\supset$ 改为 I.

在此情况下,H1 ~ H13 同 7.2.1 一样仍得到满足.

L7.2.2.1 如 (X) 定义同 7.2.1 并且 $S > 1$,则 $N_r((X)P)$ 满足标准条件.

于是 $S > 1$ 时 $\supset(p,q), j_k(p)$, $\sim(p)$ 和 $N_r((X)P)$ 同样满足标准条件,这样我们就可以得到 T7.2.1.1 和 T7.2.1.2 的结论.

公理系统可定义如下:

1) 前七条公理为带有 $\supset$ 和 $J_k()$ 的 A1 ~ A7,其中 $J_k()$ 的定

义同 7.2.1,而 $\supset$ 于 $S > 1$ 时解释为 I.

(2) 另外两条公理是 $J_1(A_8)$ 和 $J_1(A_9)$,A_8 和 A_9 的定义同 7.2.1.

(3) 最后一条公理是

$(L)((X)J_1(P))IJ_1((X)P)$.

(4) 推理规则 R1 和 R2 同 7.2.1,但 $\supset$ 现在定义为 $I(S > 1)$.

其他的(斯鲁佩基系统,严格蕴涵系统等)的量化,详见 6.

8 多值逻辑一般问题

对多值逻辑历史的回顾和对几个典型的多值结构的介绍,从历史和逻辑的角度证明了:多值逻辑起源于函数形式,是利用真值或真值函数而得出的构造.

8.1 函数结构

函数结构奠基在下列原则基础上:从一个给出的有穷或可数无穷个符号的集中,取出一个有穷符号序列将之定义为公式;并且在公式集中选出一些公式的非空子集作为结构的逻辑命题(或公式).随着真值数目的增加,真值函数的数量也应增加.因此,对 n 值逻辑,M 个变元的函数的数目是 n^{n^M}(n^M 次幂).

同古典逻辑一样,多值逻辑是真值函数逻辑:合式公式的值仅取决于其变元的值.多值结构中,函数可划分为两大类:第一类,变元真值的每个组合只相应于函数的一个有穷真值,第二类,变元真值的至少一个组合相应于函数的两个或更多个真值中的一个.两种类型的函数的定义在前面的介绍中不难找到.

例如在五值逻辑(真值 1,2,3,4,5) 中,下列函数是可能的:

1) $F^1(x) = 1$,　　　　如 $x = 1$;

$2 \leqslant F^1(x) \leqslant 4$,　　　　如 $x = 2$;

$F^1(x) = 5,$ 其它情况

2) $1 \leqslant F^2(x,y) \leqslant 3,$ 如 $x = 1$ 并且 $y = 1;$

$3 \leqslant F^2(x,y) \leqslant 5,$ 如 $x = 1$ 并且 $y = 2;$

$F^2(x,y) = 4,$ 其它情况.

在 n 值逻辑中(真值 $1,2,\cdots,n,n \geqslant 2$),下列函数是可能的:

1) $S + 1 \leqslant Q^1(x) \leqslant n,$ 如 $1 \leqslant x \leqslant S;$

$1 \leqslant Q^1(x) \leqslant S,$ 如 $S + 1 \leqslant x \leqslant n,$

其中 $1 \leqslant S \leqslant n - 1$

2) $1 \leqslant Q^2(x,y) \leqslant S,$ 如 $x \leqslant y;$

$S + 1 \leqslant Q^2(x,y) \leqslant n,$ 如 $x > y.$

如果将第一类函数称作"单一"函数,第二类称作"复杂"函数,则复杂函数的定义可以作为二个或更多个单一函数的集的定义来研究.因此,$F^1(x)$ 包含了三个单一函数,$F^2(x,y)$ 包含九个单一函数. $Q^1(x)$ 是 $(n - S)^S S^{(n-S)}$ 个单一函数集.

8.2 真值函数

真值数目发生变化,真值函数就必须重新定义.多值真值函数的构造充分体现了多值结构的特性.

一个命题联接词的多值真值表是正规的,如果它的真值至少包括了类似于真和类似于假的真值(如,相应地称为 T 和 F,0 和 1 或 1 和 n),并且当它仅有两个真值 T 和 F 时,可以还原为相应的标准 PC 联接词的二值真值表.

一个命题联接词的多值真值表是一致的,只要在该表的行(或列)的输入位置上有 T 或 F 值,相应的输出值就应是 T 或 F 值,整个行(或列)一致地证明了这个允许的值.而且在一致的真值表中,在 T 和 F 出现的情况下,变元产生的结果是可以判定的.

一个多值联接词的真值表是正则的,如果该表中行(或列)的输入位置上有中介值的出现,则相应的输出值就绝不会是 T 或 F.

一个多值联接词的真值表是强一致的,如果该表中行和列的

输入值相同,则相应的输出值也应是该值.

一个多值联接词的真值表是连续的,如果该逻辑的真值是真值序列 $T, I_1, I_2, \cdots, I_n, F$,并且该表的以 T 为开头以 F 为结尾(或相反)的行(或列)具有以适当的次序填入所有中介值的插入位置.

相应地,一个多值结构是正规的、一致的、正则的、强一致的或连续的,如果该系统的所有基础函数的真值表是正规的、一致的,正则的、强一致的或连续的.例如,卢卡西维茨系统、鲍契瓦尔系统、克利尼系统、希斯塔科夫系统都是正规的,而波斯特系统、莱辛巴赫系统则否;克利尼的强三值系统和鲍契瓦尔的"外部"三值系统是一致的;克利尼的强三值系统和鲍契瓦尔系统是正则的;卢卡西维茨三值、四值系统、鲍契瓦尔系统、克利尼系统都是强一致的、连续的;希斯塔科夫系统也是连续的.

8.3 函数结构的一致性

函数结构中,一致性问题不是主要的,结构的一致性由唯一的构造方法所保证:如果某命题具有某些真值,同时就不再否定它.这意味着,函数构造条件排除了 $x = i = k(i \neq k)$ 这种情况,或排除了在真值表中一个完全相同的分隔空间具有两个完全不同的值 i 和 k(非 i).即,命题 $x = i$ 是二值的,在多值结构中没有形式为"x 具有值 i 同时又不具有值 i"的命题.

8.4 基础函数的独立性

不同多值系统的构造表明,基础函数的选择是任意的,基础函数的独立性同样也不是重要的.如果能以某种方式证明某个基础函数可以用其他函数定义,也只能导致基础函数的一个化归.因此在许多系统中,Axy 和 Kxy 可以用 Cxy 和 Nx 定义,Cxy 和 Axy 又可以用 Kxy 和 Nx 定义.但是选择出可以化归到对应于给出函数结构的最简单公理系统的函数却是很重要的.因此在许多多值系统中,

符号 A 和 K 并不使用,因为它们可以用 C 和 N 来定义.

8.5 多值结构中的肯定命题和否定命题

在 n 值结构中,进一步从真值数集 $1,\cdots,n$ 中,选出一个子集 $1,2,\cdots,S(1 \leqslant S \leqslant n)$,$S$ 的选择是相对的.定义 S 集中的真值数 $1,\cdots,S$ 为"特指值",而真值数 $S+1,\cdots,n$ 为"非特指值".于是命题可划分为"肯定"命题和"否定"命题.具有特指值的命题是肯定命题,具有非特指值的命题就是否定命题.对其变元的所有赋值恒取特指值的公式称作"永真式"(重言式、定理等).对其命题变元的所有赋值恒取非特指值的公式称作"矛盾式".如对五值逻辑,它的 $S=2$,特指值是真和 3/4 真,真命题是肯定的(可断定的),3/4 真命题也是肯定的.

因此尽管特指(非特指)值的数目可能大于 1,但由于总体的划分与二值结构相似,导致许多二值原理在多值结构中仍然有效.

8.6 多值结构中的符号选择与逻辑定律的不变性

多值结构中,符号的选择并不影响结构本身.对不同形式的符号,逻辑定律的不变性在多值时同样保持有效.但是必须满足符号的同型性以及真值符、算符间的一一对应,否则就无不变性可言.例如:

结构 A:真值 $1,2,\cdots,n(n \geqslant 2)$;$Axy=\min(x,y)$,$Cxy=\max(1,1-x+y)$,1 相应于真 n 相应于假;

结构 B:真值 $1,\cdots,0$;$Axy=\max(x,y)$,$Cxy=\min(x,y)$,1 相应于真,0 相应于假.

在此二种结构中,逻辑定律保持不变,如 $Axy=CCxyy$(证明略).

结构 C:真值 1,2,3;A,C 定义同结构 A,$Nx=4-x$;1 和 2 为特指值;

结构 D:真值 $1,\frac{1}{2},0$;A,C 定义同结构 B,1 是特指值.

在此二结构中,A,C 和 N 都相互对应,真值间也有 1—1,2—$\frac{1}{2}$,3—0 的对应,但是由于特指(非特指)值间的不对应,造成了 C 和 D 两个不同的逻辑系统,而不是同一系统的两种符号不同形式.例如结构 C 中的定律 $AxNx$,在结构 D 中就不成立(证明略).

8.7　多值系统的功能完全性

函数结构的主要任务不仅仅在于将复杂的函数研究化归为对基础函数的研究,还要寻找出奠基于这些基础函数之上的演算的完全性标准.

功能完全性,是指能够在演算中构造出来的所有函数包括了所有可能的真值函数.作为函数结构的多值系统,其功能完全性问题比二值系统更重要且复杂得多.

斯鲁佩基证明了卢卡西维茨系统,以 C 和 N 为基础函数,不是功能完全的.因为对于 L_3,$Tx = 1/2$,对于 Ln,$Tx = 2$,都不可能利用 C 和 N 定义函数 T.T 对 C 和 N 是不可约的.他还进一步证明了,奠基在基础函数 C,N 和 T 上的斯鲁佩基系统是功能完全的.

罗梭和杜克特证明了他们以 F_1,F_2 和 F_3 为基础函数的多值系统是功能完全的.

波斯特系统、希斯塔科夫 - 韦伯函数系统、克利尼系统、鲍契瓦尔系统、吉诺夫耶夫系统和雅斯科夫斯基系统都是功能完全的.

功能完全性定义还可以表述为:令 n 个变元的所有函数 $F(x_1,\cdots,x_n)$ 的集为 $\mathfrak{A}$,变元和函数取值 $0,1,\cdots,k-1$,从集 $\mathfrak{A}$ 中选出 S 个函数 $F^1,F^2,\cdots,F^S$ 作为基础函数,形成集 $\mathfrak{A}^*$,由变量代换而得到的函数称为系统 $\mathfrak{A}^*$ 的“重合”.因此,从集 $\mathfrak{A}$ 中挑选出来的函数集 $\mathfrak{B}$ 称作是“函数闭的”,如果不仅函数 $F^1,\cdots,F^S$,而且它们的每个“重合”都属于它.从集 $\mathfrak{B}$ 中得到的每一个函数系统称作

是“在 $\mathfrak{B}$ 中完全的”，如果从 $\mathfrak{B}$ 中选出的每个函数都是该系统函数的“重合”.

在此思想下，贾伯朗斯基(S.V.Jablonskij) 给出下列功能完全系统：

系统 1：$F^1x = 0, F^2x = 1, \cdots, F^kx = k - 1$;

$Q^1(x, y) = \max(x, y)$;

$Q^2(x, y) = \min(x, y)$;

$$J^ix = \begin{cases} i - 1, & \text{如 } x = i; \\ 0, & \text{如 } x \neq i. \end{cases}$$

系统 2：$F^1(x, y) = \max(x, y)$;

$F^2(x) = x + 1(\text{mod } k)$.

系统 3：$F(x, y) = [\max(x, y) + 1](\text{mod} k)$,

其中 F 为韦伯函数.

8.8 多值函数的特点

多值函数 —— 合取、析取、蕴涵、等值等继承了相应的二值函数的特点，并在中介值出现的情况下又加以推广.然而函数中最具多值特色的，是否定符 N 和常符 T.

对任何函数 Fx，至少存在一个真值使得，$Fx \neq x$，则 Fx 就取作变元 x 的否定.这样对 n 值来讲，x 的 $n^n - 1$ 个否定就是可能的.如在二值中，x 就有 $2^2 - 1 = 3$ 个可能的否定：$N^1x = 3 - x, N^2x = 2, N^3x = 1$.这里 N^1 就是传统的二值否定 N，N^2x，N^3x 分别是永假、永真命题，其对 x 的否定形式为：$N^2x = N^1AxN^1x = N^1N^1KxN^1x$，$N^3x = N^1KxN^1x = N^1N^2x$.因此二值否定 N：(1) 用在其他函数的表达式中，如出现在定义 $Kxy = NANxNy$，$NNx = x$，$Cxy = ANxy$ 等等之中；(2) 表示 Nx 被肯定当且仅当 x 具有值“假”；(3) 将一个肯定命题转化为一个非肯定命题.

在 n 值结构中，定义 $Nx = n - x + 1$，则函数 N 是二值的(1)原则下的推广，如 L_n 中的 N 和罗梭和杜克特系统中的 F_2.而对否

定的第(2)项作用,引进罗梭和杜克特系统的 $J_i(x)$.由于 n 值结构中存在着不只一个非特指值 $S+1, S+2, \cdots, n$,于是就有 $J_{s+1}(x), J_{s+2}(x) \cdots, J_n(x)$ 这些函数作为 x 的否定,它们表示,如果 x 取非特指值,则 $J_{s+k}(x)$ 就是肯定的.为了满足第(3)点,定义函数 Lx,令 $Lx = J_{s+1}(x) AJ_{s+2}(x) A \cdots AJ_n(x)$,或简写为 $Lx = A^{n-s+1} J_{s+1}(x) J_{s+2}(x) \cdots J_n(x)$,则:$x$ 被否定,如果 $J_{s+1}(x)$ 或 $J_{s+2}(x)$ 或…或 $J_n(x)$ 被肯定,这样 L 就将肯定命题转化为否定命题.再定义否定 M:

$$S+1 \leqslant Mx \leqslant n, \qquad \text{如 } 1 \leqslant x \leqslant S;$$
$$1 \leqslant Mx \leqslant S, \qquad \text{如 } S+1 \leqslant x \leqslant n.$$

当然否定后它将具有特指值的命题转化为具有非特指值的命题,将具有非特指值的命题转化为具有特指值的命题.但应指出的是 $MMx = x$ 并不总是保持有效,如对三值结构,令1,2是特指值,3是非特指值,则 $M1 = 3, M2 = 3, M3 = 1$;而 $MM2 = M3 = 1 \neq 2$. 只有满足条件 n 为偶数且 $S = n/2$ 才能保证其成立.当然二值逻辑满足这个条件.

于是我们就得到了与二值否定作用完全相同的推广.

由斯鲁佩基定义的常符 T,在二值结构中找不到其类似物,而且不能由作为二值推广的 C 和 N 对三进行归约.从这个意义上反映出,多值逻辑不可能简单地化归为二值逻辑,或者说它仅仅是二值逻辑的一个推广.

另外,仅仅将二值结构中的算符简单地解释为 n 值结构的算符,并不能保证给出一个完全的 n 值演算.

(作者　武翰敏)

参考文献

[1] Bradloy, R. and Swartz, M: Possible Worlds.

[2] Hughes, G, and Cresswell, M. J: An Introduction to Modal Logic.
[3] Chellas, B, F, Modal Logic – an introduction.
[4] 莫绍揆.数理逻辑教程,武汉:华中工学院出版社,1982.

(四)模糊逻辑

引 言

我们知道,经典的数学、集合论、逻辑演算只讨论对象间确定的性质和关系,但在实际生活中人们常常要同一些具有不确定性的概念打交道,例如“年老”、“漂亮”、“秃顶”等等,它们很难加以确定的刻划,如果勉强地用传统的方法来处理,甚至会导致有悖常理的结论. 如果我们说“不秃顶的人失去一根头发仍不秃顶”,不会有什么异议,可“认真”一想,便由此得到一个“逻辑”结果“光头亦不秃顶”,它显然是无法接受的谬误. 问题在哪里呢?

集合论用一个论域上的子集来刻划一个概念,例如人类域上的一个子集刻划“秃顶”这一概念(常称“外延方法”),所以对象或者属于该子集,或者不属于该子集;而逻辑则以此为基础,断定任何人要么被称为秃顶,要么被称为不秃顶. 可是,事实上对有的人很难说他是或不是秃顶.

为了解决上述问题,美国加里福尼亚大学教授查德(L. A. Zadeh)于1965年发表论文《模糊集合论》[1],从此模糊逻辑的研究迅速展开.

什么是模糊逻辑?众说纷纭. 本文接受这样的说法:模糊逻辑是命题真值不限于“真、假”二值的逻辑演算系统,其基本特征是否定排中律.

据上述意见,早在查德之前就已经有诸多模糊逻辑系统,当然

它们并不基于模糊集合论，这就是所谓“多值逻辑”. 由于前面专文讨论过多值逻辑，这里不再重复，只介绍查德理论之后涌现的“模糊逻辑”. 它们大致可以分为两类，一类直接源于查德理论，包括(1) 基于一致性测度的模糊推理，(2) 基于语言变量的模糊语言逻辑；另一类是受查德理论影响，在知识工程开发中发展起来的不确定推理，包括(1) 确定性理论，(2) 主观贝叶斯方法等 .

1　模糊集合论与模糊推理

我们总假定 U 表示讨论所涉及的对象的全体，称为论域 . 经典集合论中任一集合 A 均以 U 中个体为其成员，A 确定一个性质 $P(x)$，即 $x \in A$ 当且仅当 $P(x)$ 为真，$P(x)$ 称为 A 的特征谓词；如果用数值0,1代替真值“假，真”，那么 $P(x)$ 又称为 A 的特征函数，显然集合与它的特征函数之间是一一对应的，可以相互取代 . 换言之，一个集合 A 本质上等同于一个函数 $P_A: U \to \{0,1\}$，使

$$P_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{当 } X \in A; \\ 0, & \text{当 } x \in \overline{A}(U—A). \end{cases}$$

模糊集合论正是利用特征函数的推广来刻划 U 的“模糊子集”.

定义：设 A 为论域 U 上的一个概念，函数 $\mu_A: U \to [0,1]$ 描述 U 中个体与概念 A 的一致性程度，那么我们称 μ_A 确定了一个 U 的模糊子集，它是概念 A 的外延，仍记为 A. 当 $\mu_A(x) = \alpha$ 时，称 α 为 x 对概念 A 的一致性测度，或 α 为 x 对模糊子集 A 的隶属度 .

例如，0 ~ 100 岁的人这个论域中，“年老”这个概念可以用下列函数 μ_{old} 来刻划：

$$\mu_{old}(X) = \begin{cases} 0, & \text{当 } x \leqslant 50; \\ \dfrac{1}{1 + (\dfrac{5}{x - 50})^2}, & \text{当 } x > 50. \end{cases}$$

$\mu_{old}(10) = 0$ 表示10岁的人与“年老”概念不一致；$\mu_{old}(100) \doteq 1$ 表

示100岁的人与“年老”概念完全一致；$\mu_{old}(55)=0.5$表示55岁的人刚刚算得上“年老”. μ_{old}规定了一个模糊集合——老年人集合，它无法用经典的办法表示出来 .

为了直观地表示一个模糊集合,可采用下列做法 .

定义:设 A 是由 μ_A 规定的模糊集,那么 $\{\mu_A(x)/x \mid x \in U, \mu_A(x) \neq 0\}$ 称为 A 的支集 . 当 U 有穷时,A 的支集还可形式地表示为 $\sum_{x\in U,\mu_A(x)\neq 0} \mu_A(x)/x$, 支集是模糊集合的一种表示形式 .

例如,域{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}上的“几个”的概念所对应的模糊子集由下列函数规定

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mu_{几个}(x)$	0	0.2	0.4	0.5	0.8	1	0.7	0.5	0.4	0.3

那么模糊子集“几个”可用支集表示如下 .

$$\begin{aligned}几个 &= \{0.2/1, 0.4/2, 0.5/3, 0.8/4,\\ &\quad 1/5, 0.7/6, 0.5/7, 0.4/8, 0.3/9\}\\ &= 0.2/1 + 0.4/2 + 0.5/3\\ &\quad + 0.8/4 + 1/5 + 0.7/6 + 0.5/7 + 0.4/8 + 0.3/9.\end{aligned}$$

对模糊集合也可定义并、交、补、差运算 .

定义:设 μ_A, μ_B 规定模糊子集 A, B,那么分别称

$$\mu_{A\cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)),$$
$$\mu_{A\cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)),$$
$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x),$$
$$\mu_{A-B}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)),$$

所规定的模糊子集为 A, B 的并、交,A 的补及 A, B 的差 .

模糊关系的定义也是显而易见的 .

定义:设 $U_1, \cdots, U_n$ 为几个论域,称 R 为 $U_1, \cdots, U_n$ 上的 n 元模糊关系,如果 R 是笛卡儿积 $U_1 \times \cdots \times U_n$ 的一个模糊子集 .

例如，$U = \{1,2,3,4,5\}$，U 上的“远小于”($\ll$) 关系是一个模糊关系，它可以用 U^2 的一个模糊子集来表示，其支集如下：$\ll =$ $0.2/<1,3>+0.4/<1,4>+0.8/<1,5>$ $+0.4/<2,4>+0.6/<2,5>+0.4/<3,5>$ 它还可用一个矩阵来表示：

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.2 & 0.4 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

两模糊关系也可以构成合成的模糊关系．

定义：设 R,S 为 U 上两个二元模糊关系，那么下列函数规定了 R 与 S 的合成模糊关系：

$$\mu_{R\circ S}(x,y) = \max_{u\in U}(\min(\mu_R(x,u),\mu_s(u,y))).$$

显然，$R\circ S$ 的矩阵可以由 R,S 的矩阵作“乘法”求得，这时只要把对应元素的“乘”改为“取 min”，把对“乘积”求“和”改为“取 max”．

如果我们把一元谓词和 n 元谓词($n\geqslant 2$)分别解释为 U 的模糊子集及 n 元模糊关系，那么就有了讨论模糊逻辑的基础．我们可以把 $A(x)$ 的真值，规定为 x 对概念 A 的一致性测度(或 x 对模糊集合 A 的隶属度)，把 $R(x_1,\cdots,x_n)$ 的真值规定为 $\langle x_1,\cdots,x_n\rangle$ 对模糊关系 R 的一致性测度(或隶属度)．

设 v 是对所有原子命题的赋值，即

$$v: \text{ATOMIC} \to [0,1],$$

扩充 v 如下，从而可计算所有谓词闭公式(不含自由变元的公式)的真值：

$$v(P(x)) = \mu_p(x)\ (\text{当 } P \text{ 为原子公式时}),$$

$$v(A\vee B) = \max(v(A),v(B)),$$

$$\upsilon(A \wedge B) = \min(\upsilon(A), \upsilon(B)),$$
$$\upsilon(\rightharpoondown A) = 1 - \upsilon(A),$$
$$\upsilon(\forall x A(x)) = \min_{d \in U}(\upsilon(A(d))),$$
$$\upsilon(\exists x A(x)) = \max_{d \in U}(\upsilon(A(d))),$$

如果规定 $\upsilon(A \to B) = \upsilon(\rightharpoondown A \vee B)$,那么我们又回到多值逻辑,现改进为:

$$\upsilon(A \to B) = \max(\upsilon(\rightharpoondown A), \min(\upsilon(A), \upsilon(B))). \qquad (1\text{-}1)$$

这样,当 $\upsilon(A) = 0.5$ 时,$\upsilon(A \to B) \leqslant 0.5$,表示此时对 $A \to B$ 的讨论意义不大.

由此,可以列入多种模糊推理形式.

形式 1

$$\frac{A(x) \to B(x), A'(x)}{B'(x)}, \qquad (1\text{-}2)$$

这里 $A'(x)$ 是 $A(x)$ 的近似,$B'(x)$ 则是一个接近 $B(x)$ 的模糊结论,它满足

$$\upsilon(B') = \upsilon(A \to B) \cdot \upsilon(A') \text{ (· 为内积)} \qquad (1\text{-}3)$$

例:如果 $A(x) \to B(x)$ 表示"如果 x 大则 x 可取",$A(x)$ 则表示"x 较大". 当 $U = \{1,2,3,4,5\}$ 时

$$A = 0.1/2 + 0.3/3 + 0.9/4 + 1/5,$$
$$B = 0.1/1 + 0.2/2 + 0.4/3 + 0.9/4 + 1/5,$$
$$A' = 0.4/2 + 0.8/3 + 1/4 + 1/5,$$
$$\upsilon(A \to B) = 1/1 + 0.9/2 + 0.7/3 + 0.9/4 + 1/5,$$

(利用(1-1)计算得)

$$\upsilon(B') = 0/1 + 0.36/2 + 0.56/3 + 0.9/4 + 1/5,$$

(利用(1-3)计算得)

因而 $B'(x)$ 可解释为"x 较可取". 这就是说,像常识中一样,我们由"如果 x 大则 x 可取"及"x 较大"这两个前提,得到了结论"x 较可取".

形式 2

$$\frac{\begin{array}{l} A(x) \to B(y) \\ A'(x) \end{array}}{B'(y)}. \tag{1-4}$$

(1 - 4) 中 $A(x) \to B(y)$ 表示一个模糊关系，A'，B' 情况同前. 这时 $\upsilon(A \to B)$ 需由一个矩阵表示之，而 $\upsilon(B') = \upsilon(B) \circ \upsilon(A \to B)$ ($\circ$ 为矩阵乘运算). (1-5)

例：设 $U = \{1,2,3\}$，$A(x) \to B(y)$ 表示“如果 x 小，那么 y 大”，$A'(x)$ 表示“x 较小”，且

$$A = 1/1 + 0.4/2 + 0/3$$
$$B = 0/1 + 0.4/2 + 1/3$$
$$A' = 1/1 + 0.6/2 + 0.2/3$$

那么

$A(x) \to B(y)$ 可用下列矩阵表示之：

	1	2	3
1	0	0.4	1
2	0.6	0.6	0.6
3	1	1	1

(由(1-1) 计算得)

用(1—5) 计算 $\upsilon(B')$：

$$(1,0.6,0.2) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0.4 & 1 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (0.6,0.6,1).$$

即 $B' = 0.6/1 + 0.6/2 + 1/3$. $B'(y)$ 可解释为“y 较大”. 也就是说，像在常识中那样，可由“如果 x 小则 y 大”及“x 较小”，导出“y 较大”的结论 .

其他模糊推理形式不赘 . 可以认为，上述真值规定及模糊推理构成了基于模糊集合论的最简单的模糊逻辑系统 .

2 模糊语言逻辑

还是在模糊集合论的基础上,查德又引进了语言变量的概念,进而使用语言真值,构成一种模糊逻辑演算系统[2],常称为模糊语言逻辑.

定义:一个语言变量由以下五部分组成

(1) 变量名.

(2) 该变量可取的基本语言值 —— 辞的集合.

(3) 由基本语言值及修饰词复合而成语言变量值的构词法.

(4) 论域 U.

(5) 辞的语义规定,每一辞规定为 U 的一个模糊子集.

例如,“年纪”可以看作一个语言变量,“年老”,“年轻”则是其值 —— 辞.可构成的“年纪”的值有“非常年老”,“比较年轻”,“并非非常年轻”等等.如果取$\{0,1,2,\cdots,100\}$为论域(其中数 i 代表年龄为 i 的人,那么“年老”的辞义可如第一节所描述的那样去规定.

现在我们来看语言变量“真假”,它的辞集中包括:

真,不真,非常真,有点真,非常非常真,基本上真,非常不真,不非常真……

假,不假,非常假,有点假,非常非常假,基本上假,非常不假,不非常假……

不非常真也不非常假,……等等.

它们都对应于 $U=[0,1]$ 的一个模糊子集.为说明简便计,令 $U=\{0,0.1,0.2,0.3,\cdots,1\}$,那么可以如下地建立它们的语义:

真 $=0.5/0.7+0.7/0.8+0.9/0.9+1/1$,

假 $=0.5/0.3+0.7/0.2+0.9/0.1+1/0$,

非常真 $=0.25/0.7+0.49/0.8+0.81/0.9+1/1$.

这是说真值0.8对于语言真值“真”的一致性测度为0.7,对于语

言真值“假”的一致性测度为0,而与“非常真”的一致性测度为0.49. 如果

$$\text{基本真} = 0.7/0.7 + 0.9/0.8 + 1/0.9 + 1/1$$

那么称具真值0.8的命题为“基本上真”是适当的.

为了更好地表达常识推理,语言变量“真假”的辞集还可包括两个特殊的辞“无定义”(记为!)和“不知道”(记为?),它们的语义(U 的模糊子集)分别是空集$\varnothing$和全集 U,或

$$! = \int_0^1 0/u, \quad ? = \int_0^1 1/u, (U = [0,1]).$$

由于在模糊集合论中已建立了与复合辞相对应的语义运算,例如辞“A”与辞“非常 A”,“比较 A”的辞义关系如下:

$$\mu_{\text{非常}A(x)} = (\mu_A(x))^2 \text{ 或 } \upsilon(\text{非常 } A) = \upsilon(A)^2,$$

$$\mu_{\text{比较}A(x)} = (\mu_A(x))^{\frac{1}{2}} \text{ 或 } \upsilon(\text{比较 } A) = (\upsilon(A))^{\frac{1}{2}},$$

因此,只要在应用中,建立起由模糊子集确定最适合的辞的机制,便可建立以语言变量、语言值为对象的逻辑推理系统.

将上节中模糊推理形式引入模糊语言逻辑,那么可以有更强的功能,例如可以允许 $A'(x)$:“x 较大非常真”这样的模糊语句作为前提;而且可以直接导出以语言真值表达的结论,例如:“x 较可取是十分有把握的.”

查德本人和有些运用模糊语言逻辑于知识工程的专家,推广上述模糊推理理论为“可能性理论”[3],从而将一个模糊子集的隶属函数看作一种可能性分布,这样,在处理推理时,由于可以像概率理论那样引入条件可能分布的概念,使假言推理变得更加细微,这里不作深入介绍.

下文我们将介绍继查德理论之后纷纷兴起的、在知识工程领域得到广泛应用的不确定推理理论,它们都属于模糊逻辑的范畴.

3 确定性理论

在著名的计算机医疗诊断专家系统 MYCIN 中,采用了一种被称为"确定性理论"(certainty theory)的不确定推理[4].

在确定性理论中,每一个命题(包括表示一般事实的断言和表示规律性知识的规则)都取闭区间$[-1,1]$中的一个数为值(相当于真值),称为该命题的确定性因子(certainty factor)或可信度,用$CF(A)$表示命题A的可信度,它表示命题A真的可信程度或确定性程度,特别地

$$CF(A)=\begin{cases}1, & \text{当 } A \text{ 确知为真时;}\\ 0, & \text{当对 } A \text{ 一无所知时;}\\ -1, & \text{当 } A \text{ 确知为假时}.\end{cases}$$

一般事实的可信度通常依据经验、统计数据或实测结果确定,而表示规律性知识的规则,一般形如"如果A则B",可通过下列方式来计算.设$P(B)$表示B真的可能性或概率,$P(B\mid A)$表示A真时B真的条件可能性或条件概率(它们也是预先确定的).首先计算

$$MB(B,A)=\begin{cases}1, & \text{当 } P(B)=1;\\ \dfrac{\max(P(B\mid A),P(B))-P(B)}{1-P(B)}, & \text{否则}.\end{cases}$$

这里$MB(B,A)$表示B的信任增长程度,即因A的发生而使B更可信的程度.显然,当A发生有利于B的发生时,$MB(B,A)>0$,否则$MB(B,A)=0$.

其后再计算

$$MD(B,A)=\begin{cases}1, & \text{当 } P(B)=0;\\ \dfrac{\min(P(B\mid A),P(B))-P(B)}{-P(B)}, & \text{否则}.\end{cases}$$

这里$MD(B,A)$表示B的不信任增长程度,即因A的发生而使B更不可信的程度.显然,当A发生不利于B的发生时,$MD(B,A)>0$,否则$MD(B,A)=0$.

最后,利用 $MB(B,A)$,$MD(B,A)$ 计算"如果 A 则 B"的可信度:

$$CF(A\to B)=\begin{cases}MB(B,A)-0=\dfrac{P(B\mid A)-P(B)}{1-P(B)}, & 当\ P(B\mid A)>P(B);\\ 0, & 当\ P(B\mid A)=P(B);\\ 0-MD(B,A)=\dfrac{P(B\mid A)-P(B)}{P(B)}, & 当\ P(B\mid A)<P(B).\end{cases}$$

由此可见,当 A 的发生越有利于 B,规则"如果 A 则 B"就越可信;反之,A 的发生越不利于 B,规则"如果 A 则 B"就越不可信.当 A 的发生不影响 B 的发生时,不管 B 真如何地确定,$CF(A\to B)=0$,从而对 $A\to B$ 无可奉告.这表明,确定性理论至少部分地解决了实质蕴涵难于描述因果关系的缺憾.

依据命题的可信度可以进行近似推理,即由具一定可信度的前提,得出具某一可信度的结论.设事实 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的可信度已知,分别是 $CF(A_1),CF(A_2),\cdots,CF(A_n)$,此外,又有规则

$$A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n\to B$$

且其可信度为 $CF(A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n\to B)$,那么我们可以得出一个近似的结论 B,其可信度为

$$CF(B)=CF(A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n\to B)\cdot\max(0,CF(A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n)),$$

其中

$$CF(A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n)=\min(CF(A_1),CF(A_2),\cdots,CF(A_n)).$$

有时会发生这样的情况,在两次推理过程获得的结论的可信度不一致,这时可如下进行调整.设两次推得的结论 B 分别具可信度 $CF_1(B)$ 和 $CF_2(B)$,那么可如下计算 $CF(B)$

$CF(B)=$

$$\begin{cases} CF_1(B)+CF_2(B)-CF_1(B)\cdot CF_2(B), \\ \qquad\qquad \text{当 } CF_1(B)\geqslant 0 \text{ 且 } CF_2(B)\geqslant 0; \\ CF_1(B)+CF_2(B)+CF_1(B)\cdot CF_2(B), \\ \qquad\qquad \text{当 } CF_1(B)<0 \text{ 且 } CF_2(B)<0; \\ CF_1(B)+CF_2(B), \ \text{当 } CF_1(B)\cdot CF_2(B)<0. \end{cases}$$

当然,修正方式可以随实际问题需要而改动,以便更切合实际地计算所得结论的可信度.

由于确定性理论和查德的模糊推理比较接近,因而常被看作是后者的一个应用或推广;又由于它简明、易用,因而在知识工程系统开发中被广泛应用.

4 主观贝叶斯方法

确定性理论的主要缺陷在于,$CF(A\to B)$ 只指出 A 真时对 B 所产生的影响,而不关心 A 假时对 B 的影响,因而仍不能说是因果关系 $A\to B$ 的恰当描述.主观贝叶斯方法(Subjective Bayesian Methods)[5] 弥补了这一不足.

主观贝叶斯方法的基本依据是概率论中的贝叶斯公式

$$P(Ai\mid B)=P(B\mid Ai)\cdot P(Ai)/\sum_{i=1}^{n}P(B\mid Ai)\cdot P(Ai),$$

这里 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,是互不相容的事件,事件 B 恰与 $A_1,\cdots,A_n$ 中的一个同时发生;$P(\overline{X})$ 表示事件 $\overline{X}$ 发生的概率,而 $P(\overline{X}\mid\overline{Y})$ 则表示事件 $\overline{Y}$ 发生的条件下,事件 $\overline{X}$ 发生的概率.

主观贝叶斯方法的主要做法是,以两个量(LS,LN)来描述规则 $A\to B$ 中 A 对 B 的支持程度,称为充分性度量(LS),以及 A 不成立时对 B 的支持程度,称为必要性度量(LN),它们被分别定义为

$$LS=\frac{P(A\mid B)}{P(A\mid\neg B)},$$

$$LN=\frac{P(\neg A\mid B)}{P(\neg A\mid\neg B)}.$$

此时,规则 $A \to B$ 的正确表示应为

$$A \to B\ (LS, LN).$$

为了表述得更简明,主观贝叶斯方法中引入一个描述或然性的新记号 $O(A)$,它与 $P(A)$ 的关系如下:

$$O(A) = \frac{P(A)}{1 - P(A)}, \qquad P(A) = \frac{O(A)}{1 + O(A)}.$$

很显然,$O(A)$ 与 $P(A)$ 实质上是等价的,不同的只是 $P(A)$ 在[0,1]中取值时,$O(A)$ 则在 $[0, +\infty)$ 间变化．特别地 $P(A) = 0$ 时 $O(A) = 0$,$P(A) = 0.5$ 时 $O(A) = 1$.

同样可以定义 $O(B \mid A)$

$$O(B \mid A) = \frac{P(B \mid A)}{1 - P(B \mid A)} = \frac{P(B \mid A)}{P \neg B \mid A)},$$

利用贝叶斯定理即得

$$\begin{aligned} O(B \mid A) &= \frac{P(A \mid B)P(B)}{P(A \mid B)P(B) + P(A \mid \neg B)P(\neg B)} \\ &\cdot \frac{P(A \mid \neg B)P(\neg B) + P(A \mid B)P(B)}{P(A \mid \neg B)P(\neg B)} \\ &= \frac{P(A \mid B)}{P(A \mid \neg B)} \cdot \frac{P(B)}{P(\neg B)} \\ &= LS \cdot O(B), \end{aligned}$$

同理可计算得

$$O(B \mid \neg A) = LN \cdot O(B).$$

这表明 A 真时以因子 LS 改变了 B 真的可能性,LS 越大,意味着 A 越是支持 B;同时,A 假时以因子 LN 改变了 B 真的可能性,LN 越大,意味着 A 假越是支持 B 真．从而,规则

$$A \to B(LS, LN)$$

在 LS 越大,LN 越小时越有效.具体计算给出

$$LS = \begin{cases} 1, & \text{当 } O(B \mid A) = 0(B) \quad (A \text{ 对 } B \text{ 无影响}); \\ > 1, & \text{当 } O(B \mid A) > 0(B) \quad (A \text{ 支持 } B); \\ < 1, & \text{当 } O(B \mid A) < 0(B) \quad (A \text{ 不支持 } B). \end{cases}$$

$$LN=\begin{cases}1, & \text{当 } O(B\mid\neg A)=O(B)\quad(\neg A \text{ 对 } B \text{ 无影响});\\ >1, & \text{当 } O(B\mid\neg A)>O(B)\quad(\neg A \text{ 支持 } B);\\ <1, & \text{当 } O(B\mid\neg A)<O(B)\quad(\neg A \text{ 不支持 } B).\end{cases}$$

当已知 $A\rightarrow B(LS,LN)$ 及 A 的证据 A'，则可如下计算 $O(B\mid A')$：

$$O(B\mid A')=P(B\mid A')/[1-P(B\mid A')]$$

$$P(B\mid A')=P(B\mid A)\cdot P(A\mid A')+P(B\mid\neg A)\cdot P(\neg A\mid A')$$

$$=\begin{cases}P(B\mid A), & \text{当 } P(A\mid A')=1;\\ P(B\mid\neg A), & \text{当 } P(A\mid A')=0;\\ P(B), & \text{当 } P(A\mid A')=P(A);\\ \text{用以上三点作线性插值计算,此外}.\end{cases}$$

$$=\begin{cases}LS\cdot P(B)/[(LS-1)\cdot P(B)+1], & \text{当 } P(A\mid A')=1;\\ LN\cdot P(B)/[(LN-1)\cdot P(B)+1], & \text{当 } P(A\mid A')=0;\\ P(B), & \text{当 } P(A\mid A')=P(A);\\ \text{用以上三点作线性插值计算,此外}.\end{cases}$$

由线性插值函数知

$$P(B\mid A')=\begin{cases}P(B\mid\neg A)+\dfrac{P(B)-P(B\mid\neg A)}{P(A)}\cdot P(A\mid A'),\\ \qquad\text{当 } 0\leqslant P(A\mid A')<P(A);\\ P(B)+\dfrac{P(B\mid A)-P(B)}{1-P(A)}[P(A\mid A')-P(A)],\\ \qquad\text{当 } P(A)\leqslant P(A\mid A')\leqslant 1.\end{cases}$$

通常，我们未必能够知道证据 A' 对前提 A 的影响，不知道 $P(A\mid A')$. 为此，在应用中要估计 A' 对 A 的影响的度量，例如采用 -5 至 5 这十一档，记为 $C(A\mid A')$，规定

$$P(A\mid A')=\begin{cases}0, & \text{当 } C(A\mid A')=-5;\\ P(A), & \text{当 } C(A\mid A')=0;\\ 1, & \text{当 } C(A\mid A')=5.\end{cases}$$

以这三点为基准，再作线性插值计算，对任何 $C(A\mid A')$ 值估计出 $P(A\mid A')$：

$$P(A \mid A') = \begin{cases} P(A) \cdot [\frac{1}{5} C(A \mid A') + 1], & \text{当 } C(A \mid A') \leqslant 0; \\ [1 - P(A)] \cdot \frac{1}{5} C(A \mid A'), & \text{当 } C(A \mid A') > 0. \end{cases}$$

主观贝叶斯方法由于理论模型精确(建基于概率论),因而在实际应用中有高速、高效的优点．著名的地质勘探专家系统 PROSPECTOR 正是使用了这一方法,获得了惊人的成功．但是,由于主观贝叶斯方法过多地依赖于主观概率,这并不总是可能知道的,并且要服从对使用贝叶斯公式时的限定:诸证据之间的独立性,因而使用范围受到极大的限制．

5 其　　他

如果不限于我们在引言中所指出的两类,关于模糊逻辑的研究,还有众多的成果．我国朱梧槚教授等提出了中介逻辑,给出了该系统内作形式推演的理论,这是与我们前面介绍的诸系统本质不同的;李祥教授等提出了格值逻辑,它以一完全有补分配格作为真值域,对通常所说的模糊逻辑作了进一步的推广(真值域更一般);特别有意义的是,刘叙华教授等在总结了确定性理论的长处后,提出了一种“算子模糊逻辑”[6],在该系统中可以引入归结算法. 他们的主要做法是:

(1) 用算子表示程度词(例如:是,几乎是,非常像是,差不多是,有点儿是等等).

(2) 算子取值于一个满足一特定条件的完全有补分配格．例如,定义了运算的闭区间[0,1],对任意 $a, b \in [0,1]$

$$a \cdot b = \frac{a + b}{2}.$$

(3) 每一合式公式都带有一算子,表示这个公式真的程度(类

似于确定性理论),并规定算子深入到各原子公式的运算法则.

(4) 当两个文字可合一,而其算子值"差异大"(例如一个大于0.5,另一个都小于0.5)时,定义它们为互补文字.

(5) 规定归结算法中互补文字的消除规则.

由于这一系统有坚实的理论基础,又有有效的算法支持,是一个值得研究的模糊逻辑系统.

在行将结束本文的时候,我们想就若干关于模糊逻辑的说法,表示一点意见.

有一种说法,认为传统逻辑是模糊逻辑的一个特例,其理由是,集合论是模糊集合论的特例,而且在模糊逻辑中令真值集为$\{0,1\}$时即得传统逻辑.我们以为此类看法不对.

首先,不能认为传统集合论是模糊集合论的特例.就朴素集合论和朴素模糊集合论而言,它们是可以相互嵌入的.有如用$x+y$表示实数与用x表示实数一样,既可说后者是前者在令$y=0$时的特例,也可以说前者是表示可以写作两个实数之和的实数,因而是后者的特例.就公理化集合论与公理化模糊集合论而言,可以说后者是前者的特例,却不是相反.因为我们已看到诸多文献,在经典的ZF理论之上、在经典的GB理论之上发展出公理化的模糊集合理论,却未曾见过离开经典的公理化集合论、独立而成的模糊集合论公理体系.

其次,模糊逻辑大多是语义逻辑,即通过真值计算进行推演的演算系统,它们不是形式推演系统,两者不能混为一谈,更何况模糊逻辑的元逻辑依然是传统逻辑.就表示而言,模糊逻辑的多值性,及程度词,均可以在高阶的谓词演算中表示.当然,这时给推理带来了许多问题,而模糊逻辑,由于引入了数值计算来逼近,使得近似的推理成为可能.因而就推理而言,模糊逻辑是传统逻辑中作近似推理的一种手段,从根本说,它不能代替后者.

另一种看法是,"模糊"是人的常识的本质,离开"模糊逻辑"实现"常识性推理"(commonsence reasoning)是不可能的.这种意见

也值得商榷.模糊性也许是常识的一种性质,可与之并列的性质还有“非单调性”[7],谁更本质?现有的非单调推理系统,大多仍在传统逻辑的框架内,甚至已有研究表明,它们可以用传统逻辑来代替.事实上,笔者相信,取有限集为真值域的模糊推理,完全可以用传统逻辑来模拟.

总之,模糊逻辑自提出以来,取得了丰硕的研究成果与广泛的应用,值得加以重视和推广,但与此同时,不应对其有任何奢望而忽视传统逻辑的作用,并且应当特别注意,利用传统逻辑实现模糊推理的研究.

(作者:王元元)

参 考 文 献

[1] L. A. Zadeh, Fuzzy Sets, Information and Control 8, 338 – 353, 1965.

[2] L. A. Zadeh 著,陈国权译.模糊集合、语言变量及模糊逻辑,北京:科学出版社,1982.

[3] L. A. Zadeh, Fuzzy Logic and Approximate Reasoning, Synthese, 30, 1975.

[4] E. H. Shortliffe, Computer – Based Medical Consutations: MYCIN, American Esevier Publishing Co., 1976

[5] R. Reboh, Knowledge Engineering Techniques and Tools in the PROSPECTOR Environment, Menio Park, California, 1981.

[6] 刘叙华.模糊逻辑与模糊推理,长春:吉林大学出版社,1989.

[7] 王元元.计算机科学中的逻辑学,北京:科学出版社,1989.

（五） 直觉主义逻辑

1 直觉主义逻辑的起源与发展

人们常说本世纪初罗素的集合论悖论提出之后，为了解决这个悖论，出现了三个学派，除逻辑主义、形式主义外还有直觉主义学派.这个说法有一部分正确，因为直觉主义学派中的布劳维尔学派的确是为解决集合论悖论而产生的.但是直觉主义的起源远远地在这之前，至少可以追踪到19世纪.当狄德金、康托尔等人建立实数论基础的时候，克隆涅克（L.Kronecker）指责说，他们完全是作文字游戏，其定义完全不可懂.其意是，他们的定义不符合能行性的要求，难于接受.因此克隆涅克一般被视为直觉主义派的先驱.20世纪初期，波雷尔（A.Borel）勒贝格（H.L.Lebesgue）等人发表有五封讨论能行性的信，也认为古典数学中有好些部分是非能行的有待删除，他们被叫做半直觉主义者，已和布劳维尔的直觉主义非常接近了.但是直接而明确地提出古典数学有极大部分需待修改，尤其是排中律不能接受，从而正式出现一个学派——直觉主义派，则创自布劳维尔.因此人们认为布劳维尔是直觉主义派的创建者，时间是1907年.

直觉主义者强调数学直觉是数学的基础、数学的源泉，这种见解实际上根源于其强调能行性，他们认为要肯定一样东西，必须认知它为这件东西.但一般事物的认知过程，比如，知道这是一本书，那是一棵树等等，牵涉的问题很多不易解决（要解决它，须详细发展知识论），所以便限于数学上的事物，而最为原始的当推自然数及其性质，因此，1，2，3，… 以及“加1”（即求继数）便是最原始的人也知的性质.直觉主义派把它们作为已知，作为出发点，这应该是

人们所认可的.

关于最常见的命题联结词又怎样呢?本着能行性的观点,直觉主义的理解便严格得多.在日常生活中,人们只能直接认知正概念,负概念是不能直接认知的.例如,只能认知(这个)桌子,但“非桌子”是不能直接认知的,只当人们认出它为椅子(正概念),再推得:“如果把它作为桌子,那将既是椅子又是桌子,矛盾,故它非桌子”,换句话说,只有当假设它为桌子时引起矛盾,才知它为“非桌子”,而不是直接感知的.直觉主义认为,要得知“非 A”,须是“假定它为 A 时可以推得矛盾”,否则,不能肯定它为“非 A”.同理,如果肯定它为非 A 时而导致矛盾,我们只能得“非非 A”.“非非 A”意指:由非 A 而导致矛盾,但由此并不能便认知它为 A,所以直觉主义并不承认,由非非 A 便得 A,与古典逻辑的“非 A 假则 A 真”不同.

“A 且 B”当然意指:既认知为 A,又认知为 B,这与古典逻辑的 A 且 B 真当且仅当 A 真 B 亦真大体相当.

“A 或 B”意指:或认知 A 或认知 B 两者必认知其一(可认知两者),这与古典的:A 或 B 真意指或 A 真或 B 真大体亦相当.但由于别的方面(尤其是排中律的参与其间)有差异,所以对含有“或”字样的语句,两者处理结果并不一致(见下).

“如果 A 则 B”(又称 A 蕴涵 B)意指:我们有一个过程,把这个过程与认知 A 的过程配合之后便可以得到认知 B 的过程.这也正是通常所说的蕴涵的意思.当然,这时还有容许额外假设与否的问题,通常的直觉主义者正像通常的古典逻辑家一样,容许额外假设,因此也承认 $A\rightarrow(B\rightarrow A)$ 与 $\neg A\rightarrow(A\rightarrow B)$ 这两式,但是,即使容许额外假设如果不满足上面的条件,那末相应的蕴涵式是不被承认的(因此,古典的蕴涵式还有很多不被承认).

关于量词,这里便牵涉到无穷问题,因为在逻辑中、在日常生活中,遇到“所有 x”一般都有无穷多个 x,“有些 x”一般都是在无穷多个 x 中的挑选.直觉主义者认为,无穷集合不是完成了的,它

是永远在创造之中的未完成的东西，从而它的元素是无法全部检查完的. 事实上，无穷集合尚未构造完成，当然无法检查完；其实即使构造完，由于无穷多，也是无法逐一检查完的.

所谓"任何 x 均使 $A(x)$" 意指，对于变元 x(不附带任何特殊性质的 x)而能认知 $A(x)$；所谓"有 x 使得 $A(x)$"，指有一过程可以找出一个东西 x_0，并且可以认知 $A(x_0)$. 这两个要求较通常的理解是更为严格的，从而它们的性质便和从前的说法不一致.

例如，通常说的："如果不是每个 x 均 $A(x)$，则必有一个 x 使非 $A(x)$". 我们要问，(并把"是" 作更严格的理解)，如果假设每个 x 均 $A(x)$ 而导致矛盾，这能够保证有一个过程以找出 x_0 使由 $A(x_0)$ 可以导出矛盾吗?显然是不能保证的. 在数学中很多存在定理的证明，是根据反证法的. 该反证法的主要论证是：如果假定 $A(x)$ 永真(对每个 x 都真)将导致矛盾，故必有 x 使非 $A(x)$ 真. 这种存在性证明在直觉主义者看来是不能承认的.

再举一个例，假设我们用下列两法定义两个数：

(1) $A = 11$ 当 $\sqrt{2}$ 的第一千万位小数字为 1 时，
$\quad = 13$ 当 $\sqrt{2}$ 的第一千万位小数字非 1 时；

(2) $B = 11$ 当 $\sqrt{2}$ 的小数展式中有无穷多个 1 时，
$\quad = 13$ 当 $\sqrt{2}$ 的小数展式中只有有穷多个 1 时；

根据古典数学，A，B 这两个数都是有定义的、确定的，而且尽管在目前谁也不知其值是什么，但都是两位数，是奇数，是质数等等. 但照直觉主义的说法，则 A 这个数确如古典数学所说，是两位数，是奇数而且是质数；但 B 这个数则不同了，由于 $\sqrt{2}$ 的小数展式是无穷的(且不循环的) 小数，不但到今天，而且任何时候都不能展开完毕，所谓"有无穷多个 1" 或"只有有穷多个 1" 云云，根本是无法判定的. 不管你展得多远(展到多么长的位数)，都无法看出到底有无穷多个 1 或只有有穷多个 1，照直觉主义者看来，B 是没有定义的，从而它是否为两位数，是否为奇数与质数，都是谈不上的.

人们会说，即使不能看出来，但"或者有无穷多个 1 或者只有

有穷多个 1”，其情况和数 A 的定义情况相同，所以 B 有定义，对它的处理和对 A 的处理相同. 直觉主义者的回答是：这种“或者”的说法是根据排中律. 但直觉主义者认为，排中律是根据有限事物作归结而来，对无穷事物是不适用的，把排中律适用于无穷场合，是古典逻辑所犯的一个错误，不能再犯下去了. 即就目前的例子言，目前虽不能知道$\sqrt{2}$ 的小数展式的第一千万位的数字如何，但只要借助于电子计算机(或虽不借助于电子计算机，但花费较长的时间，例如，几代人的努力)，我们是可以毫无错误地求出该位数字来的，到那时，A 究竟是 11 或 13 是可以很容易地判定的. 所以不但在理论上 A 有定义，而且如果有必要 A 的数值的确是可以求出的，因为这时处理的是有穷情况(求第一千万位的小数数字)，这时可以使用排中律，从而即使不知 A 的具体数字也可以说A 有定义. 但 B 的情况则不同了，它牵涉的是有没有“无穷多个 1”出现在$\sqrt{2}$ 的无穷小数展式中，不管你借助或不借助电子计算机，不管你经多少代人的努力，都是不能靠逐位逐位的展开来决定的. 因此冒冒然地说 B 有定义是没有根据的，从而直觉主义者对 A 与对 B 作不同的处理，断然不承认 B 是有定义的.

万一我们证明了$\sqrt{2}$ 的小数展式中有无穷多个 1 出现，那将如何?直觉主义者当然承认 $B = 11$；如果证明了$\sqrt{2}$ 的小数展式中只有有穷个 1 出现，直觉主义者当然承认 $B = 13$. 问题是：迄今无人作出上列两个证明之一，从而既不能说 $B = 11$ 又不能说 $B = 13$.

有人说，即使未曾证明，但不是有穷便是无穷，所以不是 $B = 11$ 便是 $B = 13$，B 仍是有定义的. 直觉主义者回答说：你这个论点是援引排中律，排中律只适用于有穷情况，对无穷情况是不适用的. 就目前情况而论，在$\sqrt{2}$ 中出现的“1”的集合，究竟是有穷或无穷，是无法判定的，从而不能无根据地说：“不是有穷便是无穷”. 只当有穷情况，完成构造后，我们能判定某物为 A 或是另一值 B，当是另一值 B 时便可断定它非A，从而必有：或 A 或非A. 对无穷情况言，我们根本不能有任何判定，从而不能断定为：或 A 或非 A. 直

觉主义者说排中律不能适用于无穷情况正是此意.

有人说,虽然现在不能证明展式中出现1的个数是否有穷,但以前不能证明的,现在往往能够证明;现在不能证明的,将来也可证明,亦即将来 B 仍有定义,不出乎11,13两值之一.所以现在便承认 B 为这两值之一也是可取的.直觉主义者的回答是:"将来也可证明"云云,只是一种信仰.当然,以往未能解决的问题到现在被大批地解决了,但须注意,每解决一批问题,经常有更多的未解决问题产生.未解决问题的数目,随着时间的演进,不是减少了而是增加了.说:"任何数学问题都必可证明或可否证(即证明其反面)",这个说法连古典数学家也很少有人敢大力主张,一般只是含糊地有这个信念罢了.而根究这个信念的来源,实源于排中律,直觉主义不承认排中律,便再也没有别的根据来主张"任何数学问题都可证明或否证"了.

有人说,照直觉主义的说法,假设在某一天,x 年 y 月 z 日,有人判定$\sqrt{2}$的小数展式中1出现无穷多个.岂不是在这一天以前 B 无定义,而在证明的一瞬间起,B 便从无定义一跃而为有定义而其值为11?B 纯粹是数学上的概念,为何受到人类活动的影响?对此,直觉主义者回答说,数学的概念离不开人类直觉的创造,当对$\sqrt{2}$小数展式中1出现的个数是否无穷这个问题不能判定之时,人类直觉创造活动并未完成,亦即 B 并未创造完成.一旦对上述问题有所判定(有无穷多个1或只有有穷多个1),B 便创造完成而有定义了.直觉主义者说,那些认为数学概念可以离开人的直觉活动而独立于外界的说法,是柏拉图的理念世界的再版(柏拉图认为,形状、大小、颜色、软硬等等概念,都是独立于人类的感知而独立存在的,组成一个理念世界.理念世界较之人们所感知的世界更严谨更有条理).如果认为数学概念是人类直觉活动的结果,上述疑问便可消除了.(这一段话牵涉到很深的哲学问题,人们认为是直觉主义者的唯心论的表现.对此读者可自行批判,这里只是介绍直觉主义者自己的说法).

经过上面的介绍,读者将可明白直觉主义的基本论点了.本着这个理解我们看看直觉主义与古典逻辑的一些不同的地方.

试就 $A = \exists_X F_X$ 而论,假定对每个自然数 X 而言,F_X 的真假可以判定.我们逐次检查 $F(0),F(1),F(2),\cdots\cdots$,当未发现使 F_X 为真的自然数时,对 $\exists_X F_X$ 只能说"未知其为真",当发现使 FX 为真的自然数时,我们说 $\exists_X F_X$ 为真,而且以后它一直为真.怎样才断定 $\exists_X F_X$ 为假呢(亦即,怎样断定 $\neg\exists_X F_X$ 为真呢)?不能由于屡次不发现成真的自然数而断定,必须是"不可能知其为真(亦即,如假定它为真则导致矛盾)".在直觉主义者看来能够明确证明这个不可能,当然更好,但是能够确定"永远不知它为真"亦就可以了.直觉主义者认为自然数无穷多,无法穷尽,故"永远不知其为真"云云须待立论.为了说明"永远不知其真(则为假)",我们便得克利普克语义(Kripke semantic).

该语义的主要特点是引进时间观念.当然语义与时间无关,因此我们引进一个半序集 ○ 及在 ○ 上定义的半序,记为 $\leqslant$,它满足条件:(1)$p \leqslant p$(自反性);(2) 如果 $p \leqslant q, q \leqslant r$ 则 $p \leqslant n$(可传性);(3) 如果 $p \leqslant q, q \leqslant p$ 则 $p = q$(斜对称性).借这个半序集 ○ 之助我们把个体域 D 及解释 V 扩展为 Da, Va,这里 a 为 ○ 的元素,并要求:如果 $a \leqslant b$,则 $Da \subseteq Db$(即 Db 包含 Da);又当 $Va(F) = T$ 时,$Vb(F)$ 亦为 T,这里 F 为任一公式而 T 表示"真".$Va(F)$ 另有一值最好不读为"假"而读为"暂不知其真",故记为 U.

有了个体域 Da 及真值域 $\{T, U\}$ 后,对直觉主义中的命题联结词与量词便可如下解释(记为 Va):

1) 命题变元 $Va(p) =$ 以 $\{T, U\}$ 为变域的变元;$Va(X) =$ 以 Da 为变域的变元;$Va(f)$ 以 Da 上的函词为值的符号;$Va(R) =$ 以 Da 上的谓词为值的符号.以上是对变元及(函词、谓词)符号的解释.

2) $V_a(R(X_1,\cdots,X_n)) = T$, 当 $V_a(X_1),\cdots,V_a(X_n)$ 满足 $V_a(R)$;

$= U$，当 $V_a(X_1),\cdots,V_a(X_n)$ 不满足 $V_a(R)$；

3) $V_a(A \wedge B) = T$，当 $V_a(A) = T$ 且 $V_a(B) = T$；

$= U$，当 $V_a(A),V_a(B)$ 有一为 U；

4) $V_a(A \vee B) = T$，当 $V_a(A),V_a(B)$ 有一为 T；

$= U$，当 $V_a(A),V_a(B)$ 均为 U；

5) $V_a(\neg A) = T$，当对一切 b，只要 $a \leqslant b$ 便有 $V_b(A) = U$；

$= U$，当有 b 使得 $a \leqslant b$ 且 $V_b(A) = T$；

6) $V_a(A \rightarrow B) = T$，当对一切 b 只要 $a \leqslant b$ 便 $V_b(A) = U$ 或 $V_b(B) = T$ 至少有一成立；

$= U$，当有 $b, a \leqslant b$ 且同时有 $V_b(A) = T$ 及 $V_b(B) = U$；

(7) $V_a(\forall_x A(X)) = T$，当对一切 b，只要 $a \leqslant b$，便对 D_b 内一切元素 Y 均有 $V_b(A(y)) = T$；

$= U$，当有一 $b, a \in b$，且在 D_b 内有一元素 Y 使 $V_b(A(Y)) = U$；

(8) $V_a(\exists XA(X)) = T$，当 D_a 内有一元素 Y 使得 $V_a(A(Y)) = T$；

$= U$ 当 D_a 内一切元素 y 均使 $V_a(A(y)) = U$；

这样，我们便对直觉主义的谓词逻辑给以解释了．再对其中的变元给以指派，便可以确定每一公式的真及未定为真了．

如果对一切解释及一切指派均使公式 A 为真，则 A 叫做永真公式（直觉主义的，下同）；如果至少有一解释及一指派使公式 A 为真，则 A 叫做可满足公式．永真公式便是（直觉主义的）逻辑规律．如果一解释使得某个（或某些）公式有成真指派，则该解释便叫做该公式（或这些公式）的模型．

注意，如果一切 Da，Va 均一样（不随 a 而更改），则半序集 ○

可废,而解释及个体域便和古典逻辑的一样,可见古典逻辑的解释只是直觉主义的解释的一种,而且是最简单的一种.

还可注意,对 $\vee$, $\wedge$ 及 $\exists X$,均可只由 Va 而求得 Va,但对 $\neg$, $\rightarrow$ 及 $\forall_X$,则必须考虑全体的 $Vb(a \leqslant b)$ 才能求得 Va,这便是直觉主义和古典逻辑不同的地方.

经过研究,可对直觉主义谓词演算中的永真公式给出一个公理系统,它和古典谓词演算的公理系统非常接近,只差一条公理(公理 9).今列出如下.

2　直觉主义谓词逻辑的公理系统

1) 原始符号

(1) 个体变元　用 $x_1, x_2, x_3, \cdots$ 表示(有时又写为 $y, z, \cdots$);

(2) 个体常项　用 $a_1, a_2, a_3, \cdots$ 表示(有时又写为 $b, c, \cdots$);

(3) 命题变元　用 $p_1, p_2, p_3, \cdots$ 表示(有时又写为 $q, r, \cdots$);

(4) 函词符号　用 $f_1, f_2, f_3, \cdots$ 表示(有时又写为 $g, h, \cdots$);

(5) 谓词变元　用 $R_1, R_2, R_3, \cdots$ 表示(有时又写为 Q, $S, \cdots$);

以上(4)(5) 两项又分为一元、二元等,随文声明.

(6) 命题联结词　$\neg$(否定,一元),$\vee$(析取),$\wedge$(合取)$\rightarrow$(蕴涵)(后三者为二元);

(7) 量词　$\forall$(全称)$\exists$(存在);

(8) 辅助符号(　,　)(左右括号).

2) 形成部分

(1) 项　个体变元与个体常元为项;如果 f 为 n 元函词符号而 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n$ 为项,则 $f(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$ 为项;所谓项仅限于如上所得的.

(2) 公式　命题变元为公式亦为原子公式;如果 R 为 n 元谓词符号,而 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n$ 为项,则 $R(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$ 为公式而且为原

子公式;如果 A 为公式,则$(\neg A)$ 亦为公式;如果 A,B 为公式,则$(A \vee B),(A \wedge B),(A \to B)$ 亦为公式;如果 A 为公式,而 x 为个体变元,则$(\forall xA),(\exists xA)$ 亦为公式,x 叫做 $\forall x,\exists x$ 的指导变元,A 叫做 $\forall x,\exists x$ 的辖域,辖域中的 x 叫做受量词的指导变元 x 所约束;所谓公式便限于如上所得到的.

3) 推理部分.

(1) 公理　如下形状的公式叫做公理(或公理模式),其中 A,B,C 等为任意的公式(不限于命题变元),公式中的自由变元均被全称量词封闭.

①$A \to (B \to A)$;

②$(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$;

③$(A \wedge B) \to A$;

④$(A \wedge B) \to B$;

⑤$A \to (B \to (A \wedge B))$;

⑥$A \to (A \vee B)$;

⑦$B \to (A \vee B)$;

⑧$(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \vee B) \to C))$;

⑨$(A \to B) \to ((A \to \neg B) \to \neg A)$;

⑩$A \to (\neg A \to B)$;

⑪$\forall x(A \to B) \to (\forall xA \to \forall xB)$;

⑫$\forall x(A \to B) \to (\exists xA \to \exists xB)$;

⑬$\forall xA(x) \to A(t)$;

⑭$A(t) \to \exists xA(x)$;

(在 ⑬,⑭ 中 t 对 $A(x)$ 的代入是合法的)

⑮$A \to \forall xA$;

(在 ⑭,⑮ 中要求 x 在 A 中没有自由出现)

⑯$\exists xA \to A$;

⑰$\forall x(A \to B) \to (\forall xA \to \forall xB)$;

⑱$\forall x(A \to B) \to (\exists xA \to \exists xB)$;

(2) 公则(推理规则) 只有一条:

分离规则,由 $A \to B$ 与 A 可推得 B.

(3) 定理 公理的每个特例为定理;如果 $A \to B$ 与 A 为定理,则 B 亦为定理;所谓定理仅限于如上得到的.

直觉主义谓词演算的公理系统即止于此.

注意,我们使用公理模式而不是使用公理(其中出现命题变元等),每个公理模式实际上是对(使用命题变元的)公理作各式各样代入的结果,既已代入完毕,我们只须挑选其中合用者不必再作代入了,所以代入规则便可以废除了.

在公理 13,14 中我们依照习惯使用 $A(x)$ 以及 $A(t)$ 来表示代入,但是事实上应该引进代入算子 $S(t/x)A$,从而将 ⑬,⑭ 表示成:

⑬′ $\forall xA \to S(t/x)A$; ⑭′ $S(t/x)A \to \exists xA$.

但这时须对 $S(a/t)x$ 给以公理或给出递归定义. 这并不难,因通常人们很少这样作,我们也就从俗了.

以上的系统是尽量减少公则(推理规则)的,这里只用一条. 如果尽量减少公理而宁可多添些规则,我们便得到另一种系统,叫做自然推理系统. 自然推理系统也有多种,其中最著名的是耿欣(G. Gentzen)所给的矢列演算. 今介绍如下.

我们用大写希腊字母 Γ, Δ, Λ 等表示由有很多个公式组成的集合(可为空集合),形如 $\Gamma \to \Delta$ 叫做一矢列,Γ 为前项而 Δ 为后项,Γ 与 Δ 中的公式叫做矢列的公式. 在意义上,$A_1, \cdots, A_m \to B_1, \cdots, B_n$ 意指:如果 $A_n, A_2 \wedge \cdots \wedge A_m$ 则 $B_1 \vee B_2 \vee \cdots \vee B_n$. 如 $m = 0$, $\to B_1, \cdots, B_n$ 意指:$B_1 \vee \cdots \vee B_n$ 成立;如 $n = 0$, $A_1 \wedge \cdots \wedge A_m \to$ 意指由 $A_1 \wedge \cdots \wedge A_m$ 导致矛盾;$m = n = 0$ 时,$\to$ 意指:(本系统)出现矛盾.

3 耿欣的矢列演算

组成部分同前.

推理部分.

1) 公理 $A \to A$ 叫做初始矢列

2) 公则(推理规则)有下列各种.

(1) 结构规则

(1.1) 减弱

左 $\dfrac{\Gamma \to \Delta}{A, \Gamma \to \Delta}$, 右 $\dfrac{\Gamma \to \Delta}{\Gamma \to \Delta, A}$.

(1.2) 凝缩

左 $\dfrac{A, A, \Gamma \to \Delta}{A, \Gamma \to \Delta}$, 右 $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A, A}{\Gamma \to \Delta, A}$.

(1.3) 交换

左 $\dfrac{\Gamma, A, B, \Delta \to \Lambda}{\Gamma, B, A, \Delta \to \Lambda}$, 右 $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A, B, \Lambda}{\Gamma \to \Delta, B, A, \Lambda}$.

(1.4) 切割

$$\frac{\Gamma \to \Delta, A \quad A, \Sigma \to \Lambda}{\Gamma, \Sigma \to \Delta, \Lambda}.$$

(2) 逻辑规则

(2.1) $\neg$ 左 $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A}{\neg A, \Gamma \to \Delta}$, $\neg$ 右: $\dfrac{A, \Gamma \to}{\Gamma \to \neg A}$

(2.2) $\wedge$ 左 $\dfrac{A, \Gamma \to \Delta}{A \wedge B, \Gamma \to \Delta}$ 及 $\dfrac{A, \Gamma \to \Delta}{B \wedge A, \Gamma \to \Delta}$

$\wedge$ 右 $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A;\ \Gamma \to \Delta, B}{\Gamma \to \Delta, A \wedge B}$.

(2.3) $\vee$ 左 $\dfrac{A, \Gamma \to \Delta; B, \Gamma \to \Delta}{A \vee B, \Gamma \to \Delta}$

$\vee$ 右 $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A}{\Gamma \to \Delta, A \vee B}$ 及 $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A}{\Gamma \to \Delta, B \vee A}$.

(2.4) $\supset$ 左 $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A;\ B, \Sigma \to \Lambda}{A \supset B, \Gamma, \Sigma \to \Delta, \Lambda}$;

$\supset$ 右　　$\dfrac{A,\Gamma \to B}{\Gamma \to A \supset B}$,

以上是命题演算推理.

(2.5) $\forall$ 左　　$\dfrac{A(t),\Gamma \to \Delta}{\forall xA(x),\Gamma \to \Delta}$　　$\forall$ 右 $\dfrac{\Gamma \to A}{\Gamma \to \forall xA}$

这里 $A(t)$ 须为合法代入；　　这里 x 须不自由出现于 Γ 中.

(2.6) $\exists$ 左　　$\dfrac{A,\Gamma \to \Delta}{\exists xA,\Gamma \to \Delta}$　　$\exists$ 右 $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A(t)}{\Gamma \to \Delta, \exists xA(x)}$

这里 x 须不自由出现于 Γ,Δ 中　　这里 $A(t)$ 须为合法代入.

以上两者是谓词演算推理. 在 $\forall$ 右与 $\exists$ 左中, x 叫做应用变元, 即依它而应用了 $\forall$ 右与 $\exists$ 左.

必须注意, 在规则(2.1)的 $\neg$ 右, (2.4)的 $\supset$ 右, (2.5)的 $\forall$ 右中, 右边的公式集"Δ"必须为空, 这才是直觉主义谓词逻辑, 如果允许为一般的公式集 Δ, 即如果使用

$\neg$ 右: $\dfrac{A,\Gamma \to \Delta}{\Gamma \to \Delta, \neg A}$　　$\supset$ 右: $\dfrac{A,\Gamma \to \Delta, B}{\Gamma \to \Delta, A \supset B}$

$\forall$ 右: $\dfrac{\Gamma \to \Delta, A}{\Gamma \to \Delta, \forall xA}$

那末本公理系统立刻变成古典谓词演算了. 因此直觉主义逻辑与古典逻辑的差异, 便在于这三条规则有没有受到限制.

(这是日本学者前原式的改进, 耿欣本人所给的限制则是: 对直觉主义逻辑而言, 每个矢列的右端只能有一条公式. 这个限制不及改进后那么自然).

可证矢列.　基本矢列为可证矢列; 如果 S_1(或 S_1, S_2) 为可证矢列, 应用各规则于 S_1, S_2 所得的亦为可证矢列; 所谓可证矢列仅限于由如上所得的.

可证公式.　如果 $\to A$ 为可证矢列, 则 A 为可证公式, 可证公式亦仅限于此.

耿欣的矢列演算(直觉主义的)便构造完成了.

在切割规则以外的各条规则中, 在横线上面的矢列公式, 除 $\Gamma,\Delta,\Sigma,\Lambda$ 等保持不变以外, 其余的 A, B 叫做该规则的边公式,

而下方新出现的公式，$\neg A$，$A \wedge B$ 等叫做该公式的主公式. 主公式必由边公式组成，亦即，边公式是主公式的子公式. 因此使用这些规则(除切割公式外)，必是逐步的由各公式组成更复杂的公式，直到最后得出待证公式(或待证矢列). 可以说是由简到繁的过程.

但切割规则却是一个例外，它有两个前件矢列，都含有公式 A，叫做切割公式(相当于边公式)，但后件矢列却没有 A，而只含有除 A 以外的全部前件矢列中出现的公式，换言之，没有主公式. 因此在一定意义上，使用切割规则时是从繁到简的过程(相当于通常的化简工作). 耿欣证明了下列

定理(消除切割定理)　在上述的矢列演算中，任何使用切割规则而能指导的矢列或公式，均可不使用切割过程而推得.

这样一来，使用矢列演算而推导，完全可以由简到繁，从而在推导过程中，只使用待证矢列的公式或待证公式的子公式. 在命题演算中由于这些子公式有限，而每步骤都须产生新的子公式，从而决不能拖得无穷长. 故能否推导某矢列、能否推导某公式是可以在有限步内判定的. 因此我们有：

定理　在不使用切割规则的推导中，所使用的公式必是待证矢列、待证公式的子公式，这叫做子公式性质.

定理　在命题演算中，某矢列或某公式能否推出是可以在有限步内判定的.

注意，在谓词演算中则未必能判定，因为在 $\forall$ 左中由“$A(t), \Gamma \to \Delta$”而推“$\forall xA(x), \Gamma \to \Delta$”，在 $\exists$ 右中由“$\Gamma \to \Delta, A(t)$”而推“$\Gamma \to \Delta, \exists xA(x)$”. 要承认 $A(t)$ 为 $\forall xA(x)$ 或 $\exists xA(x)$ 的子公式(亦即须拓广子公式的定义)，这虽没有问题，但这时，$\forall xA(x)$ 及 $\exists xA(x)$ 的子公式将是无穷多的，从而未必能在有穷步内判定使用这些子公式时会有什么结果了.

尽管如此，由所得这些结果也可看见，耿欣的矢列演算(直觉主义的与古典逻辑的)比之通常的公理系统有一定的优越性.

我们注意，在直觉主义逻辑中只有 $A \to \neg\neg A$，没有 $\neg\neg A \to$

A,因此 A 与 $\neg\neg A$ 不等值;但直觉主义逻辑中由 $A\to B$ 可得 $\neg B\to\neg A$.故由 $A\to\neg\neg A$ 可得 $\neg\neg\neg A\to\neg A$;但由 $A\to\neg\neg A$ 作代入又得 $\neg A\to\neg\neg\neg A$,因而 $\neg A$ 与 $\neg\neg\neg A$ 却是等价的.

格利文科(V.Glivenko) 证明下列定理.

定理 如果在直觉主义命题逻辑中推得公式 A,则在古典逻辑中亦推得 A(故直觉主义逻辑是古典逻辑的子系统);反之,如果在古典主义命题逻辑中推得公式 A,则在直觉主义逻辑中推得 $\neg\neg A$.

因此,当在古典逻辑中推得 $\neg A$ 时,在直觉主义逻辑中应推得 $\neg\neg\neg A$ 即 $\neg A$.可见,对否定命题(即以 $\neg$ 起首的命题)而言,两种命题逻辑所推得的命题是一致的.还应注意,当两者均推出 $\neg A$ 时,当然大家都反驳了 $(\neg)^{2k}A$;当古典逻辑推出 A 而直觉主义逻辑推出 $\neg\neg A$ 时,大家也都反驳了 $(\neg)^{2k+1}A$;可见即使古典逻辑与直觉主义逻辑不是相同的系统(推出的公式不全相同),但却是反驳同样的公式的.这样的两系统叫做共否系统,因此,古典命题演与直觉主义命题演算便是两个共否系统.例如,古典逻辑承认排中律 $A\vee\neg A$,直觉主义不承认它但承认 $\neg\neg(A\vee\neg A)$,即排中律不假,这便是有名的论断:不承认排中律但不准否认排中律(承认它不假).这种态度对使用古典逻辑的人是很难理解的.

不过,就谓词演算而言,情况便不相同了,在这里,直觉主义谓词逻辑与古典谓词逻辑不再是共否系统了.因为有些公式 A,在古典谓词逻辑中可以推出 A,而在直觉主义逻辑中不但推不出 A,连 $\neg\neg A$ 也推不出.这类公式不少,可举两个如下.

A_1: $\forall x\neg\neg A\to\neg\neg\forall xA$(以及等值地:$\neg\forall xA\to\neg\forall x\neg\neg A$);

A_2: $\forall x(A\vee\neg A)$;

如果只是推不出它们以及它们的双重否定,倒也罢了,那不过表示直觉主义更弱一些,推出更少一些公式罢了.事实上,依布劳维尔和海丁的说法,在直觉主义谓词逻辑中还可以承认这些公式

的否定,即对某些特别选取的 A,可有

$$\neg(\forall x\neg\neg A \rightarrow \neg\neg\forall xA)$$

和 $$\neg\forall x(A \vee \neg A);$$

这些公式在古典谓词逻辑中是推不出的(否则古典谓词逻辑便陷于矛盾了).因此,在谓词逻辑中,如果把这些公式加入直觉主义逻辑中,则

(1) 直觉主义逻辑不再是古典逻辑的子系统,因为它可推出一些古典逻辑所不能推出的公式;

(2) 直觉主义逻辑不再与古典逻辑为共否系统,因为彼此已推出一些互为否定的公式,自不能共否了.

可见,在直觉主义谓词逻辑中有好些新现象值得注意.

直觉主义逻辑可以说是以能行性为其柱石,它非常注重能行性,本质上不是能行的都被直觉主义所不承认.自电子计算机出现以来,能行性变得非常重要.如果能行的,不管多么复杂,都可以用电子计算机解决;凡是不能行的,即使使用电子计算机也束手无策.因此自从出现电子计算机以后,人们便重视直觉主义逻辑,这便是直觉主义逻辑直到今天仍然被人们大力注意的原因.

但是由于后面这个原因,即直觉主义谓词逻辑不是古典谓词逻辑的子系统,它们能够推出一些与古典逻辑相矛盾的东西,因此使用古典逻辑的人不能照原来面貌来使用直觉主义逻辑,人们希望找出一种新逻辑,它照样注重能行性,但它既是古典逻辑的子系统,又是古典逻辑的共否系统,这样便很好地应用于电子计算机了.这种逻辑大体上可以照下法组成.

在上述的公理系统中,将公理 ⑩ 即 $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ 换为:

⑩′:$\neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow \neg(\neg B \rightarrow A)$,再添入下公理:

⑲:$\forall x\neg\neg A \rightarrow \neg\neg\forall xA$.

由 ⑩′ 和 ⑲ 便可以保证这个系统为古典逻辑的子系统,并且它和古典逻辑又是共否系统.所得的新系统可以叫做构造主义逻辑,它承认古典逻辑,不过在其中分出能行性部分与非能行性部分

罢了．本来 10′ 弱于 10，所以使用 10 亦可以；不过从矛盾$(A, \neg A)$而能推出任何公式 B，这未免和直觉主义的根本精神不太符合，已被某些直觉主义者所怀疑．在新的构造主义逻辑中，我们仅有：

$A \to (\neg A \to \neg B)$，即引出矛盾后，可以反驳任何命题 B（而获得 $\neg B$），这才更合于能行性的精神．因此新的构造主义逻辑是一个很值得注意的逻辑．

末了，还可指出，经过哥德尔的研究，对于谓词演算的公式，A，如果把其中的 $\neg$，$\vee$，$\wedge$，$\to$，$\forall x$，$\exists x$ 换为 $\neg^\circ$，$\vee^\circ$（$\vee^\circ xy$ 指 $\neg^\circ x^\circ \wedge^\circ \neg^\circ y$），$\wedge^\circ$，$\to^\circ$，$\forall^\circ x$，$\neg^\circ \forall^\circ x \neg^\circ$，再把其中的原子公式换为原子公式的双重否定，所得的公式记为 A°．这时我们有：如果在古典逻辑中可推出 A，则在直觉主义逻辑中可以推出 A°（把 $\neg^\circ$ 等看作直觉主义的联结词）．这样一来，古典逻辑的一切结果直觉主义都是承认的，只是解释不同而已（把 A 解释为 A°）．但须注意，这个“解释不同”正显示了问题的所在．对同一字句而作不同的解释，那能认为双方说的是相同的内容呢！所以归根到底，直觉主义逻辑是一个崭新的逻辑．

（作者：莫绍揆）

参考文献

[1] L. E. J. Brouwer, Intuitionism and formalism. Bull. Amen. Math. Soc. Vol 20. 1913. p.81 ~ 96.（从荷兰文译来）.

[2] L. E. J. Brouwer, Begründung der Mengenlehre unabhängig von logischen Satz vom ausgeschlossenen Dritten, Verhangdelingen Akad. Amsterdam, Erstes Teil, vol, 12 No5, Zweites Teil, vol 12 No7.

[3] A. Heyting, Die formalen Regelin des intuitionistic Logik, Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss. Berlin, 1930, p.42 ~ 56.

[4] A. Heyting, Die formalen Regeln des intuitionistic Mathematik, Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss. Berlin, 1930, p.57 ~ 71, pp.158 ~ 169.

[5] A.Heyting,Les fondaments des mathematiques.Intuitionisme.Théorie de la démonstration.Paris – Louvain,1955.
[6] S.C.Kleene,Introduction to metamathematics,Amsterdam – Groningen – New York,1952.
[7] S.C.Kleene – R.E.Vesley,The foundations of lutuitionistic Mathematics, Studies in logic and the foundations of mathematics, Amsterdau.1965.
[8] S.C.Kleem,Realizability,in Constructivity in mathematics,Amsterdam.1959. pp.285 ~ 289.
[9] I.Johanson,Des Minimalkalkiil,ein reduziertes intuitionistisches Formalismus. Compositio math.vol 4.pp.119 ~ 136.

(六) 次协调逻辑

1 对次协调逻辑的逻辑哲学分析

1.1 为什么会产生新逻辑?

次协调逻辑(Para – Consistent logic,即亚相容逻辑,又译弗协调逻辑),是“在矛盾中求协调”的逻辑,是刻划“有意义的矛盾”[①]的形式系统.哪里需求在矛盾中求协调,哪里就要用到这种逻辑思想.“次协调”一词是秘鲁哲学家奎萨特(F.M.Quesada)首创的(1976年的国际逻辑会议),它表示在新逻辑中当矛盾律的有效性削弱之后,仍能保持一种稍逊的协调性.由于这一术语更恰当地表达了达科斯塔(N.C.A.Da Costa)所创立的“非协调形式系统”的本质特征,所以很快得到认可.

① 有意义的矛盾在形式系统内可以合法存在,并不会使系统内任何论题都成立.无意义的矛盾则会扩散,使系统内任何论题都能成立.

次协调逻辑是近二三十年来兴起于国际逻辑界的一种新思潮.它是作为一种颇带革命性的非经典逻辑而出现的,它允许"有意义的矛盾"进入形式演算系统,因此与数理逻辑、辩证逻辑都有密切的联系.次协调逻辑产生于本世纪50年代,在70～80年代吸引了大批的逻辑学家、哲学家和数学家,目前已发展成一个独立的研究领域,对逻辑、哲学、集合论以及计算机和人工智能研究都产生了积极的影响.巴西、澳大利亚、东欧、意大利乃至美国、俄罗斯和中国等国家和地区的学者都积极参与这个新领域的研究.

每一种新逻辑都在一定程度上改进了经典逻辑,都从一定方面克服了经典逻辑的缺点或局限性.布劳威尔的直觉主义逻辑、卢卡西维茨的三值逻辑或莱辛巴赫的量子逻辑都是从批判排中律开始的.同样道理,次协调逻辑也是从对矛盾律的批判性考察中产生出来的.

1.2 次协调逻辑的现实原型

逻辑来源于科学与社会生活.

经典逻辑是与非经典(非标准)逻辑相对而言的.与多值逻辑、模糊逻辑不同于经典逻辑一样,相对于次协调逻辑而言,经典逻辑则是"协调逻辑".它把"不矛盾原则"(即矛盾律)看作自己的命根子.问题在于,在社会生活和科学推理中事实上大量存在着形形色色的"有意义的矛盾"①或不协调性,这是不容忽视的.经典逻辑作为"协调逻辑"不能合适处理有意义的"不协调语句".面对现实矛盾或事实上的不协调性,经典逻辑采取削足适履的办法,把包含有意义的矛盾或不协调性的语句或公式当作不合格语句或公式简单地排除.而次协调逻辑却采取客观的态度,承认"有意义矛盾"的现实,认为应当修改和调整经典逻辑.

以下几种最有代表性的有意义的矛盾或不协调性,构成了次

① 见本章1.1注.

协调逻辑的思想来源和现实原型.它们是:

(1) 辩证法.辩证法理论,例如黑格尔哲学和马克思的经济理论,至少按照某种解释,可以看作次协调逻辑的合适的应用对象.事实上,从历史上看,雅斯可夫斯基在构造第一个次协调命题演算时确实以辩证法理论(包含辩证矛盾)作为原型之一(1948 年《矛盾演绎系统的命题演算》,详见下文).意大利的马可尼(D.Marconi)在博士论文《矛盾与黑格尔辩证法的语言:逻辑学研究》(1979)中,阐明了黑格尔的逻辑是一种非协调理论.

(2) 梅农的本体论.奥地利哲学家梅农(A.Meinong,1853 ~ 1920)首先提出一种"对象理论",所讨论的诸如金山、圆的方、怪物之类的虚构或假想存在物.认为它们并非没有指称,只是指称"非实在对象".这个理论要求承认抽象实体即"非实在的实在域"的存在.虚概念问题就是由此引伸出来的.早期罗素(1903)和摩尔都赞同过这种观点.

(3) 含糊性.含糊性是次协调逻辑重要的现实原型之一.含糊性本身具有明显的"亦此亦彼"的意味.由于含糊性的存在,A 与非 A 之间的界线不再是泾渭分明的了,换句话说否定词 $\neg$(非) 被弱化了,而矛盾律 $\neg(A \& \neg A)$ 对此也不再有效.这些正好都是次协调逻辑的基本要求.

实际上,次协调逻辑研究者阿璐达和奥维斯(A.I.Arruda & E.H.Alves)在《关于模糊逻辑的几点看法》(1979) 和《模糊逻辑的语义学研究》(1979) 等论文中按上述观点研究了含糊性概念,还分析了含糊性的三种情况:① 一个公式与它的否定可以同真并且同假;② 对于每一个公式,这个公式与它的否定可以同假但不能同真.③ 可以同真但不能同假.分别建立了与每一种情况相对应的命题逻辑系统.不难看出,在以上三种情况下,矛盾律不再普遍有效.这正是次协调逻辑所关心的.

(4) 维特根斯坦关于矛盾演算的理想,被认为也是思想渊源之一.维特根斯坦指出:"为什么把矛盾看成一种鬼怪?这完全是一

种迷信.""即使在目前阶段,我也要预言,总有一天会出现包含有矛盾的数学演算研究,那时,人们将会真正感到自豪,因为他们把自己从协调性的束缚下解放出来了."有人把"不协调形式系统"看作维特根斯坦这一理想在逻辑上的实现.

(5) 悖论问题.悖论是在许多学科领域的基础部分反复出现的,由于内容较为丰富,必须另立一节展开讨论.

1.3 悖论、形式矛盾与次协调逻辑

悖论(Paradox)这个词是多义词,在日常语言中多指"似是而非"或"似非而是"的论断;在理论讨论中则指从公认为正确的前提逻辑地推出矛盾的论证(含论断).古代哲学家对悖论早就有所研究,主要是有关语义分析的悖论,所以后人归之于"语义悖论".

20世纪初所发现的"罗素悖论",产生在堪称严密科学楷模的数学大厦的基础部分,使整个逻辑学与数学界受到震憾.于是,逻辑学家面临抉择:或者牺牲系统的无矛盾性(协调性),或者抛弃系统的完全性.许多学者都提出了解决悖论的尝试,但没有取得整体上的成功.

次协调逻辑学者认为,原来许多重要的"悖论"是事实上真的,是一种"有意义的矛盾",次协调形式系统有能力消化吸收它们,甚至能把它们作为定理推导出来.

次协调逻辑学家究竟如何理解悖论、二律背反以及诸如此类的概念?阿璐达在《次协调逻辑述评》(1980)中把悖论细分为五大类型:形式悖论、形式二律背反、日常悖论、真实二律背反和黑格尔论题.分述如下:

(1) 形式悖论(formal paradox).理论 T 中的一个形式悖论,是在该理论中(或者是在可能具有这种推导的元逻辑证明中)导出形如 A 和 $\neg A$ 的两个定理.

(2) 形式的二律背反(formal antinomies).理论 T 中的一个形式的二律背反,则是一种元逻辑证明,它使理论 T 成为平凡的、无

意义的(trivial),即在理论 T 中的任何公式都是定理.

以上两种悖论都是对形式系统而言的,次协调逻辑则区别对待它们.在次协调形式系统内部,导出形式悖论(作为定理)是可允许的,但形式的二律背反实质上却是不可证明、不可推出的.这表明,次协调逻辑并不一概地排斥悖论或矛盾,而只排斥“无意义的矛盾”(在此即排斥“形式的二律背反”);次协调逻辑也不一概地允许悖论或矛盾,而只欢迎“有意义的矛盾”(在此即允许“形式悖论”,因为它在次协调系统中不会引起矛盾扩散).

(3) 日常悖论.其特点是“听起来荒谬,然而却有一种论证支持它.”又细分为两种:① 似非而是的日常悖论;② 似是而非的日常悖论.

(4) 实际的二律背反,也是一种非形式的悖论.它从公认的原则出发,借助于被接受的推理方法而导致自相矛盾.这种论证才是在哲学或逻辑中学者们认真研究的“悖论”.如格里林的悖论、说谎者悖论、罗素悖论等.

以上几种非形式的悖论可以这样解决:日常悖论的“解”在于,或者这个悖论性结论干脆为真,或者确认它的论证是谬误.第一种解法适用于似非而是的悖论;第二种解法则适用于似是而非的悖论.然而,对于“实际的二律背反”,在经典逻辑范围内除了拒绝接受某些原有的公认原则(叫做“背景知识”或者“共识”)之外,没有其他解决办法(因为逻辑推理没有错).

(5) 黑格尔论题.这是保加利亚哲学家彼得洛夫(S. Petrov)在《黑格尔的真矛盾论题》[①](1974)中所提出的“存在真矛盾的论题”,大体相当于我国学者所说的“辩证矛盾(命题)”.次协调逻辑学家将它归入非形式的悖论中的一个类型.

阿璐达认为,辩证法的“真矛盾”论题显然只有借助于次协调逻辑才能得到支持.

---

① International Logic Review, 9(1 - 2), 1978.

次协调集合论中达科斯塔已借助于次协调的形式技巧表明："黑格尔论题"在形式系统内可以事实上为真.也就是说，存在这样的次协调理论，在其中一定对象可以具有不协调性，例如它可以既属于又不属于同一个类(罗素集合).不难看出，次协调逻辑的主要功绩在于，黑格尔的"真矛盾"论题在形式系统的抽象水平上被证明可以为真.原来，对于同一个悖论和矛盾，由不同观点出发可引出截然相反的结论.一个经典逻辑必须竭力排除的"形式的二律背反"，对次协调逻辑，却是一个"真矛盾"，一个似非而是的、真实的悖论.上述分类只是相对的，有条件可转化的.

总之，次协调逻辑学者对上述五种悖论，认为其中形式悖论、实际的二律背反、黑格尔论题作为"有意义的(真)矛盾"，可能在次协调逻辑中形式水平上得到合适处理和表达；然而形式二律背反则作为"无意义矛盾"被排除.至于似是而非的日常悖论，只需找出非形式论证中的谬误就可以排除.

一句话，一切"有意义的矛盾"都构成次协调逻辑的现实原型，悖论问题也没有例外.

2 次协调逻辑历史的若干方面

2.1 卢卡西维茨对矛盾律的怀疑

次协调逻辑并非凭空产生的，它的历史渊源可追溯到古希腊.亚里士多德就已经想到具有背离矛盾律的潜在可能性，这就暗含着建立非亚氏逻辑的潜在可能性.卢卡西维茨最早看出这一点.

波兰逻辑学家卢卡西维茨(1878 ~ 1956)在1910年的《论亚里

士多德的矛盾律》[①]一文中说：

> “在亚里士多德看来，矛盾律不是第一原理，至少不是对所有其它逻辑公理都必要的预设，特别是三段论规则就独立于矛盾律.”

卢卡西维茨根据这种相对独立性认识到，其实矛盾律并不是普遍有效.他在更深入地分析了矛盾律之后指出：

(1) 说矛盾律是清晰自明的，并不能提供证明.因为①清楚明白不见得是可接受的真理标准，假命题也被认为是清楚明白的(例如笛卡儿有关上帝存在的证明).②矛盾律并不对每一个人都有清晰自明性.例如对于古代的麦加拉学派的辩论家和对于黑格尔来说，矛盾律十有八九不是清晰自明的.

(2) 把矛盾律设立为一种由人的心理结构所决定的天然的规律，仍不能证明矛盾律.因为：①由我们的心理结构同样可能决定假命题(如产生种种幻觉)；②矛盾律能否证实为由心理结构所决定的规律是尚成疑问的.

(3) 根据假陈述和否定的定义也不能使矛盾律得证.因为①如果人们接受否定陈述“A不是B”，就意味着断定肯定陈述“A是B”是假的，那么从那里仍推不出矛盾律.正是合取词“与”的概念直接赋予矛盾律以鲜明的特征，但是“与”的概念并不包含在“否定”或“假”的定义之中.无论如何，根据假或否定的定义，即使“A是B”和“A不是B”两者同时为真或假，都可断言它们同时成立仍将是合理的.②当然，如果为避免对同一命题同时指派真和假，那么，可以重新对“假”下定义：假命题没有所陈述的对象，或假命题对应于空对象.现在，当存在A同时是B又不是B的情况下，矛盾律就不再成立.矛盾律决不能从“假”的定义中派生出来.

卢卡西维茨不仅通过对亚里士多德三段论的研究认识到矛盾律并非普遍有效，而且还借助于非欧几何的类比猜想到，诸如矛盾

---

① 该论文的英译文载《形而上学评论》1971，XXIV期.

律、排中律之作用,很可能像欧几里得第五公设(即关于平行线的唯一性)所起的作用.因此,失去这些定律的新逻辑同样有可能成立.事实上,卢卡西维茨本人积极探讨新逻辑,创立了第一个三值形式系统,也为次协调逻辑的发展指明了方向.

2.2 瓦西里列夫关于非亚里士多德逻辑的构想

俄国喀山大学教授瓦西列夫也是通过与非欧几何的类比,独立地提出可以有非亚里士多德逻辑(1910年).喀山大学是罗巴切夫斯基(N.I.Lobatchevsky)的母校,罗氏非欧几何的发祥地.罗巴切夫斯基曾把自己的非欧几何称作"想象几何"(即虚拟几何).很自然地,瓦西列夫也就把自己的非亚里士多德逻辑称作"想象逻辑".

瓦西里列夫在第一篇论文《论特称命题、对当三角形和排四律》(1910)中认为,关于概念判断的逻辑已经是非亚氏逻辑.在《想象逻辑——非亚氏逻辑》(1912)和《逻辑与元逻辑》(1913)等论文中,瓦西列夫扩展了关于非亚氏逻辑的思想.提出了"逻辑维"的概念,元逻辑是一维的,只有一种质即肯定;亚氏逻辑是二维的,有肯定和否定两种质;想象逻辑是三维的,它附加了第三种质,称为"无差别判断"——"S是P而且不是P".他的第三维所表达的矛盾判断,具有对立统一的意味.他认为,这种矛盾不是存在于现实世界之中,而存在于心灵所创造的想象世界或可能世界之中.假定想象世界有n维,就需要有n维的逻辑来描述,其中每一维代表一种不同的质.他从罗氏非欧几何中得到启发,认为只要增加第$n+1$种新质,那么构成$n+1$维新逻辑在原则上就是可能的.

瓦西里列夫认为,逻辑公设并非不可修改的.在他的三维的想象逻辑中,他作了如下的改革:属于本体论的"矛盾律"无效,而属于元逻辑的"非自相矛盾律"却仍然有效.他是这样作区分的:矛盾律——任何对象都不能具有自相矛盾的谓词(无效);非自相矛盾律——同一判断不能同时为真和假(有效).他的这一思想对后

来的次协调逻辑有启发,特别是对次协调辩证逻辑DL系统的语义学.总之,瓦西列夫的研究已经初步奠定了次协调逻辑的思想基础.

2.3 雅斯可夫斯基着手构造"矛盾演算"

雅斯可夫斯基(1906 ~ 1965)是卢卡西维茨的学生,他是在卢氏对矛盾律的批判性工作影响下,第一个提出次协调命题逻辑的人.矛盾问题是他最重要的启发性源泉.1948年他在《矛盾演绎系统的命题演算》中,提出了一种称作"商讨逻辑"(discussive logic,或译"会谈逻辑")的次协调性的矛盾演算系统.

次协调命题逻辑的真正起源就是"谈判中的逻辑".几个人参加一个会谈,讨论一些问题,大家的意见分歧很大,即使对于同样的名词、概念,各人立场不同也可作不相同的解释.要把会谈统一成协调一致的意见办不到,老练的外交家却善于搞"次协调","求同存异","在共同点上统一矛盾",在会谈中达成相对的谅解.

雅斯可夫斯基构造新逻辑的主要动机是:

(1) 想解决矛盾理论、辩证法的系统化、形式上的重构,使它在逻辑中合法化.雅斯可夫斯基注意到,从赫拉克利特一直到黑格尔和马克思,他们关于矛盾的辩证法理论并没有从形式的角度加以逻辑重构.而在他看来,这种工作是十分必要的.即必须建立一种"矛盾演算"的逻辑.

(2) 研究起因于含糊性的矛盾.他认为,人们往往不遵守不矛盾的限制条件,而是在事实上经常习惯于使用带有含糊性的词项.对于这种词项 a,既可以说"x 是 a",也可以说"x 不是 a",因此导致语句之间的矛盾.

(3) 直接研究某些经验理论的基本假设中的矛盾.他指出,科学中经验定律的演变往往带有时代的烙印,在特定历史时期理论家没有办法用同种协调的假说去解释一组现象.

雅斯可夫斯基根据以上三个方面的考虑,认为矛盾实际上是

难免的,甚至是必要的.他明确提出了最重要的基本概念:"矛盾系统"——指那些包含两个彼此相互矛盾的命题的系统;"过完备系统"——指那些其中所有公式都能成立的系统."完备"的意思是指系统内真命题都可以保证成立."过完备"则使每个公式都能成立.这些概念已被吸收为次协调逻辑的核心概念.只是现代术语与雅氏的术语和具体说法有差别.雅氏的"过完备的"大体相当于现代的"平凡的"或"无意义的"(原文 trivial);雅氏的"并非过完备的矛盾系统"则相当于现在所说的"有意义的不协调系统"即"次协调系统".

雅斯可夫斯基已经明确认识到,要研究并非过完备的矛盾系统,经典逻辑已经不够用.要构造新逻辑,必须满足如下条件:① 必须具有直观上的证据;② 必须足够丰富能进行实际的推理;③ 必须限制所研究的矛盾系统,使它不导致过完备性.①② 说的是新系统必须得到现实原型的支持;最后一条已经接触到次协调逻辑实质性的东西.它表明并非所有的"矛盾系统"都合乎雅氏的研究需要,只有特殊类型的"矛盾系统"才行.用现代的说法,其实质是只排除"无意义的矛盾",要使系统既能容纳一定类型的矛盾,又不能让它无节制地扩散,以致摧毁系统本身.如前所述,由于雅斯可夫斯基以人们的会谈、商讨过程作为现实原型,因此他的新逻辑很自然地取名"商讨逻辑".他指出,会谈讨论中,在会谈者之间达成谅解或相对的协调是可能的.他的处理手法是使真值相对化,退一步把"真"解释为对谈话者各自的立场或各自的"可能世界"为真.这样一来,商讨过程在矛盾中求协调的特点就得到形式上的刻划.他在作形式处理时采用了模态逻辑的"可能"算子.例如,他在著名的模态命题演算系统 S_5 基础上引进了"商讨蕴涵"($\rightarrow d$)和"商讨等价"($\leftrightarrow d$),它们分别通过"可能"算子 Δ 而得定义.p 商讨蕴涵 q,定义为可能 p 蕴涵 q(记作:$\Delta p \rightarrow q$);p 商讨等价 q,定义为可能 p 蕴涵 q,而且可能 q 蕴涵 p(记作:$(\Delta p \rightarrow q)\&(\Delta q \rightarrow p)$).

概括地说,在雅斯可夫斯基的新逻辑中已经包含:① 并非所

有的矛盾系统,即包含正反两个相互矛盾论题的系统(如辩证法理论中所涉及的矛盾,或会谈、商讨过程中的矛盾)都必须简单地从逻辑中清除出去;② 也不允许矛盾无节制地任意扩散,以致使系统中每个公式都成为定理.显然,在雅氏的这些基本思想中已经考虑到了后来才发展起来的次协调逻辑的主要特征.

整个地说,在本章中通过历史线索的分析,表明次协调逻辑思想的产生和发展出于历史的必然.

3 达科斯塔的次协调逻辑

3.1 构造次协调形式系统的方法论原则

巴西逻辑学家 N.C.A.达科斯塔应当说是次协调逻辑系统的真正创建者.50 年代末他就致力于建立次协调逻辑的演算系统及其语义学.1963 年他成功地构造了次协调一阶谓词演算系统(《非协调形式系统》).这标志着次协调逻辑的真正诞生.

达科斯塔的次协调逻辑思想发端于 1958 年.他开始阐明研究矛盾理论的极端重要性,认为不应当不分青红皂白地排除矛盾论,因为一个理论对公设的选择是自由的,许多理论在其初始假定中事实上含有矛盾.不协调理论应当具有与协调理论同等的逻辑地位.不协调理论的特殊性在于,它们必须有一个与经典逻辑不同的逻辑基础,也即必须建立在"有意义的"①(相当于"并非过完备的")而且不协调的系统之上.

达科斯塔的次协调形式系统是从命题演算 $C_n(1 \leqslant n \leqslant \omega)$ 出发的. C_n 演算为整个次协调逻辑定下了基调. C_n 是一个等级系列: C_0 是经典命题演算,可作参照基准; C_1 是第一级, C_2 是第二级,

---

① non - trivial,句法上有意义的,特指形式系统内并非任何公式都能成为定理.此词在集合论中常译为"不平凡的",而在道义逻辑中则常译为"并非不足道的".

……,一直可以延伸到无穷级 $C\omega$ 的次协调命题演算(ω 表示可数无穷).

整个次协调形式系统(首先是 Cn)都必须满足如下条件:①在这些系统中矛盾律 $\neg(A\&\neg A)$ 将不再普遍有效;②其中每一个系统,以两个矛盾命题出发不能一般地演绎出任何命题 B;③必须尽可能多地包容经典命题演算 C_0 的推理模式和演绎规则,并且不妨碍前两个条件.第一条表明原先视为不可触动的经典矛盾律将受到限制并且被削弱;第二条表明矛盾不会在系统中任意扩散,矛盾未必是祸害.这两条都体现出对矛盾的相对宽容态度.第三条则表明次协调逻辑对经典逻辑仍有继承性,它满足科学中连接非经典理论与经典理论的"对应原理".总之,这三个条件是对次协调逻辑的特征性描述.

有时候,在"补充说明"中还附加两个条件:④在等级系列 C_0, $C_1,\cdots,C_\omega$ 中的每一个系统,后随的系统严格弱于在先的系统.⑤经典命题演算的所有定理在 C_n 的遵守矛盾律的命题(称为"合经典"命题)中仍然有效.这两条是从属于前三个条件的.第四条是对第一条的进一步说明,它表明矛盾律在 C_n 中是逐级弱化的,矛盾律的约束力越来越小.第五条是第三条的一个特例.新系统中遵守矛盾律的命题当然与经典逻辑一致.它也是进一步印证"对应原理"的:正如量子公式在极限情况下会退化为经典公式,次协调命题演算 C_n 当 $n=0$ 时也会蜕变为经典命题演算 C_0 的.对应原理对所有非经典逻辑有普遍意义.

3.2　次协调命题演算 C_n 及其方法论解释

命题演算 Cn 的初始联词有:$\supset$(蕴涵)、&(合取)、$\vee$(析取)、$\neg$(次协调否定);有命题变元和括号;公式的概念等.唯有否定词的含义非同寻常,A 与非 A 可以有重迭部分,并且不一定遵守矛盾律(符合矛盾律只是一个特例).与此相应,需引进特殊的标记法和新定义:

(1)A° 表示A遵守矛盾律,即为对公式 $\neg(A\&\neg A)$ 的缩写.

(2)带星号的否定 $\neg *$ 表示经典否定,不带星号的否定 $\neg$ 则表示更一般的否定,次协调否定.两者的关系是:$\neg * A \stackrel{\text{def}}{=} \neg A\&A^{\circ}$.这就是说,一般的否定(并不要求遵守矛盾律)加上矛盾律的限制就转化为经典否定.

否定词的弱化和矛盾律失去普遍有效性问题是理解次协调逻辑的一个关键问题.从经典否定到次协调否定的转变,意味着 A 与非 A 之间的关系从"非此即彼"模式向"亦此亦彼"模式的过渡.矛盾律的缩记法 A°,对于第一级次协调命题演算 C_1 来说已经足够.但对更高级的演算则需要相应的更复杂的缩记法.这就是:A^n 为公式 $A^{\circ\circ\cdots\circ}$ 的缩写(其中符号 $\circ$ 重复 n 次);而 $A^{(n)}$ 则表示公式 $A^{\circ}\&A^{\circ\circ}\&\cdots\&A^n$. 缩记符号统称"稳固性算子".

为了便于理解,我们先以次协调命题演算 C_1 为例说明问题.演算 C_1 的公理和初始推理规则如下:

1)$A \supset (B \supset A)$

2)$(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$

3)$A \supset (B \supset A\&B)$　　4)$A\&B \supset A$

5)$A\&B \supset B$

6)$(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$

7)$A \supset A \vee B$　　8)$B \supset A \vee B$

9)$A, A \supset B/B$　　10)$\neg\neg A \supset A$

11)$A \vee \neg A$

12)$B^{\circ} \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$

13) $A^{\circ}\&B^{\circ} \supset (A \supset B)^{\circ}\&(A\&B)^{\circ}\&(A \vee B)^{\circ}$

其中大部分公式是与经典逻辑一致的.首先需要作特别解释的是 12) 和 13).12) 是归谬律的局限性论题,即只当 B 遵守矛盾律,那时 A 对 B 的归谬律才成立.13) 的意思是,只当 A,B 分别遵守矛盾律,则连结 A、B 的蕴涵式、合取式、析取式才都要遵守矛盾律.这两个公设的实质是对矛盾律的有效范围作了限定.其结果

是，在矛盾律管辖范围之外，即对于系统内并非"合经典的"(Well-behaved)命题，就允许不平凡的矛盾．这就使得在实际推理中具有"亦此亦彼"意味的陈述，在形式系统中在一定程度上得到反映．其次，10)11)12)中所出现的否定词 $\neg$，其实是次协调否定词(要当心！不要不知不觉地把它当作经典否定，不要被符号的外表所迷惑)．次协调否定词包含"亦此亦彼"的意味，A 与 $\neg A$ 未必相互排斥，并不一般地遵守矛盾律．

总之，在次协调命题演算 C_1 中，联词 $\supset$，$\&$，$\vee$，$\neg *$ 等分别具有经典命题演算 C_0 中的蕴涵、合取、析取、否定等的一切经典性质，次协调否定词既继承经典否定的部分性质(如取相反真值)，又在矛盾律问题上放宽了限制．因此 C_1 作为第一级次协调命题演算既包含经典演算 C_0 又弱于 C_0．更一般地，在次协调命题演算系列 $C_n(0 \leqslant n \leqslant \omega)$ 中，后随的一级总比在先的一级要弱些，而最后一级 C_ω 最弱．

我们已经弄清楚什么是演算 C_1，现在要把它推广到次协调命题演算的等级系列 Cn 不再存在实质性的困难．因为在更高等级的演算中，C_1 的大部分公理和初始推理规则都原封不动，只是对各级中遵守矛盾律的命题需要用更复杂的缩记法，为此公式12)和13)就改写如下：

12′) $B^{(n)} \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$

13′) $A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \supset B)^{(n)} \& (A \& B)^{(n)} \& (A \vee B)^{(n)}$

这两个公式的解释与原先的12)和13)的解释完全一致，只是原先的12)和13)只对第一级演算 C_1 而言，现在的两个公式对任意等级的演算以及各级演算的总体——Cn 等级系列都适用．

下面介绍命题演算 c_n 的基本定理及其赋值语义学．

定义1 在 $C_n, 1 \leqslant n < \omega$ 中，$\neg * A$ 是 $\neg A \& A^{(n)}$ 的缩写．意即经典否定是一般否定加上矛盾律的限制．

定理1 如果在直觉主义逻辑的肯定命题演算中 $\vdash A$，则在 C_ω 中 $\vdash A$(系统中不出现否定词的部分为"肯定逻辑"，在命题演

算中也是如此. ⊢ 为衍推号,即可推出公式.)

定理 2 经典肯定命题演算中所有规则和有效推理模式在 $Cn, 1 \leq n < \omega$ 中也是有效的.

定理 3 如果 $A_1, A_2, \cdots, Am$ 是 $\Gamma \cup \{A\}$ 的公式集的基本组元,则在 C_0 中 $\Gamma \vdash A$ 的充要条件是在 $C_n, 1 \leq n < \omega$ 中 $\Gamma, A_1^{(n)}, \cdots, A_m^{(n)} \vdash A$.

定义 2 假如存在一个公式(不是推理模式) F,使得不平凡的系统 S 通过附加 F 作为一个公设之后变为平凡的,则这一不平凡的系统 S 就称作有限步可化平凡的.(读者可能还记得,"平凡"一词,原文 trivial,表示使系统内任何公式都成立;"不平凡"原文 non-trivial 则相反,表示系统内并非任何公式都成立.这两个概念是借用于集合论的.)

定理 4 系统 $C_n, 1 \leq n < \omega$ 是有限步可化平凡的,但 C_ω 本身却不是.整个系统 $C_n, 1 \leq n \leq \omega$ 是不平凡的.

定理 5 在等级系列 $C_0, C_1, \cdots, C_n, \cdots, C_\omega$ 中的每一个系统都严格强于它的后面的一个.

定理 6 系统 $C_n, 1 \leq n \leq \omega$ 是用有限真值表不可判定的.

定理 7 令 A 为 C_0 的一个公式,而 $A*$ 为在 A 中用 $\rightarrow^*$ 替代 $\rightarrow$ 之后所得的公式.若在 C_0 中 $\vdash A$,则在 C_n 中, $1 \leq n < \omega$ 中 $\vdash A^*$.

次协调命题演算 $C_n(0 \leq n < \omega)$ 有自己的赋值语义学.语义学是研究语言表达式及其意义之间的关系的.最常用的是"可能世界"语义学,借用可能世界概念对表达式作解释(凡是可以想象的"无矛盾世界"都被认为是可能的).问题在于次协调逻辑允许真矛盾,因此无法用"可能世界"解释.好在另有一种强调语言倾向的语义学,称作"模型集合论"语义学,可以适用于次协调逻辑,首先适用于演算 $C_n, 1 \leq n < \omega$.它是通过以下赋值定义得出的.

定义 3 令 $\mathscr{F}$ 为 $C_n, 0 \leq n < \omega$ 的公式集,对 C_n 的每一赋值

$\Theta:\mathscr{F}\to\{0,1\}$,使得:

1) 若 $\Theta(A)=0$,则 $\Theta(\neg A)=1$;这就是说 A 与非 A 的赋值涵数取相反真值。其中:1 真,0 假.

2) 若 $\Theta(\neg\neg A)=1$,则 $\Theta(A)=1$;这是说 A 的双重否定与 A 的赋值函数取相同真值.

3) 若 $\Theta(B^{(n)})=\Theta(A\supset B)=\Theta(A\supset\neg B)=1$,则 $\Theta(A)=0$;这是说,若 B 遵守矛盾律,而由蕴涵 B 和 A 蕴涵非 B 的赋值函数都取真的,则这样的 A 的赋值只能取假的(也就是归谬法弱式).

4) $\Theta(A\supset B)=1$,当且仅当,或者 $\Theta(A)=0$,或者 $\Theta(B)=1$;

5) $\Theta(A\&B)=1$,当且仅当 $\Theta(A)=\Theta(B)=1$;

6) $\Theta(A\vee B)=1$,当且仅当 $\Theta(A)=1$,或者 $\Theta(B)=1$;

4)5)6) 三式是蕴涵式、合取式、析取式的性质的必然结果. 例如蕴涵式的赋值为真,当且仅当前件的赋值为假或者后件的赋值为真,因为此时能保证不会“前真而后假”. 合取式的赋值为真,当且仅当各合取项都为真. 析取式的赋值为真,当且仅当至少一个析取肢赋值为真.

7) 若 $\Theta(A^{(n)})=\Theta(B^{(n)})=1$,则 $\Theta((A\supset B)^{(n)})=\Theta((A\&B)^{(n)})=\Theta((A\vee B)^{(n)})=1$.

赋值定义 7) 实质上无非将 C_n 的公设 13) 翻译成赋值语言而已:只当 A、B 分别遵守矛盾律(赋值函数取真),则连结 A、B 的蕴涵式、合取式、析取式才都遵守矛盾律(赋值函数都取真).

定义 4 一个赋值 Θ 是公式集 Γ 的一个模型,当且仅当,对于 Γ 中每一个 A,有 $\Theta(A)=1$. 而 $\Gamma\vDash A$ 意味着,在作为 Γ 的模型的每个赋值中 $\Theta(A)=1$.

最大协调集的一般性质被扩展到最大不平凡集. 仿照数理逻辑的通常模式,但用 $\neg^*$ 替代 $\neg$,就可以证明,每一个不平凡集是最大不平凡集的子集,而每一个最大不平凡集有一个赋值(这个赋值是它的一个模型). 仍仿照数理逻辑的通常模式可证.

定理 8 在系统 $C_n, 1 \leqslant n < \omega$ 中,公式集 $\Gamma \vdash A$,当且仅当,$\Gamma \models A$.

解释:符号 $\vdash$("可推出")表示公式 A 是系统 C_n 的定理,即从 C_n 的公理可推出 A,这是指句法上的有效性;而符号 $\models$ 则表示公式 A 是系统 C_n 中的逻辑真理,即在 C_n 的一切解释中都为真,这是指语义上的有效性.定理 8 说的是两者互为充分必要条件.

定理 9 系统 $C_n, 1 \leqslant n < \omega$ 是可判定的.达科斯塔的合作者奥维斯在《不协调逻辑:$C_n, 1 \leqslant n < \omega$ 演算研究》(1976)中指出,从赋值定义出发可以定义准真值表,从而证明定理 9,而费德尔(M.Fidel)在《C_n 演算的可判定性》(1977)中即使用了另外的方法.

3.3 次协调谓词演算与摹状词演算

达科斯塔在 C_n 演算的基础上构造了次协调谓词演算 C_n^* 和 $C_n^=$,$1 \leqslant n \leqslant \omega$.其中 C_n^* 是不带等词的谓词演算.它的基本公设是 C_n 的那些对应公设,再附加如下公设(限制条件如常,即与数理逻辑中的一般要求相同):

1)$A(t) \supset \exists xA(x)$　　2)$\forall xA(x) \supset A(t)$

(3)$A(x) \supset C / \exists xA(x) \supset C$　　4)$C \supset A(x)/C \supset \forall xA(x)$

其中 1)读作:如果 $A(t)$ 真,则有 x 使 $A(x)$ 真;2)读作:如果对所有 x,$A(x)$ 为真,则 $A(t)$ 为真;3)读作:从 $A(x)$ 蕴涵 C 可以推出,有 x 使 $A(x)$ 蕴涵 C;4)读作:从 C 蕴涵 $A(x)$ 可以推出,C 对所有 x 蕴涵 $A(x)$.

5)若 A 和 B 是等值式,或其中之一可以从另一个公式通过消去空量词而得出,则 $A \equiv B$ 是一个公理.[①]

6)$\forall x(A(x))^{(n)} \supset (\forall xA(x))^{(n)}$

① 以上五式请参看 S.C. 克林.元数学导论,(上册),科学出版社,1984:84.

7) $\forall x(A(x))^{(n)} \supset (\exists xA(x))^{(n)}$

6)7) 两式是关于 $A(x)$ 遵守矛盾律时的量词公式.其中 7) 表示,对所有 x,$A(x)$ 遵守矛盾律,蕴涵有 x 使 $A(x)$ 遵守矛盾律.而公设 6) 则表明全称量词可以移入表征"稳固性算子"作用范围的括号之内.可读作:如果对所有 x 都有,"$A(x)$ 遵守矛盾律",那么就有"对所有 x,$A(x)$ 遵守矛盾律"(注意引号管辖范围的差别).

C_n^*,$1 \leqslant n \leqslant \omega$ 等级系列中的最后一个 C_ω^*,其附加公设只包括 1) ~ 5),而不包括 6) ~ 7) 两个.

另有一种带等词的次协调谓词演算 $C^=$,$1 \leqslant n \leqslant \omega$,是与 C_n^* 相应的那些公设,再加上如下等词公设:

8) $x = x$;　　　　9) $x = y \supset (A(x) \supset A(y))$.

在命题演算 C_n 中的定理 1—7 都可以很自然地扩展到谓词演算 C_n^* 和 $C_n^=$ 中去.

阿璐达和达科斯塔于 1977 年已建构了 C_n^* 和 $C_n^=$ 的语义学(但可数无穷级的演算 C_ω^* 和 $C_\omega^=$ 的赋值语义学仍未很好地解决,它们不能用有限真值表进行判定).

定理 10　C_n^* 和 $c_n^=$,$1 \leqslant n \leqslant \omega$,是不可判定的.

定理 11　若在 C_n^* 中 $\Gamma \vdash A$,则根据 Γ 中公式的 K 变换,所有 K 变换都是可推演的.

定理 12　若在公式 A 中不出现符号 =,则在 $C_n^=$ 中 $\vdash A$,当且仅当在 $C_n^*(1 \leqslant n \leqslant \omega)$ 中,$\vdash A$.

在达科斯塔的次协调形式系统的最后部分所要介绍的是摹状词演算 D_n,$1 \leqslant n \leqslant \omega$.

摹状词演算 D_n 是这样得出的:在 C_n,$1 \leqslant n \leqslant \omega$ 中引进摹状词符号 ι 以及涉及摹状词的新公设 $D1$ ~ $D5$.符号记法参照了罗素的摹状词理论,但符号与规则主要取自罗塞尔的《数学家的逻辑》(1953) 并作了适当的更改.

若 $F(x)$ 是一个公式,则用 $\iota xF(x)$ 表示"如此这般的客体,使

满足……(该公式)". 假如有且仅有一个客体满足,则 $\iota xF(x)$ 就专指这个客体,否则 $\iota xF(x)$ 将指称任一客体. 例如"那个是世界最高峰的山峰"专指喜马拉雅山的珠穆朗玛峰. 次协调命题演算 C_n, $1 \leqslant n \leqslant \omega$ 的语义学,可以扩展到 D_n, $1 \leqslant n \leqslant \omega$ 中去. 不过在等级系列的最后一级演算 D_ω(我们记得 ω 代表可数无穷)仍缺乏适当的语义学.

D_n 的基本公设就是 C_n 的公设 1) ~ 13),再加如下带摹状词的公设:

D1　$\forall xF(x) \supset F(\iota yQ(y))$;

D2　$\forall x(P(x) \equiv Q(x)) \supset \iota xP(x) = \iota xQ(x)$;

D3　$\iota xF(x) = \iota yF(y)$;

D4　$P(\iota yQ(y)) \supset \exists xP(x)$;

D5　$\exists xP(x) \supset (\forall x((\iota xP(x) = x) \equiv P(x)))$.

其中 D1. 可读作:若对所有 x 都有 $F(x)$,则"有如此这般的 y 满足 $Q(y)$"也使公式 F 成立. D2. 可读作:若对所有 x, $P(x)$ 等值于 $Q(x)$,则有:如此这般的 x 满足 $P(x)$ 就是有如此这般的 x 满足 $Q(x)$, $D3$. 读作:有如此这般的 x 满足 $F(x)$ 就是有如此这般的 y 满足 $F(y)$; D4. 读作:若"有如此这般的 y 满足 $Q(y)$"使公式 P 成立,则有 x 满足 $P(x)$; D5. 读作:若有 x 满足 $P(x)$,则对所有 x,"有如此这般 x 满足 $P(x)$"等于 x,就整个等值于 $P(x)$.

定理 13　令 $A_1, A_2, \cdots, A_m$ 为 $\Gamma U\{A\}$ 中公式的基本组元,则在 D_0 中公式集 $\Gamma \vdash A$,当且仅当在 D_n, $1 \leqslant n < \omega$ 中, $A_1^{(n)}, \cdots, A_m^{(n)}$(即 $A_1, \cdots, A_m$ 在谱系的各级中都遵守矛盾律),公式集 $\Gamma \vdash A$.

定理 14　令 F 为 D_0 的一个公式,而 F^* 为用 $\neg *$ 替代 $\neg$ 后由 F 而得的公式. 则 D_0 中 $\vdash F$,当且仅当 D_n, $1 \leqslant n < \omega$ 中 $\vdash F^*$.

定理 15　D_n 是 $C_n^=$, $1 \leqslant n \leqslant \omega$ 的一种保值的(Conservative)扩展. 也就是说, $C_n^=$ 的所有定理在 D_n 中仍然是定理,反之不然.

4 次协调型的道义逻辑与辩证逻辑

正如一般的哲学逻辑学家以经典逻辑为基础建立了许多非经典逻辑分支一样,次协调逻辑的推广也产生了次协调模态逻辑、次协调道义逻辑、次协调时态逻辑、次协调多值逻值乃至次协调辩证逻辑和次协调相干逻辑等等.次协调逻辑学家还推广了克里普克(S.Kripke)的语义学.本章的重点是讨论次协调道义逻辑和次协调的辩证逻辑,同时也涉及其他方面.

4.1 为什么需要有次协调道义逻辑

有了道义逻辑,为什么还需要次协调道义逻辑?理由同集合论的情况一样.有罗素悖论存在,就需要能消化罗素悖论的次协调集合论.有道德二难论题存在,就需要能消化道德二难论题的次协调道义逻辑.(另外有次协调的规范逻辑可消解罗斯怪论。[①])

在道德伦理领域,人们事实上常常陷于二难的困境.关于人工流产的合理合法性问题是伦理学家、法学家、哲学家长期争论不休的问题.无论说人工流产是应该或不应该,两者都有充分的根据:地球太挤了,人口应该有节制增长,所以应该允许人工流产;不应该杀人(胎儿也是人),所以不应该允许人工流产.冯·莱特在1951年所首创的道义逻辑,作为一般的模态逻辑的延伸,就是研究诸如应该(属于义务算子)、允许、禁止等模态及其相应的推理规则的逻辑.但未能解决有关道义的悖论问题,尤其没能解决道德二难论题.

道义模态可以用算子表示:O 为义务(即应该),P 为允许,F 为禁止.正如严格意义的悖论,是指从公认的前提和可接受的推理能推出形式矛盾.严格意义的道义悖论具有 $O\alpha \& O\neg\alpha$(既应该 α

① 桂起权.次协调逻辑与人工智能.第十章,武汉大学出版社即将出版.

又应该非α)或者 $F\alpha\&F\neg\alpha$(既禁止 α 又禁止非α)等形式.

我们知道,达科斯塔的基本策略是使各种“事实真”的悖论在逻辑上合法化.换句话说,在次协调道义逻辑中,道义上“不平凡矛盾”是允许的.这与一般道义逻辑禁止一切不协调命题的态度不大相同.另一方面,次协调的防止矛盾任意扩散的措施也贯彻到道义逻辑之中,由既应该 α 又应该非 α 不再可以推出应该任意 β(即 $O\alpha\&O\neg\alpha\Rightarrow O\beta$ 无效).这样一来,某些主要的道义悖论因而变为次协调道义逻辑的定理.这就是次协调道义逻辑的基本构想.

4.2 次协调道义演算 C_1^D 及其方法论解释

我们可以在演算 C_1 的基础上引进次协调道义逻辑.这就是道义命题演算 C_1^D,达科斯塔的定理、定义1至6都复述 C_1 演算,故从略.

道义演算 C_1^D 的语言就是在 C_1 的语言之上再附加新算子 O,读作“应该”(“必须”或“是应尽的义务”),公式定义照常.C_1^D 的公设就是 C_1 的公设再加道义模态算子的特殊公设.

O_1:　$O(\alpha \supset \beta) \supset (O\alpha \supset O\beta)$

O_2:　$O\alpha \supset \sim O \sim \alpha$

O_3:　$\alpha^\circ \supset (O\alpha)^\circ$　　$O'_3 = \dfrac{\alpha}{O\alpha}$

其中第一公设读作,如果应该“α 蕴涵 β”,那么应该 α 蕴涵应该 β.这就是说,“应该”算子是可以分配到蕴涵式的前件、后件中去的.第二公设读作,如果应该 α,那么不应该不 α.其中 $\sim$ 符号是强否定(经典意义的否定).第三公设是说,如果 α 是合经典的公式,则加了模态算子“应该”之后的 $O\alpha$ 也是合经典公式.对应的推理模式是由 α 可以推出 $O\alpha$.

假如 α 有一个证明(证明的含义照常),α 就是道义演算 C_1^D 的定理,记作 $\vdash \alpha$.假如存在属于公式集 Γ 的 $r_1, r_2, \cdots, r_k$,使得在道义演算 C_1^D 中有 $\vdash (r_1\&r_2\&\cdots\&r_k) \supset \alpha$,则 α 就是公式集 Γ 的句法

后承(逻辑结论之意),并记作 $\Gamma \vdash \alpha$. 前面所给出的关于公式集是否为协调集、不平凡集和最大不平凡集的定义在道义演算 C_1^D 中仍然有效.

道义演算 C_1^D 只取一个道义模态算子为基本的,但根据“应该”、“允许”、“禁止”三者的关系,其它两个道义模态算子可以自然地导出.

定义 7 $F\alpha \overset{\text{def}}{=} O\neg\alpha$;

$P\alpha \overset{\text{def}}{=} \neg O\neg\alpha$.

第一式读作:禁止 α 就是必须(应该)不 α;第二式读作:允许 α 就是不必须(应该)不 α. 以上两式中的否定词是次协调否定(矛盾律不一定成立). 如果用强否定词 ~ 代替 $\neg$,相应的 F(禁止)和 P(允许)就是强道义算子.

定理 7 在道义演算 C_1^D 中我们有:

(7.1) $\vdash \alpha^\circ \supset \neg(O\alpha \& F\alpha)$; (7.2) $\vdash O\alpha \supset O(\alpha \vee \beta)$;

(7.3) $\vdash F\alpha \& \alpha^\circ \supset \neg O\alpha$; (7.4) $\vdash O\beta \supset O(\alpha \vee \beta)$;

(7.5) $\vdash O \sim \alpha \supset \sim O\alpha$; (7.6) $\vdash O(\alpha \& \beta) \equiv O\alpha \& O\beta)$;

(7.7) $\vdash O\alpha \& O \sim \alpha \supset O\beta$; (7.8) $\vdash \sim (O\alpha \& \sim O\alpha)$;

(7.9) $\vdash O\alpha \& O(\alpha \supset \beta) \supset O\beta$.

其中(7.1)说,如果 α 为合经典的,那么应该 α 又禁止 α 是不行的. (7.2)说,如果应该 α,那么或者应该 α 或者应该 β. (7.3)说,如果禁止 α 而且 α 为合经典的,那么不应该 α. (7.4)说,如果应该 β,那么或者应该 α 或者应该 β. (7.5)说,如果应该不 α,那么不应该 α. (7.6)说,应该“α 而且 β”就是应该 α 而且应该 β. 这就是说“应该”算子对合取式是可分配的,就像乘法分配律 $a(b+c)=ab+ac$ 一样. (7.7)说,当采用遵守矛盾律的强否定 ~ 时,如果应该 α 又应该非 α,那么就会得出应该做任何事 β. (7.8)说,对于强否定 ~ 而言,应该 α 与不应该 α 不能同时成立. (7.9)说,如果应该 α 而且应该“α 蕴涵 β”,那么应该 β.

定理 8 在道义演算 C_1^D 中下列各式无效:

(8.1) $O\neg(\alpha\&\neg\alpha)$;　　(8.2) $O(\alpha\&\neg\alpha)\supset O\beta$;
(8.3) $O\alpha\&O\neg\alpha\supset O\beta$;　　(8.4) $F\alpha\&F\neg\alpha\supset O\beta$;
(8.5) $F\alpha\supset\neg O\alpha$;　　(8.6) $\neg(F\alpha\&Pa)$;
(8.7) $O(\neg\alpha\&\neg\neg\alpha)\supset O\beta$;　　(8.8) $F\alpha\&F\neg\alpha\supset FB$.

证明:如果在 C_1^D 的定理证明中,我们省略了符号 O 就得到次协调命题演算 C_1 的证明.因此,道义演算 C_1^D 只是一般次协调演算 C_1 的一个保守的扩展.换句话说,道义演算 C_1^D 在扩展过程中不拒绝演算 C_1 原有的任何结论.特别是本章定理2中所列出的对 C_1 无效的各种模式,如今对道义演算 C_1^D 仍然全部无效.

说明:定理8对次协调道义逻辑来说是带有特征性的和至关重要的定理.其中(8.1)说,对于次协调否定词 $\neg$(注意:α 与非 α 不再"非此即彼"!),矛盾律失去普遍有效性.(8.2)和(8.3)说,对于次协调否定词来说,一般道义逻辑中如下定理,即如果应该"α 而且非 α",那么就应该做任意的 β,不再成为定理.以及如果应该 α 而且应该非 α,那么就应该做任意的 β,也不再成立.(8.7)可以看作(8.3)的变形,其中出现了双重否定.(8.4)和(8.8)说,对于次协调否定词来说,一般道义逻辑中如下定理,即"如果禁止 α 而且禁止非 α,那么就禁止做任意 β"的定理,也已经失效.所有这些定理的失效,说明在次协调逻辑中不平凡的矛盾不会任意扩散,更具体地说是在次协调道义逻辑中,形如 $O\alpha\&O\neg\alpha$ 或 $F\alpha\&F\neg\alpha$ 那样的道义悖论,并非不足道的矛盾,不会任意扩散.注意对次协调否定词来说,(8.5)中的"如果禁止 α,那么就不应该 α",以及(8.6)中的"并非'禁止 α 而且允许 α'",竟然不再普遍有效.听起来这是令人吃惊的.为什么能这样?原因在于否定词 $\neg$ 具有一定的"亦此亦彼"性质,α 与非 α 不是泾渭分明的,而且是部分重迭的.正因为如此,关于人工流产,"既禁止又不禁止","既应该又不应该","既允许又不允许"诸如此类的悖论,就有了合法存在的余地.甚至可以这样说,次协调道义逻辑之所以具有对付真正的道义悖论的一定能力,其奥妙多半在于次协调否定词的"亦此亦彼"性质(司各

特规则因之失效).

如果用次协调命题演算 C_1 替代作为基础的经典命题演算 C_0,那么任何道义逻辑系统都可以改写成相应的次协调道义逻辑系统.当然 C_1 只是 C_n 无限等级谱系的第一级.不过有了 C_1 的先例,其它只需如法炮制就成.

4.3　C_1^D 的道义可能世界语义学(略)

达科斯塔在此基础上证明了道义演算 C_1^D 的可判定性.

4.4　为什么会有次协调辩证逻辑 DL

次协调逻辑是介乎数理逻辑与辩证逻辑之间的中间物.通过前几章的讨论,读者已经清楚地看到,次协调逻辑的确与一般数理逻辑是高度地相似的,它继承了数理逻辑的全套精巧的形式演算技巧.它也有自己独特的公理、推理规则、定理,以及赋值语义学.另一方面,不难看出,次协调逻辑的指导思想明显地背离正统数理逻辑,而与辩证逻辑的指导思想相接近.依我们看,这主要表现在:次协调逻辑否认矛盾律的普遍有效性,次协调否定词使 A 与非 A 不必定"非此即彼",次协调逻辑确认黑格尔的"真矛盾"论题(即包含"辩证矛盾"的论题)以及其它"有意义矛盾"在逻辑系统中的合理地位.同时辩证逻辑则以在概念、判断、推理中揭示现实中的真矛盾为己任,辩证逻辑不承认任何无条件普遍有效的"非此即彼".它除了"非此即彼",又在适当的地方承认"亦此亦彼".这样,两者在某些根本点上可说是不谋而合.

然而,次协调逻辑与辩证逻辑的出发点毕竟不同,它们是两种不同的逻辑.因此阿璐达和达科斯塔都认识到,比较全面的说法是,辩证逻辑与次协调逻辑的研究领域是"互相交叉和有差别的".当然,在本节中我们主要关心的是两者的联系,区别中的联系.

辩证逻辑是与亚里士多德逻辑不同的另一种逻辑传统与逻辑类型,也就是赫拉克利特 - 黑格尔传统.西方许多作者在使用"辩

证逻辑”一词的时候，往往是指称黑格尔、马克思及其后继者的辩证思维方式和辩证论述方式，这似乎已经成为一种约定俗成的概念.由于这种表达方式并非形式化的，因此不妨称之为“用自然语言表述的辩证逻辑”.我们认为，还应当并可能存在“用形式语言表述的辩证逻辑”.

次协调逻辑就是用形式语言表述的.那么，它与用形式语言表述的辩证逻辑之间又有什么联系呢?

根据澳大利亚次协调逻辑学者卢特莱和迈耶在《辩证逻辑、经典逻辑与世界的协调性》(1976)一文中所提出的看法，一种命题逻辑成为辩证逻辑形式系统的必要条件是：① 系统必须在分离规则下封闭；② 系统具有不协调性(即对于某个 A，包括 A 与 $\neg A$ 在内都能成立)；③ 系统必须是不平凡集(不平凡公式集即并非每一公式都能成为定理).这个最低限度要求是与次协调逻辑相一致的.意大利逻辑学家马可尼在《辩证法的形式化》(1979) 中也指出，对于黑格尔辩证法的逻辑说明，不协调的形式系统是它的必由之路.这些话都反映出次协调逻辑研究者们显然已经注意到，次协调逻辑与辩证逻辑形式系统存在密切的联系.

“辩证逻辑形式化”问题看起来是一个容易引起争议的问题.然而可尽力避免接触火力点，我们更喜欢在不同学术见解之中“求同存异”，“在共同点上统一矛盾”，这也是次协调精神的本性.正像哲学家们还在为“机器究竟能不能思维”、“怎样才算真正的思维”等问题争论不休的时候，人工智能研究者避免过多地介入争论，在实践中一步又一步地推进了机器智能的研究.次协调逻辑学者也很少把精力消耗到“辩证逻辑究竟能否形式化”、“怎样才称得上真正的辩证逻辑形式体系”等争论上，而是在实践中推进了次协调辩证逻辑的研究.

“次协调辩证逻辑”是一种严肃的学术术语.用次协调形式演算去改造一般集合论就有可能建构“次协调集合论”.用次协调形式演算去改造一般的道义逻辑就可以建构“次协调道义逻辑”.现

在,用次协调形式演算的方法和技巧可以对辩证法的基本原理、对辩证逻辑的某些基本思想、观点进行逻辑重建.这样构造出来的形式系统,具有次协调逻辑和辩证逻辑的双重性质.因此称之为"次协调辩证逻辑".次协调辩证逻辑也有命题演算与谓词演算之分.例如,达科斯塔和沃尔夫(R.G.Wolf)的 DL 系统是次协调辩证逻辑的命题逻辑(1980),而他们在此基础上建立的 DLQ 系统则是次协调辩证逻辑的谓词逻辑(1985).在下几节中,将着重介绍次协调辩证逻辑的命题系统 DL 的公理、元定理和语义学.

4.5 "对立统一"的形式化:DL 的公理

达科斯塔和沃尔夫的《次协调逻辑研究之一:辩证法的对立统一原理》一文是次协调辩证逻辑和辩证逻辑形式化第一个重要的里程碑.他们注意到,尽管黑格尔和马克思的否定或矛盾概念与传统逻辑中的否定或矛盾概念存在着很大的差别.然而,他们利用次协调逻辑的(特别是达科斯塔系统的)技巧,并在麦吉尔(V.J. McGill)和帕里(W.T.Parry)《论对立统一:一个辩证法原理》(1948)一文的启发下,构造了辩证逻辑命题系统 DL(DL 即"辩证逻辑"一词的缩写).

达科斯塔和沃尔夫意识到,在辩证逻辑学者与数理逻辑学者或分析哲学家之间存在着似乎不可逾越的鸿沟和根深蒂固的成见.从纯粹形式观点和数理逻辑眼光看,辩证逻辑似乎不能算作严格意义的逻辑.达科斯塔强调,次协调逻辑是对立观点的最理想的调解者.他认为,多数数理逻辑学者以为在原则上不可能形式化的辩证逻辑,如果采用次协调逻辑的技巧,则其基本意图明显地可以形式化.他和沃尔夫注意到,西方文献中,麦吉尔(V.J. Megill)和帕里(W.T. Parry)为"对立统一"提供了清彻明了的解释模型.他们的处理方式使当代分析哲学的逻辑技巧和术语得以应用.原来分析哲学家眼里被看作含混不清的思辨性怪物,而今通过麦吉尔和帕里的转述,使对立统一原理变成对于受分析传统训练的哲学

家,同样是清楚明白的东西.

达科斯塔和沃尔夫的辩证逻辑形式系统,以麦吉尔和帕里关于对立统一的第五种和第六种解释作为现实原型.换句话说,他们的原始目的是要使关于对立统一的这两种解释形式化:

> "5. 在任何具体的连续体中,不管是历时性的还是共时性的,两个邻近的对立性质 A 与 $-A$ 之间总是存在一个中间地段.也就是说,该连续体有一处,在该处并非一切事情要么是 A 要么是 $-A$.
>
> 6. 在任何具体的连续体中都有这样一处,在该处某物既是 A 又是 $-A$."

这样看来,达科斯塔与沃尔夫所建构的正是:有限目标的辩证逻辑形式系统.

辩证逻辑命题系统 DL 的初始联词是 $\supset$(蕴涵),$\wedge$(合取),$\vee$(析取),$\rightharpoondown$(次协调否定)和稳定性算子°(小圆圈记在字母的右上角).最后两个联词需要作特别解释:

(1) 次协调否定 $\rightharpoondown$ 不同于经典逻辑,不一定遵守矛盾律,A 与非 A 未必相互排斥.这一条很厉害,它从根本上突破了经典逻辑"非此即彼"模式的局限性,DL 系统一切辩证性质的根源就在于此.

(2)$A^{\circ} \overset{\text{def}}{=} \rightharpoondown(A \wedge \rightharpoondown A)$.这就是说,$A$ 遵守矛盾律可以用稳定性算子来缩写,此时 A 称为合经典公式.稳定性算子具有奇特的方法论作用.从表层上看,稳定性算子似乎是消极的,它是在次协调逻辑的更广大的范围内为"合经典命题"划一块较小的地盘,允许它们继续有效.从深层上看,它的作用却是积极的,因为在它圈定的范畴之外(然而仍在次协调逻辑的范围之内),对于非经典命题,矛盾律不再有效.这两者综合起来,体现了恩格斯所说的"除了'非此即彼',又在适当的地方承认'亦此亦彼'"的辩证要求,并且是用形式语言来刻划的.

DL 系统的公设(包括公理和推理规则)也汲取了经典逻辑的(A_1 ~ A_{10})作为自己的一部分:

A_1 $A \supset (B \supset A)$.

A_2 $(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$.

A_3 $A, A \supset B / B$. A_4 $A \wedge B. \supset A$.

A_5 $A \wedge B. \supset B$. A_6 $A \supset (B \supset .A \wedge B)$.

A_7 $A \supset .A \vee B$. A_8 $B \supset .A \vee B$.

A_9 $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C)$.

A_{10} $A \vee (A \supset B)$.

另外再加一些新公设(打点记号按惯例是括号的缩写)：

A_{11} $\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A \vee \neg B)$.

A_{12} $\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B)$.

A_{13} $A^\circ \wedge B^\circ. \supset .(A \supset B)^\circ \wedge (A \wedge B)^\circ \wedge (A \vee B)^\circ \wedge (\neg A)^\circ$.

A_{14} $A^\circ \wedge B^\circ. \supset .((A \supset B) \supset (A \supset \neg B) \supset \neg A))$.

A_{15} $A^\circ \supset (\neg\neg A \supset A)$. A_{16} $A^{\circ\circ} \equiv A^\circ$.

A_{17} $A^\circ \supset (A \vee \neg A) \wedge ((A \supset B) \vee (\neg A \supset B))$.

A_{18} $\neg A^\circ \supset (A \vee \neg A \supset B) \vee (A \wedge \neg A)$.

从表面上看，A_{11} 和 A_{12} 与经典逻辑的德摩根定律没有两样，但是我们不能忘记否定词的意义变了. 因此，A_{11} 和 A_{12} 是在 DL 系统中矛盾律、排中律不再普遍有效的情况下所体现的否定词的某种重要性质. A_{13} ~ A_{15} 首先是为了得到合经典命题而考虑的，它说明遵守矛盾律在新逻辑中仍有适当的地位. 反过来说，在稳定性算子圈定范围之外的次协调逻辑非经典部分，不遵守矛盾律的命题也有效. A_{16} 是用符号表明，若 A 遵守矛盾律则 A° 亦然，反之亦然. A_{17} 保证了，假如 A°，则 A 与 $\neg A$ 不能同假或同真. 然而，最有特异性 A_{18}，它保证了，假如 A 不遵守矛盾律，则 A 与 $\neg A$ 是同真或同假的. 这一条实质上是在命题演算的公理层次上，用形式语言刻划了辩证逻辑所要求的"亦此亦彼"性质.

4.6 DL的元定理及其方法论解释

接着，我们来论述辩证逻辑命题系统 DL 的元定理.

定理1 所有经典命题逻辑中不涉及否定词的推理模式和规则在 DL 中仍然有效.

这一条说的是 DL 对经典逻辑的继承性与连续性.

定理2 在 DL 中下列模式不再有效：

(1)$A \vee \neg A$.

(2)$(A \supset B) \supset . \neg A \vee B$.

(3)$A \vee \neg A . \supset B$.

(4)$\neg(A \wedge \neg A)$.

(5)$(A \supset B) \supset \neg(A \wedge \neg B)$.

(6)$A \supset (\neg A \supset B)$.

(7)$(A \supset \neg A) \supset \neg A$.

(8)$A \wedge \neg A . \supset B$.

(9)$B \supset A \vee \neg A$.

(10)$(\neg A \supset A) \supset A$.

(11)$\neg A \supset (A \supset B)$.

(12)$A \vee (\neg A \wedge A^{\circ})$.

(13)$(A \vee \neg A) \wedge ((A \supset B) \vee (\neg A \supset B)) . \supset A^{\circ}$.

(14)$(A \supset B) \supset (\neg B \supset \neg A)$.

(15)$(\neg B \supset \neg A) \supset (A \supset B)$.

(15)'$(A \vee \neg A . \supset B) \wedge (A \wedge \neg A) . \supset \neg A^{\circ}$.

定理2展示了在矛盾律、排中律、司各脱法则等失效后的种种后果.达科斯塔和沃尔夫在验证定理2过程中所引进的新真值和真值表是极有启发性的.为了便于理解，我们采取更熟悉的符号作了改写和说明(真值名称是我们起的).

表1 DL的否定词表

	A	$\neg A$	A°	
F—— 经典的假	f	f	f	
T—— 经典的真	F	T	T	遵守矛盾律
f—— 两可的假	T	F	T	遵守矛盾律
t—— 两可的真	t	t	f	

新真值中"两可的假"、"两可的真"分别与自己的否定同值，自己成为自己的"他者"，具有"亦此亦彼"的意味．在这种情况下，矛盾律就不再普遍有效（标志遵守矛盾律的 A° 如今取值为假：(f)．两可的假(f)与经典的假(F)相比，更接近于真(T)，同为 f, T 两者的否定都称作假．反之，两可的真(t)与经典的(T)相比，则更接近于经典的假(F)，因为 t、F 两者的否定都称作真．达科斯塔和沃尔夫所采取的排列次序为：两可的假(0)、经典的假(1)、经典的真(2)以及两可的真(3)．与这几个真值相应，他们将合取、析取和蕴涵词的基本真值表规定如表 2.

表 2　DL 的蕴涵、合取与析取真值表

$A\ B$	$A \supset B$	$A \wedge B$	$A \vee B$
$f\ f$	T	f	f
$F\ f$	T	F	f
$T\ f$	f	f	T
$t\ f$	f	F	T
$f\ F$	T	F	f
$F\ F$	T	F	F
$T\ F$	F	F	T
$t\ F$	F	F	t
$f\ T$	T	f	T
$F\ T$	T	F	T
$T\ T$	T	T	T
$t\ T$	T	t	T
$f\ t$	T	F	$t(T?)$
$F\ t$	T	F	t
$T\ t$	t	t	T
$t\ t$	t	t	t

使用的表所示的真值表，辩证逻辑 DL 系统的每一个定理的正确性就可以按常规逐项得到检验．辩证逻辑（指用自然语言所表述的）原先所受的主要批评意见是：含糊、不确定、包含形式矛盾．可是，达科斯塔和沃尔夫的辩证逻辑 DL 系统的真值表却是清晰、明确，前后一贯性的明证．作为极端的例子是，形式矛盾得到了合理的处理．如在否定词表中，即使 f, t 分别与其否定同值（从而体现"亦此亦彼"），仍没有陷入逻辑混乱．这个真值表十分有力地表明，辩证逻辑 DL系统能把握矛盾中的协调性，不确定性中的确定性．它表明，目前的有限目标的辩证逻辑系统，其逻辑确定性、条理性与前后一贯性并不比经典逻辑逊色．

定理 2′ 在 DL 中双重否定律 $\neg\neg A \equiv A$ 不再有效.(这种失效显然是两可真值 f, t 的性质造成的.)

定理 3 在 DL 中我们有:

(16) $\vdash((A \supset B) \supset A) \supset A$.

(17) $\vdash(A \supset .B \vee C) \equiv .(A \supset B) \vee (A \supset C)$.

(18) $\vdash(A \supset B) \vee (B \supset A)$.

(19) $\vdash A^{\circ} \wedge A \wedge \neg A. \supset B$.

(20) $\vdash A^{\circ} \wedge A \wedge \neg A. \supset \neg B$.

其中(19)当(20)表明,次协调辩证逻辑对待司各脱法则的态度是很辩证的,既否定其普遍有效性,又不否定它对于合经典命题仍然是有效的.换句话说,对于矛盾命题不再一般地推出任意命题,然而无意义矛盾仍能在系统内扩散.

定理 4 令 $\Gamma \cup \{A\}$ 为 DL 的仅包含原子公式 $P_1, P_2, \cdots, P_n$ 的公式值,且令 C^* 为经典命题演算 C 再附加稳定性算子°以及公设 $A_{13} \sim A_{18}$.则在命题演算 C^* 中 $\Gamma, P^{\circ}_1, P^{\circ}_2, \cdots, P^{\circ}_n \vdash A$ 当且仅当在 DL 中 $\Gamma, P^{\circ}_1, P^{\circ}_2, \cdots, P^{\circ}_n \vdash A$.

(**定理 4** 说明 DL 与经典命题演算 C 的联系.)

定理 5 在 DL 中我们有:

(21) $A^{\circ} \vdash A^{\circ} \vee \neg A^{\circ}$

(22) $B^{\circ} \vdash (A^{\circ} \supset B^{\circ}) \supset ((A^{\circ} \supset \neg B^{\circ}) \supset \neg A^{\circ})$

(23) $A^{\circ} \vdash A^{\circ} \supset (\neg A^{\circ} \supset B)$

其中(21)表明,次协调辩证逻辑对待排中律的态度是非常辩证的:既否定其普遍有效性,又不否定它对合经典命题继续有效.(22)表明,次协调辩证逻辑对待归谬法原理的态度也是辩证的:既否定其普遍有效性,又不否定它对合经典命题继续有效.(23)则表明,对于合经典命题,司各脱法则的一种变型仍有效.总之,定理 5 表明,经典逻辑并没有简单地被抛弃,次协调辩证逻辑定理对经典逻辑的定理的关系是抛弃中有继承的.它们实际上通过对应原理联系起来.

定理 6　DL 系统是对否定词协调的(当然 DL 也是不平凡的公式集,即不会使任意公式都成为定理).

说明:也有的次协调辩证逻辑系统,是对否定词不协调的,例如卢特莱和迈耶的相干辩干辩证逻辑.两种处理各有特点.

定义 1　尖顶符号 $\Lambda \overset{\text{def}}{=} P^{\circ} \wedge P \wedge \neg P$.

表示 P(已确定的原子公式)既遵守矛盾律又违背它.

定义 2　强否定: $\sim A \overset{\text{def}}{=} A \supset \Lambda$.

即如果由 A 导致既遵守又违背矛盾律那样的自相矛盾,那么 A 将被否定.而这种 A 的否定称作强否定.

定义 3　尖谷符号: $\vee \overset{\text{def}}{=} \sim \Lambda$.

即尖谷表示尖顶的强否定.

有的读者可能被达科斯塔搞糊涂了:为什么他有时允许人们不遵守矛盾律,又有时却禁止这样做?请注意区别两个不同层次:(1) 在逻辑层次上,要区分两类命题:合经典命题不得违反矛盾律;非合经典命题则可以违背它.(2) 在**元逻辑层次**(即对逻辑进行反思的层次):不得**既遵守又违背矛盾律**.

定理 7　在 DL 中我们有:

(24) $\vdash (A \supset B) \supset ((A \supset \sim B) \supset \sim A)$.

(25) $\vdash \sim A \supset (A \supset B)$.

(26) $\vdash A \vee \sim A$.

(24) ~ (26) 是说,强否定分别满足归谬法原理、司各脱法则的变种、排中律.

推论　联词 $\supset$, $\wedge$, $\vee$ 和 $\sim$ (强否定)满足经典命题逻辑所有公设.

定理 8　在 DL 中我们有:

(27) $\vdash A^{\circ} \supset .(A \vee \neg A) \wedge (\sim A \vee \sim \neg A)$.

*(28) $\vdash \neg A^{\circ} \supset . \sim (A \vee \neg A) \vee (A \wedge \neg A)$.

*(29) $A^{\circ} \vee \neg A^{\circ} \vdash (A \vee \neg A) \wedge (\sim A \vee \sim \neg A)$

$\vee \sim (A \vee \neg A) \vee (A \wedge \neg A)$.

(30) $\vdash A^{\circ}(\neg A \equiv \sim A)$.

(31) $\vdash \Lambda \supset A$. (32) $\vdash A \supset \backepsilon$.

(33) $\vdash (\Lambda \supset A) \equiv A$. (34) $\vdash (A \supset \Lambda) \equiv \sim A$.

其中(27)说,如果 A 为合经典命题,则 A 与 $\neg A$ 遵守排中律,而且它们两者带上强否定号后,仍遵守排中律.(28)明显地,对于辩证逻辑是特征性的;如果 A 不是合经典命题,则 A 或者不遵守排中律,或者不遵守矛盾律(两者可兼).(29)式非常有特色.它将遵守矛盾律、排中律的(27)和不遵守矛盾律、排中律的(28)两者统一了起来.本文作者在1982年写的《对应原理对辩证逻辑的作用》一文中曾独立地提出一种猜想:辩证逻辑的辩证矛盾律、非排中律在极限情况下(取固定范畴,相当于稳固性算子)将会自动退化到矛盾律、排中律[①].没想到,达科斯塔正好用(29)式对这一思想作了形式刻划.(30)表示次协调否定可退化为经典否定.(31)与(33)表示元逻辑层次的自相矛盾仍可导致任意命题(这说明在元逻辑层次司各脱规则重新有效).(34)说明任何命题都不导致元逻辑层次的自相矛盾.(34)只是强否定定义的翻版.有了定理8,读者可以明白,次协调逻辑对待矛盾律的态度确实是很辩证的,它也并不是完全不要协调性.这不是一句空话,而是已经用形式语言刻划出来的事实.其中对应原理在非经典逻辑与经典逻辑之间起桥梁作用.

4.7 DL 的语义学及其方法论解释

最常用的用以解释逻辑表达式的意义的逻辑语义学是"可能世界"语义学,也就是克里普克型的语义学.然而,DL 的语义学却不是用"可能世界"术语表述的,而是用模型论、集合论语言表述的语义学,也就是 Henkin 型语义学.因为辩证逻辑经常需要论及

① 该文收入《辩证逻辑与科学方法论研究》(论文集),湖北人民出版社 1984 年版.

“矛盾”,而可能世界又禁止矛盾.采用模型集合论型语义学可以免除“不可能的可能世界”的麻烦.达科斯塔与沃尔夫认为,次协调否定可以按辩证观点解释为“具体否定”,而DL的语义学将为具体否定的本性带来概念上的明晰性.而且DL所采用的模型 — 集合论语义学有一个很关键的特征是它具有语言倾向,很适合于达科斯塔和沃尔夫关于“对立统一”的语用学处理.

定义4 闭包$\overline{\Gamma} = \{A \in \mathbb{F} : \Gamma \vdash A\}$;这里$\mathbb{F}$为DL中所有公式的集合.

定义5 如果$\overline{\Gamma} = \mathbb{F}$,即其整个公式集都成为可推出公式,那么$\Gamma$就称为平凡集,否则$\Gamma$就称作不平凡集.如果至少有一个公式$A$,使$A, \neg A \in \Gamma$,则公式集$\Gamma$是不协调的,否则$\Gamma$就是协调的.如果$\Gamma$是不平凡集而且对每一公式$A$,若$\Gamma \vdash A$,则$A \in \Gamma$(或$\Gamma = \overline{\Gamma}$),那么$\Gamma$就称为最大不平凡集.如果至少有一个公式$A$,使得$\Gamma \nvdash A$而且$\Gamma \nvdash \neg A$,那么$\Gamma$就称为对否定词$\neg$不完备的;否则就称为对否定词$\neg$完备的.

定理9 如果Γ是最大不平凡集,并且A和B是任何一个公式,那么就有(这里采用$\Rightarrow$和$\Leftrightarrow$作为元语言中蕴涵和等值的缩写):

1)$\Gamma \vdash A \Leftrightarrow A \in \Gamma$;

2)$A \in \Gamma \Rightarrow \sim A \notin \Gamma$; $\sim A \in \Gamma \Rightarrow A \notin \Gamma$;

3)$A \in \Gamma$或$\sim A \in \Gamma$;　　4)$\vdash A \Rightarrow A \in \Gamma$;

*5)$A, A^{\circ} \in \Gamma \Rightarrow \neg A \notin \Gamma$;$\neg A, A^{\circ} \in \Gamma \Rightarrow A \notin \Gamma$;

并且$A, \neg A \in \Gamma \Rightarrow A^{\circ} \notin \Gamma$.

在定理9中第5)式对辩证逻辑来说最有代表性.它表明A与$\neg A$同属于公式集是许可的,此时遵守矛盾律的A排斥在公式集Γ之外.这就是说,不遵守矛盾律的公式在DL也有合法地位.

6),$A, A \supset B \in \Gamma \Rightarrow B \in \Gamma$;

7)$A \supset B \in \Gamma \Leftrightarrow A \notin \Gamma$或者$B \in \Gamma$;

8)$A \wedge B \in \Gamma \Leftrightarrow A \in \Gamma$并且$B \in \Gamma$;

9) $A \vee B \in \Gamma \Leftrightarrow A \in \Gamma$ 或者 $B \in \Gamma$;

其中6)式由分离规则变来;7)8)9)为蕴涵式、合取式、析取式性质的自然结果.

10) $A^\circ, B^\circ \in \Gamma \Rightarrow (A \supset B)^\circ, (A \wedge B)^\circ, (A \vee B)^\circ, (\neg A)^\circ \in \Gamma$; $A^\circ \in \Gamma \Leftrightarrow A^{\circ\circ} \in \Gamma$.

11) $A^\circ \in \Gamma \Rightarrow A \vee \neg A, \sim A \vee \sim \neg A \in \Gamma$

其中10)式说的是,如果合经典公式属于公式集,则复合的合经典公式仍属于公式集.11)式涉及排中律.

*12) $\neg A^\circ \in \Gamma \Rightarrow \sim (A \vee \neg A) \in \Gamma$ 或者 $A \wedge \neg A \in \Gamma$.

这个公式对辩证逻辑来说是有特征性的.它表明,如果 A 不是合经典命题而属于公式集 Γ,那么排中律的反命题或者矛盾律的反命题属于该公式集.这就大胆地突破了经典逻辑的眼界.

定义6　DL系统的一个赋值是一个函数

$V: \mathbb{F} \to \{0,1\}$ 使得:

1) $V(A \supset B) = 1 \Leftrightarrow V(A) = 0$ 或者 $V(B) = 1$;

2) $V(A \wedge B) = 1 \Leftrightarrow V(A) = V(B) = 1$;

3) $V(A \vee B) = 1 \Leftrightarrow V(A) = 1$ 或者 $V(B) = 1$;

DL的赋值方法与本章3.2节所述演算 C_1 的赋值方法并无根本性不同.1)－3)式为蕴涵式、合取式、析取式性质的结果.

(4) $V(\neg(A \wedge B)) = 1 \Leftrightarrow V(\neg A) = 1$ 或者 $V(\neg B) = 1$;

(5) $V(\neg(A \vee B)) = 1 \Leftrightarrow V(\neg A) = V(\neg B) = 1$;

第4)与5)式是德摩根定律在赋值公式中的变形.

6) $V(A^\circ) = V(B^\circ) = 1 \Rightarrow V((A \supset B)^\circ) = V((A \wedge B)^\circ = V((\neg A)^\circ)) = V((A \vee B)^\circ) = 1$;

7) $V(A^\circ) = 1 \Leftrightarrow V(A^{\circ\circ}) = 1$;

8) $V(A^\circ) = 1 \Rightarrow V(\neg\neg A \supset A) = 1$;

第6)～8)式涉及合经典公式的赋值性质,没什么特别.

*9) $V(A) = V(\neg A) \Rightarrow V(A^\circ) = 0$;

10) $V(A) \neq V(\neg A) \Rightarrow V(\neg A^\circ) = 0$.

其中第9式对辩证逻辑来说是特征性的.它表明如果 A 与非 A 的赋值相同(同真假),则矛盾律失效.这又是经典逻辑原先不敢设想的.

定理 10　如果 V 是一个赋值,那么:

1) $V(A)=1 \Leftrightarrow V(\sim A)=0$;　　2) $V(\Lambda)=0$;

3) $V(\mathrm{V})=1$;[①]

4) $V(A^{\circ})=1 \Rightarrow V(A)=1$ 或者 $V(\rightharpoondown A)=1$;

5) $V(A^{\circ})=1 \Rightarrow V(A)=0$ 或者 $V(\rightharpoondown A)=0$;

6) $V(A^{\circ})=V(B^{\circ})=V(A \supset B)=V(A \supset \rightharpoondown B) \Rightarrow V(\rightharpoondown A)=1$;

7) $V(A^{\circ})=1 \Rightarrow V(\rightharpoondown\rightharpoondown A \equiv A)=1$;

8) $V(A^{\circ})=1 \Rightarrow V(A \vee \rightharpoondown A)=V(\sim A \vee \sim \rightharpoondown A)=1$;

*9) $V(\rightharpoondown A^{\circ})=1 \Rightarrow V(A \vee \rightharpoondown A)=0$ 或者 $V(A \wedge \rightharpoondown A)=1$.

其中大多数公式涉及合经典命题与经典否定词的性质,都没有什么特别.第2)、3)式说的是,元逻辑层次的自相矛盾公式赋值为零,不自相矛盾公式赋值为1.对于辩证逻辑最有代表性的是公式9),它用赋值公式层次的形式语言表明,次协调辩证逻辑突破了形式逻辑的眼界,排中律与矛盾律的反论题在DL中具有合法地位.

***定义** 7　如果至少存在一个公式 A,使得 $V(A)=V(\rightharpoondown A)$,那么赋值 V 就称为奇异赋值;否则 V 就称为正常赋值.

说明:对于奇异赋值,A 与非 A 具有相同赋值,这时赋值公式具有"对立面的同一"或"亦此亦彼"的意味.

定义 8　如果 $V(A)=1$ 对于每一个赋值都成立,那么给定的公式 A 就是有效公式.如果对每一公式 A,$A \in \Gamma$,而 $V(A)=1$,那么赋值 V 就是公式集 Γ 的一个模型.如果对于 Γ 的每一个模型 V

① 由本章第六节定义1,尖顶记号 Λ 表示既遵守又违背矛盾律;由定义3,尖谷记号 V 则表示决非既遵守又违背矛盾律.

都有$V(A)=1$,那么我们就可以说A是Γ的一个语义后承,并记为$\Gamma\models A$.当A是有效公式,以空集$\varnothing$为前提,则可缩记为$\models A$.

现在我们可以表明DL系统相对于赋值V是协调的和完全的.

定理 11 $\Gamma\vdash A\Rightarrow\Gamma\models A$.

这就是说,如果A在句法上是公式集Γ的定理(导出公式),那么它在语义上就是该公式集的后承.

定理 12 每一个不平凡公式集都被包含在最大不平凡集之中.

定理 13 每一个最大不平凡公式集都有一个模型.

定理 14 $\Gamma\models A\Rightarrow\Gamma\vdash A$.

这是定理 11 的逆定理.

定理 15 存在着不协调(对否定词$\neg$)不完全的公式集,它们有模型.一个公式集有模型当且仅当它是不平凡集.

定理 16 DL 系统不具有有穷的特征真值表.

定理 17 在 DL 系统中有:

(35) $\nvdash(A\vee\neg A)\equiv\neg(A\wedge\neg A)$.

由于认真考虑了真矛盾的可能性(如A和$\neg A$都真),排中律与矛盾律不再等值.然而,与(35)相近而稍弱的公式却是能成立的(见下).

定理 18 在 DL 系统中有(德摩根公式的变形):

(36) $\vdash\neg(A\wedge\neg A)\equiv.\neg A\vee\neg\neg A$;

(37) $\vdash\neg(A\vee\neg A)\equiv.\neg A\wedge\neg\neg A$;

(38) $\vdash A\wedge\neg A.\equiv\sim(\sim A\vee\sim\neg A)$;

(39) $\vdash\sim(A\vee\neg A)\equiv.\sim A\wedge\sim\neg A$.

根据DL的语义学,原先在经典逻辑中几种可能的以及不可能的情况,都变成可能的了;A真$\neg A$假;A假$\neg A$真;A与$\neg A$同真;A与$\neg A$同假.

定理 19 (E.H. 奥维斯定理)DL是可判定的.

以上标上星号 * 的定义、公式、定理,能在命题演算的元定理

和语义学层次上刻划辩证逻辑中的“亦此亦彼”性质.

（作者：桂起权）

参考文献

[1] A.I.Arruda, Aspects of the historical development of paraconsistent logic. Relatorio Interno No 172, IMECCUNICAMP: 1980.
[2] N.C.A.da costa, An overview of paraconsistent logic in the 805. Monogrifias da sociedade paranaense de matematica, Curitiba, No.5, jul, 1987.
[3] A.I.Arruda, A survey of paraconsistent logic. MATHEMATICAL LOGIC IN LATIN AMERICA, North – Holland publishing Company, 1980.
[4] N.C.A.da Costa and R.G.Wolf, Studies in paraconsistent logic, I: The dialectical principle of the unity of opposites, philosophia 9 (1980).
[5] N.C.A.da costa and R.G.Wolf, Studies in paraconsistent logic, II: quantifiers and the unity of opposites. Revista colombiana de Matematicas, Vol.XIX (1985).

（七）悖论(Paradox, antinomy)

英文 Paradox 一字，历来便有两个意义，其一是似非而是，应该译为怪论或奇论或佯谬；其二是似是而非，应该译为悖论，在这意义之下，人们亦常写为 antinomy，它可译为谬论（及悖论）. 我们这里虽然注重后面这个意思，但为更深入理解起见，先就前面这个意义（怪论）说起.

所谓“似非”指它与未经深思的直觉、或与历来相沿的见解不同，有冲突，人们一开始便认为它不对，故说“似非”；但经过仔细的探讨，多方的比较，详细的论证，却不能不承认它是正确的，故说“而是”. 当人们开始接触到它时，不能不觉得很奇怪，从而便有怪

论或奇论的名称.

例如,人们都认为"顶天立地"是必然的,一旦听说地球是圆的,立刻想到地球另一边的人,他的头与自己的脚同向,他的脚与自己的头同向,觉得他们将会是"顶地立天"了,于是觉得"地为球形"的说法是荒谬的("似非").经过多方论证,才懂得地球另一边的人仍是"顶天立地"的,不成问题,而"地为球形"的说法又有不容驳斥的证据,才慢慢地承认"地为球形"的说法,但迄今,小孩子仍认这个说法是怪论呢!

又如,古代的人都认为无论日常计数,无论测量,所用的所得的都是有理数,可表示为两整数之比.等到希腊毕达哥拉斯(Pythagoras)的学生证明了正方形一边与其对角线长度之比不能表示为两整数之比,马上大惊小怪,以为大逆不道,其实这个发现正是无理数的发现,它把数学向前推进一大步.现在连中学生也知道了运用无理数,但在当时,不能不说这个发现是一个怪论.

人们都承认,而且也立为公理,说全体大于部分.当伽利略(G.Galileo)发现了自然数集与平方数集能够建立一一对应,从而全体自然数(全体)与全体平方数(部分)是一样多时,大吃一惊,觉得不妥(似非),伽利略从而认为无穷量不能比较大小.但经过后人的探究,对无穷集而言,"全体大于部分"的说法不能适用(它只适用于有限集),而全体自然数与全体平方数是一样多的("而是").这通常便叫做"无穷性怪论".

又如,按照现代的分子说、原子说、电子说,一切物质都由电子与核组成,电子与核之间是一大片空虚,连最坚实的物质也是这样.如果舍弃其间的空间,把组成整个地球的电子、核紧紧地靠拢在一起,则整个地球还不够一粒小花生米那么大.这初看起来也是非常荒谬的("似非"),但一切证据却证明它是对的("而是").在一定意义上,这也是一种怪论.

每一种新学说出来,总会和历来相传的旧说有不同的地方,习惯于旧说的人都不免觉得怪,这是不足为奇的.如果这种改变是经

常看见的,人们当然不以为奇;如果这个改变是空前的,亦即如果它要求对人们认为天经地义的说法加以更改,当然很难接受而被视为怪论了.例如相对论认为,在速度慢的系统内时间过得较快,在速度快的系统内,时间过得较慢.而在具光速的系统内,时间几乎不动.因此可以设想下列情况.有一对孪生子,生下来后哥哥乘具有光速的飞船,而弟弟留在地球上.过了数十年后,如果彼此相遇,弟弟已是白发苍苍的老人,而哥哥还和初生的婴儿一样呢!这叫做孪生子怪论(物理学书上译为孪生子佯谬).由于人们认为在任何系统内时间是以同样速度而流逝的,对相对论的说法便觉得难于接受而视为怪论(佯谬)了.

这种怪论的出现其实是科学进步的现象.

另外还有一个非常有名的怪论,那便是蕴涵怪论.在二值逻辑中,把蕴涵词,即"如果 …… 则 ……"表示为真值函词,这时最合适的解释便是:如果 A 则 B 指或非 A 或 B(叫做实质蕴涵).但是人们认为当人们说如果 A 则 B 时,A 与 B 之间应该有一定的意义上的连系以保证当 A 真时 B 必真.如果不考虑意义上的连系,只从 A,B 的真假上着眼,便会得出一些人们觉得奇怪的结果来.当把"如果 A 则 B"解释为"或非 A 或 B"后,将会得出下列结果:(1) 如果 B,则由 A 可推 B;(2) 如果非 A,则由 A 可得 B;这两个便是有名的蕴涵怪论.其实这两句还不是太怪的,更怪的还有,例如(3) 如果由 A 且 B 可得 C,则或者由 A 得 C 或者由 B 得 C;(4) 如果由 A 可得 B 或 C,则由 A 可得 B 或由 A 可得 C;(5) 由 A 可推得 B 或由 A 可推得非 B;(6) 或由 A 可得 B 或由 B 可得 C.这些语句,如果把"如果 A 则 B"解为"或非 A 或 B",那是顺理成章的,如果照一般人的期望,把它解为"由 A 可得 B",如(1) ~ (6) 所列,那就很难接受了.因此人们便把这些语句叫做蕴涵怪论.其实,如果"或非 A 或 B"真,则由 A 是可以得 B 的,所以即使照(1) ~ (6)那样解释,也是不会犯错的.人们所以不能接受(1) ~ (6),只是由于人们要求蕴涵式的前后件之间应该有意义上的连系罢了.蕴涵怪论的出现,表

示实质蕴涵已经被人们所认识并大量应用,这也是科学进步的一种现象.

现在再说悖论,即似是而非的论点.所谓"似是"不是指推导过程实质上有误但一时间人们还未发现,因为只要把错误的地方指出来,人们都会承认其错误,不再"似是"了.这里指的是:即使严格检查,它仍然是正确的推理过程,只是由这个正确的推理过程却导致错误,这便是悖论(paradox),它很强调"似是"(antinomy 则不强调似是,只注意它导致矛盾这一点).

其中有一类悖论,其出现对数理逻辑的影响极大,我们将特别介绍它们以及人们对解决它的各种尝试.

(1) 最古老的这类悖论是埃披曼涅斯(Epimenides) 悖论.埃氏是克利提岛人,他说:"所有的克利岛人均说谎".单就这句话而论得不出悖论,但埃氏说这句话的背景是:除他这句话外克利岛人别的话都是谎话.我们承认这个背景并问:他这句话是真是假?如果说这句话为真,则依其内容它应该是谎言,即假;如果这句话为假,再配合上述的背景,这句话却是符合于事实的,即是真的.因此无论这句话为真为假,我们都陷于矛盾.

(2) 布拉里 - 福蒂(Burali-Forti,C.) 悖论(1897 年) 从康托尔的序数论我们有下列结果.(a) 任何序数集都确定一序数;(b) 序数集任何截段所确定的序数比集中任何序数均大;(c) 全体序数是良序的从而它亦确定一个序数.今设全体序数集所确定的序数为 C,C 以前的序数是序数集的一个截段,故由它所确定的序数(即 C)应比集中任何序数(包括 C)均大;在特例应有 $C > C$,而这是不可能的.

(3) 康托尔悖论.与上同时(但发表则在 1927 年) 康托尔得到下列的结果.设一切集(所谓全集)记为 C,C 的子集所组成的集记为 PC.依康托尔定理 PC 的基数应 $>$ C 的基数.但 PC 的元素都是集,从而都是 C 的元素,即 PC 为 C 的子集,从而 PC 的基数 $\leqslant$ C 的基数.这结果与上述结果两相矛盾.

(4) 罗素悖论. 罗素自己说, 他把康托尔的推导过程加以简化, 不再牵涉到基数与序数概念, 从而得出一个从集合论的最原始的概念以及最开头的推导而导出了矛盾. 如果集 x 以 x 为元素, 则 x 叫做自属元; 如 x 不以 x 为元素, 则 x 叫做非自属元. 今将所有的非自属元组成一集 a. 问 a 究竟是或不是自属元. 如果 a 是自属元则 a 不应为集 a 的元素(因集 a 由非自属元组成), 既然集 a 不以 a 为元素则它为非自属元; 但如果 a 为非自属元, 依集 a 的定义, 它又应为集 a 的元素. 从而 a 为自属元. 无论那一可能, 我们都陷于矛盾.

(5) 仿此, 我们可定义一谓词 F, 它以谓词为主目. $F(f)$ 真当且仅当 $\neg f(f)$ 真. 即 $F(f)\leftrightarrow\neg f(f)$, 今以 F 作用于 F 本身, 则得 $F(F)\leftrightarrow\neg F(F)$, 即 $F(F)$ 与它的否定等价, 这便得出矛盾.

(6) 仿此, 但从语言方面考虑. 例如就汉语而言, 如果某个谓词可以称谓其自己则叫做自谓词, 否则叫做非自谓词. 例如, "中文的" 本身是中文, 故为自谓词, 而"外文的" 本身不是外文, 故它为非自谓词. 今问"非自谓的" 这个谓词是自谓的还是非自谓词. 如果它是自谓的, 足见它不能称谓其自己, 故应是非自谓的; 但如果它为非自谓的, 它又可以称谓其自己, 从而又为自谓的了. 无论如何, 我们陷于矛盾.

在日常生活上, "专跟不剃自己头发的人去剃头" 的理发师, 问他跟不跟自己剃头, 其结果亦陷于同样的矛盾.

(7) 设两人对弈, 依弈棋规则无论如何相弈必能在有限步内结束的(或胜或败或和) 叫做有限棋, 如至少有一种弈法使得不能在有限步内结束的叫做无限棋. 今有一种棋, 可叫做超棋, 其弈法是由开弈的人选择一种有限棋, 再由对方走所选的棋的第一步, 以后依次弈下去. 今问这种超棋是有限棋还是无限棋? 如果它是有限棋, 则开弈的人(甲方) 第一步可选一种有限棋, 他便选超棋, 再由对方(乙) 走该棋的第一步, 即选一种有限棋, 乙便选超棋, 再由甲走超棋的第一步, …… 如此每步都选"超棋", 永无止境, 显然照这

样的弈法超棋不能在有限步内结束,故超棋应是无限棋.如果超棋为无限期,则第一步不能选超棋,只能选别的有限棋,从而必能在有限步内结束,这样超棋又是有限棋了.无论如何我们陷于矛盾.

以上大体上都属于一类,下面的则是另一类,略有不同.

(8) 用十八个汉字所不能定义(命名)的最小的自然数.由于汉字只有有限个(不超过六万个),故由十八个汉字所组成的集合也只有有限个,其中可以定义(命名)的自然数更只有有限个,从而必有自然数不能用十八个汉字定义(命名),其中也一定有最小的.但这个最小的自然数恰恰可以用下列十八个汉字来定义(命名),那就是:"用十八个汉字所不能定义(命名)的最小的自然数".这便是矛盾.

(9) 用有限个汉字所不能定义(命名)的最小的序数.由于汉字为有限个,用有限个汉字所组成的序列只能是可数无穷多个,但序数不止可数无穷多,故必有序数不能用有限个汉字来定义(命名).以下的论证仿上项,总之得到矛盾.

(10) 用有限个汉字所不能定义的实数(无穷小数).我们把用有限个汉字所能定义的无穷小数组成一集合,记为 E.因有限个汉字所组成的序列的集合是可数无穷,故 E 的元素可排成第1个,第2个,第3个……等等.我们按照下法而定义一实数:取 E 中第 k 个小数的第 k 位加1(当该位非9时)或减1(当该位为9时),用它作为新小数的第 k 位.显然所得的新小数与 E 中任何小数都不相同,故它不在 E 中,从而不是"用有限个汉字所能定义的无穷小数",但上面我们已经用有限个汉字定义它了,这便是矛盾.

此外还有很多(可以说无穷多),我们再举一个.

(11):"A:A 是不能证明为真的".我们当然不能证明 A 为真(因为 A 的意思是"A 不能证明为真的",如果证明它为真,它便成假了,成假的东西当然不能证明);这样一来,A 便得到证明了(因为其意思是它不能证明).因此我们又陷于与上面类似的矛盾.这个悖论是弗来舍(M.Frechet) 首先提出的,以后哥德尔引入编码

法,明确地在形式系统内结出与"$A:A$ 是不能证明的"相应的一个公式从而获得很突出的结果,是数理逻辑发展史上的一个里程碑.这便是化腐草(悖论)为神奇的一个成果.

悖论出现这事的重要性由下列事实可以看出.1900 年在巴黎召开的国际数学会议上,庞加莱(H.Poincare)宣称:"数学的严格性到今天可以说已经达到了",因为利用集合论可以定义自然数与实数,从而建立极限论,为数学分析奠定了基础.但过了两年,一个年青人罗素写信给弗雷格,说他的概括原理导致矛盾(因而自然数与实数的构成便成了问题).这信使弗雷格大吃一惊,承认自己精心构作的结构从根本上崩溃了.狄德金闻讯后,把他的《什么是数》(其中讨论自然数与实数的构成)的再版推迟了.弗雷格后来甚至于放弃了他的从逻辑导出数学的说法,改而认为几何的直觉是不可少的,超出逻辑之外的.而罗素则直到 1908 年他找到解决悖论的类型论后,才把他的《数学原理》写出.1918 年希尔柏特提出有名的纲领,作为从事数学不矛盾性证明的根据.凡此种种,都表明悖论出现一事对数学影响之大之深.

为了消解悖论,我们先对它们作详细的分析,今以典型的(4)罗素悖论为例作出分析如下.在导出罗素悖论的过程中,有四个关键的步骤:1) $X \in X$ 从而 $\neg(X \in X)$ 为一个公式;2) 任给一个含 X 的公式 $A(X)$,恒可决定一个集合 a 使得 $\forall x(x \in a \leftrightarrow A(x))$(这叫做概括原理);3) 任何集合 a 与 x 属于同一类型,从而 a 是 x 的一个变值,可以代入 x 处;4) 如果导出 $B \leftrightarrow \neg B$(B 为公式),便得一个矛盾.显然罗素悖论便是沿着这四个步骤而导出矛盾的.为了消除矛盾,对这四个步骤至少要否认其中一个(当然也可否认多个).事实上,四个步骤都有人尝试否认过.

与其否认第一步骤(否认某某式子之为公式),不如承认它为公式而不能决定一集合(即否认第二步骤),因此绝大部分的人都从否认第二步骤着眼.只有罗素本人由于引入了类型论,肯定"$x \in y$"一式必须 y 比 x 高一级才有意义,因而否认 $x \in x$ 为公

式.但是后来的人,如奎因,在罗素说法的基础上,只根据"成套的"(Stratified)标准来确定一集合,"不成套"时仍为公式,这样修改后,比之罗素的类型论方便得多.不过,从哲学观点看来,利用类型论来判定是否公式,比之利用类型论来判定是否确定一集合,前者要合理得多,更有说服力,所以类型论的说法(否认第一步骤)仍然始终有人遵从.罗素的是分支类型论,后人又改进为简单类型论.

否认第二步骤的人提出并非每一个公式 $A(x)$ 均能确定一个集合.依朴素的观点看来,把满足某公式 $A(x)$ 的所有 x 均聚汇起来,用它们作成一个集合,这是非常自然非常合理的,所以未发现悖论以前,第二步骤即概括原理被认为是天经地义不容怀疑的.如果否认概括原理或对它稍作限制或稍作修改,反是不够自然,近似于矫揉造作的了.但从悖论的出现看来,概括原理必须修改.即使主张保留概括原理而修改第一步骤的人,事实上也是承认并非每个(通常人们所承认的)公式都确定一集合,仍然不能主张原样的(用原来公式的)概括原理.由于修改概括原理最方便,因而主张的人也最多,迄今已提出过多种修改(或限制)的方案.今择要介绍几种如下.

第一,理查德(J.Richard)主张被概括的公式必须是"直谓的"(Predicative),很快便得到庞加莱的赞同.但"直谓的"是什么意思,却没有给出明确的定义.罗素也赞同这个主张,把"直谓的"明确为:不用含有一元素的全体来定义该元素,从而演化成他的有名的类型论(见下).但理查德与庞加莱所说的"直谓的"这个概念,以后一直没有人加以明确过.其实,用全体以定义其中一元素,是日常生活上以及数学上经常使用的,例如"这班学生中成绩最好的","某集合的最小上确界"等等,不允许这样地定义这些元素,无疑使日常生活以及数学丧失了许多有用的结果.

第二,贝曼(H.Behmann):主张,在定义中应能够把被定义者(definiendum)用定义者(definiens)来代替.他认为坚持这个主张

后,导致悖论的那些定义将是不合法的,从而悖论得以避免.其实这个主张只适用于显式定义.在数学中我们经常使用隐定义(亦即摹状式).我们先证明有一个也只有一个 y 满足 $A(x,y)$,于是引入一函数 $f(x)$ 它满足 $A(x,f(x))$.这个 $f(x)$ 显然不能用"定义者"来代替,因为这时根本没有谁可作为定义者.当然,有时可证已知的项 $f(x)$ 能满足 $A(x,f(x))$,但这只是偶然的例外,经常情况是:用各种方法(包括反证法)证明有一个也只有一个 y 满足 $A(x,y)$,从而引入新符号 $f(x)$.一般说来,隐定义所引进的 $f(x)$ 是不能利用已知项来显定义的.所以贝曼的主张很难采用.

第三,奎因(W.V.Quine)的 NF.他基本上采用罗素的类型论而加以改变.把一切公式均改用 $\in$ 表示(谓词的作用也用 $\in$ 表示).凡遇 $x \in y$ 形的子公式时,对 x,y 给以足码,而 y 的足码永比 x 的足码多 1.凡能够按这规律而对全部变元(及子项)给以足码的,该公式叫做成套的(Stratified),否则叫做不成套的.奎因规定:凡成套的公式必能确定一集合,用这规定代替原来的概括原理.凡依罗素的类型论而构成的公式都是成套的.不成套时仍为公式,只是不能确定集合罢了.这样奎因的说法便比罗素的说法更方便些.

第四,蔡梅罗主张(还经过后人的改进):并非任何公式都确定一集合,只是任何公式都可从一已知集合中分出一个子集.亦即,任给一个公式 $A(x)$,都可以从一个已知集合 B 中分出一个子集 C,使得:$\forall x(x \in C \leftrightarrow x \in B \wedge A(x))$.从形式上,亦可以说,并非每个公式 $A(x)$ 均确定一集合,但 $x \in B \wedge A(x)$ 形的公式则必确定一个集合.由于只是添加一个很简单的公式 $x \in B$,便使得 $x \in B \wedge A(x)$ 能确定一个集合,因此这种修正的概括原理(它叫做分出原理)远较罗素的类型论为方便,也远较奎因的成套论为方便.现在研究公理集合论的人都使用分出原理以代替(原形的)概括原理.这系统叫做 ZF 系统.

修正第二步骤(概括原理)的方法还曾提出多种,我们不再介绍.

否认第三步骤的基本上有两种说法.其一是类型论的说法,他们认为,以 x 为元素所组成的集合比元素高一级,故所组成的集合不能代入到代表元素的变元 x 处去.显然,类型论不但否认第一步而且亦否认第三步.奎因的NF基本上采用类型论的分级(用以填写足码),但并不承认集合较其元素更高一级,所以NF是承认第三步的.另一种否认第三步骤的是贝尔纳斯(P.Bernays)与哥德尔的集合论系统,通常记为BG系统.在BG系统中,任何公式 $A(x)$ 均可确定一类(即采用原样的概括原理),但一般说来,类不能作为别类的元素(即不能用类以作成新类),只有其中一部分(叫做集合)的才能作为别的类的元素,亦即只有集合才可代入作为元素的变元 x.用以区别集合与类的标准恰巧是:凡ZF系统承认其为集合的在BG系统中承认其为集合,凡ZF系统认为不能概括成集合的,在BG系统中则认为可概括而成类.因此,ZF与BG的差异,仅在于BG系统中增加了不是集合的类(叫做真类),使得在一些地方更为方便了.

否认第四步骤的那便是认为 $B\leftrightarrow\neg B$ 并不是矛盾而可以容许.持这种观点的人必须将命题演算改造,一般采用多值命题逻辑.苏联的鲍契瓦尔(D.A.Bochvar)曾引进三值逻辑 T(真)F(假)与 S(无意义).他区分命题(Proposition)与述说(enunciation),命题只有真假两值,而述说可有真、假、无意义三值.凡引起矛盾的是取得 S 值的述说,从而可被容许.鲍氏不知道,在他的三值系统中可以构作出所有的命题联结词(三值的).本文作者已证明了,凡可以作出所有命题联结词的多值命题逻辑,如使用原形的概括原理必然仍导致矛盾.因此鲍氏的三值逻辑并不能挽救原形的概括原理.此外使用多值逻辑以挽救概括原理的尚不多见,也就不必细论.只是值得指出一点,直觉主义逻辑有其自己的哲学,所以他们对集合的处理以及对命题联结词、对量词的理解都跟古典逻辑迥然不同,他们解决悖论的方法是完全另一套的.至于很多人认为,直觉主义逻辑所以拒绝排中律,为的是解决悖论,拒绝排中律后,悖论也就

可以消除了.这是一种误解.如果直觉主义依然使用原形的概括原理,依然导出 $B \leftrightarrow \neg B$ 一式,那末依直觉主义逻辑仍可得 $\neg B \wedge \neg\neg B$,这依然是矛盾,不能容许.可见,直觉主义所做的,是对集合论作彻底改造,彻底更改概括原理的,并非只修改逻辑演算而保留原形的概括原理的.

由以上所论,可以看见悖论的巨大影响,它不但当时震动了整个数学界、数理逻辑界,而且解决悖论的方法有多种多样,这些各种方法的提出与讨论,便推动了数理逻辑乃至于整个数学的进展.

(作者:莫绍揆)

参考文献

[1] C. Burali - Forti, Una questione sui numeci tiaustini, Rendiconti di Palesmo, vol 11(1897)154 ~ 164.

[2] G. Cantor, Gesammelte Abhandlungen mathematischan und philosophischen lnhalts, ed. by E. Zermelo. Berlin, 1932.
(最有关的部分是 1868 ~ 1899 年间的).

[3] B. Russell, Mathematical logic as based on the theory of types. American Journal of Mathematics Vol 30 (1908).222 ~ 262.

[4] E. Zermelo, Untersuchungen über die Grundlagen des Meugenlehre, Mathematische Annalen Vol 65 (1908) 261 ~ 281.

[5] A. A. Fraenkel and Y. Bar - hill, Foundations of set theory, Amsterdam, 1959.

[6] Moh, Shawkwe, Logical paradoxes for many - valued systems, Journal of Symbolic Logic, Vol 19 (1954) 37 ~ 40.

五　归纳逻辑

人们对事物的认识过程,一般说来,先是由个别到一般,再由一般到个别.前者为归纳,后者为演绎.这已为认识的发生史所阐明;即归纳在前,演绎在后.但说来奇怪,从科学的发展史来说,演绎科学在前,而归纳科学在后.今天演绎逻辑已非常成熟,而归纳逻辑却仍然问题不少,困难重重.甚至主张研究狭义逻辑的人,否认包括归纳逻辑.但对于广义的逻辑,归纳逻辑是其中不可或缺的部分.归纳逻辑是归纳推理和归纳方法构成的逻辑系统.

亚里士多德在《工具论》中并未用“逻辑”一词,他称这门学问为“分析学”,是指做学问的人必须先学的一种学问.另一层意思是方法论,是指求“学问的技术”.无论从哪一层意思说,都具有工具的性质.逻辑和方法、演绎和归纳,都包括在“工具”的范围之内.

1　归纳逻辑简史

亚里士多德是逻辑学的奠基人,被称为“逻辑之父”.他建立了以三段论为系统的演绎逻辑理论.第一格四个式相当于公理,其他各式可以演绎出来,他还指出由 *AAA* 和 *EAE* 两式便可以推出一切其余的三段论式,进一步简化了三段论的公理.这是他对逻辑的卓越贡献.但并不止于此,他也研究了归纳推理、归纳方法,特别对归纳的重要性有充分的认识,肯定了归纳和演绎在认识中具有同等的重要性.他说:“因为我们的一切信念要么是通过三段论,要么是从归纳中形成的”.[①]如果要形成一个信念,明确一个思想,总是要

---

① 亚里士多德全集,第1卷,中国人民大学出版社,1990:234.

从前提出发，推出一个结论．这过程不管你采取什么推理形式，都是不能离开三段论推理或者归纳推理．从证明来说，不能离开演绎证明或者归纳证明；从方法来说，不能离开演绎方法或者归纳方法．亚里士多德是把演绎和归纳并重的．不能不说后来形成的演绎主义是十分片面的．

亚里士多德用“归纳”一词常和推理和论证联在一起，但有时则泛指归纳方法．

什么是归纳推理呢？

“归纳或归纳推理，就是通过另一个端项确立一个端项与中项的联系；例如 B 是 A 和 C 的中项，通过 C 证明 A 属于 B，我们就是这样进行归纳证明的．”[①]亚里士多德探讨了归纳推理，他举出：

A 表示“长寿的”，

B 表示“无胆汁的东西”，

C 表示“长寿的个体”，列出如下推理形式：

C 是 A：人、马、骡是长寿的，

C 是 B：人、马、骡是无胆汁的东西，

所以一切 B 是 A：所以一切无胆汁的东西是长寿的．

这是一个不正确的三段论第三格，因为结论中的 B 周延了，而 B 在前提中是不周延的．但是却符合不完全归纳推理的特点，即由一部分含有的性质推出全体皆具有这个性质．很清楚，亚里士多德没有把这个推理看作归纳证明．为要进行归纳证明，他在上述推理上加了一个条件：“如果 C 与 B 换位，即如果中项在广延上并不更宽，则 A 必定属于 B．”[②]这就是 C 与 B 外延要相等，可以相互换位，即 C 是 B，同时 B 是 C．没有这个条件，就不能进行归纳证明．用亚里士多德的另一句话说：“我们把 C 理解作一切特殊事例

① 亚里士多德全集，第 1 卷，中国人民大学出版社，1990：234．

② 同上．

的总和;归纳就是通过它们进行的."[1].这是完全归纳的要求,可以作证明.他研究了不完全归纳和完全归纳二种推理.

亚里士多德说:"归纳是从个别到一般的过程.例如,假如技术娴熟的舵工是最有能力的舵工,技术娴熟的战车驭手是最有能力的驭手,那么一般地说,技术娴熟的人就是在某一特定方面最有能力的人."[2]这里的归纳是引导人们通过一些个别事例或特殊事例的知识,概括出一般命题,他用"一般地说"来联系被概括材料和概括结论,比"所以"的要求弱,也就离推理更远一些.

有的学者认为亚里士多德是把归纳附属于三段论推理,说他的归纳只是三段论的复形.否定他对归纳逻辑的贡献.这种"附属说"是不能成立的.因为亚里士多德明确指出归纳是从个别到一般的过渡,演绎是从一般性前提出发.两者是截然不同的.亚里士多德讨论归纳是常和三段论联系的,但他的本意不是把归纳附属于三段论,而是指出归纳和三段论的相同和相异之处.他研究三段论是有成就的,他提出归纳推理、归纳法.另外,他在讨论归纳时常以比较成熟的三段论为摹本,这是不奇怪的.更重要的是他明确指出:"在一种意义上归纳与三段论相对立,因为后者通过中词证明大项属于第三个词项,而前者通过第三个词项证明大项属于中项."[3]这里指出三段论最根本的逻辑性质,就是中项作为媒概念,使大项属于小项;而归纳是通过小项证明大项属于中项.因此,归纳推理关键是如何建立中项,而使大项属于中项."中词存在时,三段论是通过中词进行的;中词不存在时,它是通过归纳进行的."[4]亚里士多德说明了归纳推理与三段论推理的区别在于中词.归纳推理是独立于三段论的,不是"附属"于它的.

---

① 亚里士多德全集,第1卷,中国人民大学出版社,1990:234.

② 亚里士多德全集,第1卷,中国人民大学出版社,1990:366.

③ 亚里士多德全集,第1卷,中国人民大学出版社,1990:235.

④ 亚里士多德全集,第1卷,中国人民大学出版社,1990:235.

由上可见,亚里士多德研究三段论,同时研究了归纳法、归纳推理,他以三段论为摹本,分析归纳推理的形式结构,同样存在大词、中词和小词,而两者的区别在于中词.这是归纳在逻辑史上的一个早期发展阶段.

到了近代,由于资本主义的产生和发展,自然科学突飞猛进,特别是实验方法的应用,以三段论为中心的演绎逻辑不敷应用,直接导致了以培根为杰出代表的归纳逻辑的兴起.弗朗西斯·培根(1561~1626年)是"英国唯物主义和整个现代实验科学的真正始祖"[①],是归纳逻辑的奠基人.他写《新工具》和亚里士多德的《工具论》相对垒.亚里士多德多研究演绎三段论、逻辑证明,培根主要研究归纳,重科学发现,提出了消除归纳法.

培根批判了旧的演绎逻辑,求胜而不求真,即只求在争论中战胜对方,而不求在实践中征服自然.三段论所据以进行的大前提是不能用三段论证明的,三段论的中词也无法用三段论证明,如果三段论的概念是混乱的,整个三段论是不牢固的.培根在《新工具》第二卷里提出的科学归纳法,就是消除归纳法.培根批评早期的简单枚举归纳的弊病,认为根据简单列举手边的事实来作决定,其结论是不稳固的,只要碰到一个与之相矛盾的例证,便会发生危险.培根问道:谁能根据只看到一面的特殊事物就断言,另一面没有出现的事物就不存在呢? 这种"归纳法是不当的,它是以简单的枚举来推断科学的原则,而不是照它所当做的那样使用排除法和性质分解法(或分离法)."[②]

培根要建立的科学归纳法,其基本程序:第一步是广泛的收集材料,第二步使用三表法——通过例证列表,对感性材料进行整理,首先把那些实物虽极差异,但却具有某种同一性质的例证列为一表,称之谓"本质和具有表",即"肯定表".其次依据关于当给定

---

① 马克思恩格斯全集,第2卷,第163页.

② 培根.新工具,商务印书馆,1984:45.

性质存在时,形式也存在,当给定性质不存在时,形式也不存在的原理,把与上表所列物体相近但都缺乏这种性质的例证列为一表,称之为“接近中的缺乏表”,即“否定表”.最后,把所研究的性质出现的各种不同程度加以列表,即把同一物体或不同物体中该性质的增减加以比较,称之为“程度表”,也称“比较表”.第三步排除法——通过概括与排除,淘汰非本质的规定.排除法就是把不相干的偶然性质排斥掉.培根认为这一步才是真正的“归纳本身便开始工作”了,它是归纳逻辑中最有价值的部分.“……真能得用的归纳法,必须以正当的排拒法和排除法来分析自然,有了足够数量的反面事例,然后再得出根据正面事例的结论.[①]培根指出,要发现事物的形式——性质的统一性、规定性、规律和规则等,就是要在对“三表”整理的例证,作综合的观察、分析、比较的基础上,对在给定性质存在的例证中,它却不存在,而在给定的性质不存在的例证中,它却存在;或者在这些性质中,给定的性质减少,它却增加,或给定的性质增加,它却减少,这些就是与形式不相干的、非本质的偶然因素,应该加以剔除.这里要遵循的规则就是:一个事物的形式,必须在该事物的每一个例证和一切例证中都可以找到,并且不能有任何相反的矛盾例证存在.因为由单称前提得出了普遍结论,所以称为归纳;因为从收集的富于变化的观察事例中,经过正反面的整理、分析、比较,增加了排除不相干的性质的过程,这是不同于简单枚举的消除归纳法.培根自己称之为科学归纳法.

约翰·斯图亚特·穆勒(1806~1873年)是英国19世纪著名的逻辑学家,他继承了培根的归纳法思想,总结了前人在归纳方面的成果,在归纳逻辑上作出了自己的贡献.在培根以后的大约200多年时间里,有不少科学家对归纳有许多阐述,但并没有能抽象出逻辑的框架,总结出归纳推理的形式.以致归纳的内容仍然只停留在完全归纳法和简单枚举法上.穆勒认为完全归纳法算不上真正的

---

① 培根.新工具,商务印书馆,1984:82.

归纳推理,因为从前提到结论只是一个机械的综述,只有字面的复核,没有推理的过程,也不能增加新的知识.他认为以前的归纳法是缺乏坚实根据的推理,遇到因果性很快会自动消逝,而让出它的地位.

穆勒提出逻辑是探求真理的学问,应当研究由已知的真理达到未知的真理,从前提推出的结论不能是原有知识的重复,而应当包含更多的新知识.他给予归纳逻辑的定义是发现和证明一般性命题;他强调归纳逻辑是一种获得新知识的方法.

从亚里士多德提出归纳,经过了2000多年的探索,到了穆勒,形成了传统的归纳逻辑.亚里士多德研究归纳是以三段论为摹本,希望建立归纳证明.培根反对以三段论为中心的演绎逻辑,倡导科学发现的逻辑,在他心目中仍然要建立类似三段论的格式,培根说:"我所建议的关于科学发现的途径,殊少有赖于智慧的锐度和强度,却倒是把一切智慧和理解力都置于几乎同一水平上的.比如要画一条直线或一个正圆形,若是只用自己的手去做,那就大有赖于手的坚稳和熟练,而如果借助于尺和规去做,则手的关系就很小或甚至没有了".[①]他的三表法、排除法,离建立归纳的"尺"和"规"相去甚远.穆勒把归纳逻辑的主要问题同样理解为按照演绎推理的三段论格式建立归纳推理的格式和规则,一心把或然推理变成完全证明的推理,造成了不可克服的困难.这就启发后人必须寻找新的方向,探讨新的途径,这就是现代归纳和概率论的结合.

现代归纳逻辑的发展,开辟了归纳和概率相结合的广阔前景.但是传统归纳逻辑的运用在科学研究和日常的生活中仍然起着重要的作用,仍然不失为思维中的重要工具,正像微积分的研究并不能代替其他数学分支的应用.获得诺贝尔奖金的物理学家杨振宁不止一次地强调归纳法的重要,他说:"泰勒所注意的是倒过来的方法.他要从物理的现象引导出数学的表示.换句话说,他着重的

① 培根.新工具,商务印书馆,1984:33.

是归纳法.我跟他接触多了后,渐渐了解到他的思考方法的好处.因为归纳法的起点是物理现象.从这个方向出发,不易陷入形式化的泥坑.……我很高兴的是,今天中国物理学教学的体制正在更改.我想多增加一些不绝对严密的、注重归纳法的课程,对于学生会有很多的好处".①杨振宁教授提倡归纳,我认为主要是指传统的归纳逻辑,他指出归纳的重要,又看到了归纳不绝对严密.这是十分精辟而深邃的思想,值得重视.也正是在下面我们要介绍传统的归纳逻辑的原因.

2 归纳逻辑基本内容

归纳是建立在观察和实验之上的.科学技术发展到今天,观察已不是单纯的用眼、耳、鼻、舌、身进行,可以用延伸了这些感官的各种检测工具、科学仪器等收集材料,发射卫星可以获得天文、地矿等许多信息,潜艇深入海底可以观察深海的情况,在广度和深度方面大大扩充了观察的领域.观察与一般的感觉知觉不同,它是一种有目的的认识活动.由于观察是人们对自然事物、现象进行的,在时间和空间上就不能不带有很大的局限性和被动性.实验法发展了人们认识的主动性,可克服单纯观察的局限性和被动性.它比观察有更多的优点:可以分解自然现象,易于揭示现象之间的因果联系;可以人为地创造一些条件,发现事物的性质和规律;实验的可重复性使新的发现可以得到检验,大大扩充了各方面的观察的数据,也是检验科学发现正确性的条件.

不是绝对严密的归纳法、归纳推理,一旦和观察、科学实验相结合,就发挥着巨大的威力.

作为扩充知识、科学发现的归纳逻辑是人们认识从个别到一般、从特殊到普遍、从经验事实到事物内在规律性的飞跃过程的推

① 杨振宁.读书教学四十年,香港:三联书店 1985.

理和方法.即从某种个别情况或某些特殊情况下知道其为真的东西,推论到在所有相似情况下,也都是真实的东西.从个别事物具有某属性是真的,推论出该类所有事物具有某属性为真;或在一定时间内是真的,得出所有时间中都是真的.从已知真理推出未知的真理,故培根说它是发现和证明一般性命题,是一种获得新知识的逻辑方法.归纳逻辑的特点,一般来说:

(1)它是依据过去而推断未来;依据个别、特殊而推断一般、普遍;依据已观察到的事件而推断尚未观察到的事件.因而归纳逻辑一个明显的特点就是其结论所包含的内容超出了前提所包含的内容.所以,归纳逻辑所反映的是人们扩大知识、增加新知识的思维过程.

(2)归纳逻辑的推理过程的合理性,以及前提和结论的正确性,不可能从命题之间的形式蕴涵关系的有效性来判定.其推理过程,必须与科学假设和科学实验、社会实践保持密切的联系,以不断检验其推得结论的真实性,也要利用演绎方法相互补充,相互校正.

(3)归纳逻辑的思维过程,即从经验事实和已有的背景知识出发,循着已知的前提推出结论,没有演绎那种严密有效性和结论的必然性,但在探求事物的本质和规律上,有相对的可靠性与或然性,与臆测、猜想是完全不同的.

基于这些特点,归纳逻辑可以区分为枚举归纳推理、消去归纳推理.

2.1 枚举归纳推理

已知某类中许多事物都具有(或都不具有)某属性,而又没有发现相反的事例,我们就作出结论:某类事物都具有(或都不具有)某属性.这就是简单枚举归纳推理,其格式如下:

S_1 是(不是) P

S_2 是(不是) P

S_3 是(不是)P

……

$S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ 是 S 类的部分对象(或 $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ 不是 S 类的对象)

所以,所有 S 都是 P (所以,所有 S 都不是 P)

枚举归纳是最简单、最基本的形式,它从简单的某些事例直接过渡到一般命题.枚举归纳的结论虽然是不可靠的,但在人们日常生活中,非常有用,"础润而雨"、"瑞雪兆丰年"、"燕子低飞,大雨临头"等指导着农事活动.它对于科学探索、提出假设、构筑预想,大胆地探索客观事物规律,还是十分有意义的.

枚举归纳中枚举的事例愈多,其结论就愈可靠,结论的性质依靠前提数量.事实上我们不可能穷尽枚举所有个体,因为个体数很多,有的甚至是无限的,这个要求,就很难做到."所有的天鹅是白的",可以说归纳了无数的个体,但遇到一个黑天鹅,就使结论为假.但另一方面,枚举归纳有时又不一定依靠前提的数量,比如张三有死、李四有死等,就可以得出凡人皆有死.显然结论的性质并不依靠前提的多少.这里,穆勒提出了归纳的一个尖锐问题,即为什么在某些情况下,单一的例子对一个完全归纳就已经足够了,而在其他情况下,同时有极大数量的事例出现,且没有一个已知的或据测的例外,对建立一个普遍命题却进展不大?因此枚举归纳推理存在枚举什么,枚举多少的问题.

2.2 消去归纳——穆勒五法

消去归纳是在枚举归纳基础上发展起来的,要克服枚举归纳的不足.消去归纳法是在一定的背景知识和经验条件下,包含对反例寻求检验的方法,这过程可以淘汰那些不正确的概括,排除不相干的偶然因素,留下可靠的稳定的属性,使从前提推出的结论,达到最大的可靠性.

亚里士多德说,真正的知识就是认识事物的原因,认识原因,

才能发现真理. 穆勒认为科学方法的主要任务在于找出事物之间的因果联系. 建立科学归纳法,就是判明因果联系的方法. 他把自培根以来提出的求因果的方法加以系统的说明,构成归纳法中有名的穆勒五法. 穆勒描述了每种方法的特征,把它们表述为求因果的"准则"或规则. 这些方法排除不相干的偶然因素,属消除归纳的范围,现分别介绍于后:

2.2.1 求同法

事例	先行情况	现象
1	*ABEF*	*abs*
2	*ACD*	*acd*
3	*ABCF*	*afd*

所以　A 是 a 的原因

求同法规则:如果研究的现象出现在两个或更多的场合,其中只有一种共同的情况,那么所有这些场合都具有的这一共同情况,便是所研究现象的原因或结果.

这个方法主要是通过不同场合的比较,消去不同点,找出它们之间的相同情况,即每个事例有一共同的现象(a)有一个共同的先行情况(A),其他都有所不同,那么 A 可以说是 a 的原因,而 a 是 A 的结果. 例如:在露水里,在瀑布飞溅的水星中,在船浆打起的浪花中,在夏天雷雨后的天空中,都可以看到虹的色彩. 经仔细分析各个不同事例后,发现有一个情况是共同的,就是凡有虹出现时,就有阳光穿过弥漫在空中的小水珠这一先行情况. 由此可以得出结论:阳光穿过弥漫在空中的小水珠是产生虹的原因,而虹是阳光穿过弥漫在空中的小水珠的结果. 例如:金、银、铜、铁等金属加热(A)后变成液体(a),因此可以肯定热(A)是使金属溶化(a)的原因.

这种方法,所搜集的事例至少须在两种以上,愈多愈好. 因为事例太少不便分析比较,甚至难以分辨什么是共同情况,什么不是

共同的情况.反之,事例多,就愈可看出它的共同情况.

求同法应注意:

(*a*)各种现象可能是偶然联在一起,不存在因果关系.例如闪电与雷鸣前后相继,但不能说闪电是雷鸣的原因;白昼之后,有黑夜,但二者无因果关系.因此要防止以先后为因果的错误.

(*b*)有时被研究现象 a 出现的各个不同的场合中,相同的情况可能不止一个 A,比如说 A 之外,还有 A_1,这就要根据已有的知识排除不相关的相同情况,而保留有关的相同情况.我们不能把不相关的相同情况作为原因,也不能把和研究现象有关的相同情况忽略掉.例如,雪和棉花都有保温作用,它们的相同点就不止一个,除了疏松多孔含有空气之外,它们还都是白色的.显然,疏松多孔含有空气能保温,白色就不是保温的原因.

(*c*)客观世界存在复杂的因果关系,一个结果可能由两个以上的原因共同产生,求同法只求唯一的原因,显然过于简单化.比如一个人吃了两种食物之后中毒.他中毒的原因,可能是其中一种食物造成,也可能是两种食物分别造成,也可能两种食物混合造成.单靠求同法就解决不了.

(*d*)一个结果可能是许多原因分别产生.如热可能由摩擦、燃烧、电力、太阳等产生.即 a 现象的原因,可能是 B、C、D 或 E,而不必来自共同的 A.这种情况,单靠求同法亦不容易辨别.

2.2.2 差异法

事例	先行情况	现象
1	ABC	abc
2	$-BC$	$-bc$

所以, A 是 a 的一个必不可少的原因

差异法规则:假定一个场合中发生了所研究的现象,而另一个场合中不发生所研究的现象.这两个场合中只有一点不同,这一点是前者所有,而后者没有.这个唯一不同之点,就是这个现象的结

果或原因,或其原因必不可少的部分.

这个方法的实质:在前项中排除不掉的现象就是被研究现象的原因.

第1个事例叫做正面场合,先行情况 A 出现,所研究的现象 a 也出现.第2个事例叫做反面场合,先行情况中 A 不出现,所研究的现象 a 也不出现.故知 A 与 a 有因果关系.例如两个农业生产小组,一个小组使用了化肥,使粮食增产,另一个生产小组没有使用化肥,结果粮食没有增产.于是可以断定施化肥是粮食增产的原因.

差异法主要来自科学实验,在科学实验中,它有着广泛的应用.很多科学原理,如"氧气能助燃"、"空气能传声"等,就是用差异法得到的.

应用差异法,不必多举例子,只要能举出两个恰当的差异事例,就可以获得结果.不过,应用差异法要注意:

(a)差异法的根据是二事例中的唯一差异点.如果在被研究的现象 a 出现的场合和不出现的场合,除了情况 A 不同之外,还有其他的不同情况,比如说 A,未被发现,那么得出的结论就不一定是正确的.可能这个没有被发现的不同情况 A,是被研究的现象的真正原因.

(b)差异法所获得的结果,可能只是部分的因果关系,而非全部的因果关系.比如:ABC 产生 abc,如只有 BC,则不产生 a,但我们很难断定 A 是 a 的唯一原因,因为很可能 AB 共同产生 a,例如,将昆虫放在氧气瓶中,加入碳气则死,不加入碳气,则不会死.但我们若将虫死的原因归诸碳气,便犯了错误.因为碳气本身无毒,不会害死昆虫.真正杀死昆虫的,是一氧化碳.

2.2.3 同异并用法

先看下表

事例	先行情况	现象
1	*ABC*	*abc*
2	*ADE*	*ade*
3	*AFG*	*afg*
1′	*FMN*	*fmn*
2′	*DOP*	*dop*
3′	*FQR*	*fqr*

所以，　A 与 a 之间有因果关系

同异并用法规则：如果两组事例，其中只能找到一组事例有一个共同现象，而在另一组事例中无此现象产生，那么这两组事例成为对比的唯一不同情况，就是所要研究的结果或原因，至少也是它的原因中必不可少的一部分.

这个方法实质上是两次运用求同法，然后在两组求同法之间运用差异法. 所以称为同异并用法. 同异并用法和求同法不同. 因为在求同法中没有反面场合，但在同异并用法中都有. 同异并用法和差异法也不同. 因为差异法的正面与反面场合，除有一点不同，其余情况完全相同. 但同异并用法的正面与反面场合，并不都满足这个要求.

例如各种豆类植物都有根瘤，都能使土壤增加氮肥；接着考察非豆类植物都没有根瘤，都不能使土壤增加氮肥. 然后在这前两个求同法之后用差异法，就能得结论：豆类植物所以能使土壤增加氮肥的原因是由于根瘤作用. 又如：铜币与羽毛，按万有引力定律，一切物体均以同样的速度下落，然而羽毛比铜币落地晚. 于是人们假设羽毛落地晚是因为空气的阻力，并且在实验室里多次试验，证明有空气时，它们落地的速度不同. 这里应用了求同法. 然后，把管内的空气抽去，而羽毛和铜币以同样的速度降落，反覆实验，结果不变. 最后，将这结果和上次的结果借同异并用法比较，可以得出结论说：空气的阻力是羽毛和铜币落下时速度不同的原因. 同异并用法是，如果在被研究现象出现的一组场合（正面场合）中，只有一个

共同情况;在被研究现象不出现的另一组场合(反面场合)中,都没有这个情况,那么,这个情况是被研究现象的原因.

2.2.4　共变法

事例	先行情况	现象
1	A^+BC	a^+bc
2	$A^\circ BC$	$a^\circ bc$
3	A^-BC	a^-bc

所以,　A 和 a 是因果关系

共变法规则:凡是一种现象,无论何时只要某一个别的现象发生某种特殊变化,它即随之而发生一定的变化,则前一现象便是后一现象的原因或结果,或者必定有某种因果联系.共变法是当被考察的现象在两个或两个以上的场合中不能消除,而它们之间存在量的变化时才应用.

例如潮汐的涨落随着月球的运行变化,可知月球和潮汐有因果关系.又如物理学中的物体遇热膨胀规律,就是应用共变法得来的.对于一个物体加热,在其他条件不变的情况下,当物体的温度不断升高时,物体的体积就不断膨胀.由此便得出结论:物体受热与其体积膨胀有因果联系.

有些现象无法消除或者不容易消除时,不能应用差异法,甚至也不能用求同法,这时可用共变法使那些不能消除或不容易消除的现象发生数量上的变化,从而判明它们之间的因果关系.共变法从现象变化的数量或程度来判明因果联系,应用共变法的现象是可以度量的,并可以得出一个函数关系,因而有较大的可靠性.

应用共变法时,只能有一个现象变化而另一个现象随之而变化,其他的现象应保持不变.如果还有其他现象在发生变化,那么应用共变法就会得出错误的结论.

另外,如果两个现象有共变关系,常常保持在一定限度内,超过这个限度,它们的共变关系就会消失,或者发生一种相反的共变

关系.例如多吃营养食物可以增进健康,但是如果超过了一定限度,不但不会增进健康,反而会引起疾病.

2.2.5 剩余法

事例	先行情况	现象
1	ABC	abc
2	B	b
3	C	c

所以 A 是 a 的原因

剩余法规则:从某一复合现象减去已知其为某些前项的结果的部分,剩下来的便是其余先前事项的结果.这个方法的实质也还是差异法,穆勒称它是差异法的特殊变形.

已知 ABC 复合情况和 abc 现象之间有因果联系,并且知道 B 和 C 先行情况的结果为 b 和 c,则 A 的结果为 a.例如居里夫人从沥青铀矿样品中发现它的放射性比纯铀为大,说明除了铀之外,还有别的新的放射性原素,经过艰苦的工作,她终于发现了镭,1911年因而获得诺贝尔化学奖.这是应用了剩余法.

用剩余法判明因果联系就像算术中运用减法一样,从复杂的现象中减去一部分原因而得到另一部分原因.因此,它具有一定程度的可靠性.但运用剩余法时应注意以下两点:第一,必须确认复杂现象的一部分(b,c)是某些原因(B,C)引起的,而且剩余部分 a 不可能由它们引起,否则,其结论就不正确.第二,剩余部分 a 可能是由复合原因引起的.倘若如此,就应作进一步探索.

上述五种判明因果关系的方法,在具体的实验中,往往互相补充,交互使用,以提高结论的可靠性.

3 类比推理

3.1 属性类比

我们观察到两个或两类事物在许多属性上都相同,便推出它们在其他属性上也相同.这就是类比推理.

用 A 与 B 分别代表两个或两类不同的事物,用 $a_1, a_2, \cdots, a_n$, b,分别代表几个不同的属性.类比推理可用下面图式表示:

A 与 B 都有属性 $a_1, a_2, \cdots, a_n$,

A 有属性 b

所以,B 也有属性 b.

类比推理在人类认识史上起着重要作用.在古代德谟克里特(Demokrit)、伊壁鸠鲁(Epikuru)根据原子运动与空气中尘埃运动相类比,提出了朴素的原子论.近代卢瑟福(Rutherford, E. L.)正是将微小的原子结构和巨大的太阳系作类比,提出了著名的行星原子模型的假设.类比推理启迪人类的智慧,导致了科学上的许多发现.康德说:"每当理智缺乏可靠论证的思路时,类比这个方法往往能指引我们前进."[①]今天科学技术的发展,给类比推理的应用,提供了广阔的领域.

类比推理是一种从个别到个别、从特殊到特殊、从一般到一般的推理形式.它既不同于演绎,又不同于归纳,但在逻辑学中,类比推理常作为归纳的一部分,因为它和归纳推理一样,前提和结论之间的联系是或然的,在认识的过程中也不属于由一般到个别的演绎范围.

类比推理的可靠程度决定于两个或两类事物的相同属性(如

---

① 康德.宇宙发展史概论,上海人民出版社,1972:147.

图式中 $a_1, a_2, \cdots, a_n$)与推出的那个属性(如图式中的 b)之间的相关程度.如果相同的属性与推出的属性之间的相关程度越高,那么类比推理的可靠性就越大.

类比推理无法保证相同属性与推出属性密切相关,因此结论的可靠程度是不高的.例如:地球和火星有许多相似点,科学家于是推论火星上,犹如地球一样,有人存在.然而就最近科学的报告,火星上虽然有大气层,但含氧气极少,这样就不可能有人存在.

3.2 关系类比

两个事物之间的属性类比,通常是可以包括性质类比和关系类比两种.现在我们就把上面的类比推理推广到两个事物的关系之上,成为关系类比.比如 A 与 B 之间的关系类似 x 与 y 之间的关系,并且知道 A 在其他方面同 B 有联系,则可推出:在 x 和 y 之间也有类似的联系.其图式可以是:

A 与 B 和 x 与 y 之间具有类似关系 R,

A 与 B 之间有关系 S

所以,X 与 Y 之间也有关系 S

比如地球和月球的关系类似土星及其卫星的关系,我们可以从地球和月球运行的轨迹来推知土星及其卫星的运行轨迹.

3.3 模拟类比

随着现代科学技术的发展,类比、模拟、模型等方法的研究,有了新的进展,从模拟类比的方法中研究模拟类比推理也就很自然了."把生命机体和机器作类比工作,可能是当代最伟大的贡献."[①]正是 N. 维纳(N. Wiener)在机器、生命体和社会这些性质极不相同的系统中,发现有着惊人的相似之处,许多公认为只属于生命体的有目的性动作的性质,在某些非生命体的自动控制系统中,

① 维纳.维纳写作选,上海译文出版社 1973:35.

同样存在,从而阐明了控制论的基本思想.仿生学的基本出发点是动物界有构造最复杂的机器和发展十分有价值的技术方法的无数典范,科学技术可以模拟有机体的生物功能.人们根据相似理论,不仅可以确定相似现象的基本性质、必要条件和充分条件,可以直接从某一现象推论到另一现象.还可以用模拟的方法,定质定量地设计模型,构造模型,从而把模拟的结果推广到被研究对象上去.在类比推理过程中,应用模拟的方法,大大地增加了类比推理结论的可靠性,这种类比推理就称为模拟类比推理.模拟类比推理是和模型的设计、模型的构造、模型的推广相联的.它从一个事物上的属性、关系、结构和功能,通过模型的研究,推广到另一对象上,使它同样具有类似的属性、关系、结构和功能.在这个过程中存在着一连串的模拟类比推理.

从原型结合主题思想的研究,设计或构造模型,这实际上还是一个假设,可说是假设的模拟类比推理,它的形式是:

(1) $S \in P_1^S, P_2^S, \cdots P_n^S, P_{n+1}^S$

(2) $M \in P_1^m, P_2^m, \cdots, P_n^m$

(3) $\underline{K_1^{ms}, K_2^{ms}, \cdots, K_n^{ms}}$

(4) $M \in P_{n+1}^i$

S 表示原型结合主题思想设计的事物,M 表示设计或构造的模型,$\in$ 表示属于关系,P_i^s 是 S 的特征、数据或值.P_i^m 是 M 的特征、数据或值,K_i^{ms} 是 S 和 M 的相似标准.

设计和构造模型一般不是机械地模仿原型,从鲸鱼游得快具有流线型体,按此设计和构造船舶可以提高航速.但是船舶要求载重,还要安装动力机和必要的设备,显然设计和构造船舶模型不能完全模仿鲸鱼.所以一般说来是功能模拟,而不是形状模拟.当然在某种形状有利于某种功能时,所作的形状模拟,也是功能模拟.因此对船舶模型的要求,既有鲸鱼流线型体,使它提高航速,又要满足船舶的特殊要求,使它能够载重.上述形式可以解释为:

(1)是根据原型和主题设计所要求确立的命题;

(2)是建立科学实验模型的命题;

(3)是构造模型所测定的标准,包括方程式、数据或值.一般要经过模型的实验不断矫正而获得;

(4)表示从(1)、(2)、(3)可以推出(4)这个结论,使模型 M 具有某种属性、关系、结构和功能的数值.

这种模拟类比推理是在模型设计或构造中产生,是和假设联系在一起,前提到结论的过程并不是必然的,要经过多次模型实验后,才能找到正确的模型.

模拟类比推理不仅存在于模型的设计和构造中,也存在于模型的推广中.在科学上,构造模型的历史是科学理论和科学实验相结合的历史,有的模型成功了,有的模型失败了,有的误差很大,有的误差极小.模型在流动、变化、更新之中,一些错误的模型被抛弃,一些不完善的模型被矫正,一些正确的模型被推广,一些新的模型被提出.

4 统计推理

在社会调查中,要了解居民的消费水平、收入水平,在工厂生产中要了解产品的质量情况,医院要知道某种疾病的死亡情况等等,要对全体进行逐个调查几乎是不可能的,有时也是不必要的.在这种情况下,就应用抽样调查,然后进行统计推理.

假如要了解某灯炮厂产品质量的情况,那么全厂的产品——灯炮,便是调查研究的对象,在统计学中叫总体.对生产出的许许多多灯炮一一加以检测,当然可以知道总体的质量情况,但这样的检测时间要很长,工作量也很大,因此可以采取从总体中抽取出部分产品加以检测,然后推知全部产品的质量情况.这一部分被抽取检测的产品,在统计学上就叫做样本.从总体中选出样本的方法,可以是随机抽样,也可以是典型抽样,统计学中叫做抽样方法.

统计推理就是从样本具有某特性推知总体具有某特性,也就

是由部分事例的特性推出全部事例的特性，这正是一种归纳推理的过程.

假如上述灯炮厂只是生产一种 100W 光的灯泡，可以随机检测一部分灯泡作为样本，看看它的合格率. 如果在 1000 个灯泡中检测出 15 个废品，那么这个样本就是 1.5% 的废品率，即有 98.5% 的合格率. 从这个样本推知总体的情况，即整个灯泡厂的产品质量有 98.5% 的合格率.

上面是非常简化的例子，在实际的精确的统计推理中，情况远比这要复杂得多，统计学有专门的论述，这里不作详述. 下面只就增加统计推理的可靠性提出几点注意：

第一，在抽样中，应注意样本的代表性，设法选出能代表总体的样本. 样本的代表性与样本的数量有关，加大样本的数量是一个办法. 样本的数量越大，样本的代表性就越大. 第二，总体中各个对象之间的差异程度大，就可用分层抽样的方法. 如调查居民的消费水平，显然大城市与中等城市、小城市和农民的消费水平之间差异颇大，就要把总体分成许多层次(即许多小类)，再从各层次中选出样本. 每层样本联合起来，就能较多地代表总体的情况. 第三，收集材料必须科学，各类之间的标准、定义不能松弛，如产品质量标准不能含糊……，这些是统计推理的基础.

5 对传统归纳的讨论

归纳逻辑至今已有二千多年的历史，在不同的哲学家和逻辑家那里，始终存在着不同意见，甚至至今还存在这样尖锐的问题：归纳逻辑是否存在?

其实，归纳逻辑在广大人民的工作和生活中，应用是广泛的，作用是不可忽视的. 在科学家手中，归纳更是须臾不能和实验离开的逻辑方法，它在发明和发现中已显示出重要的作用. 但在理论上确实受到严重的挑战. 从“有些 S 是 P 能否推出所有 S 是 P”，这里

结论超出了前提,归纳推理的跳跃是否合理? 从关于某类对象的单称命题推出一个关于该类对象的全称命题根据在哪里? 17 世纪英国经验论哲学家休谟首先注意到归纳推理的前提和结论之间缺乏逻辑联系.由"过去每天太阳都升起"推论到"明天太阳将升起",前提真而结论是否必然真呢? 正如过去观察到的"天鹅是白的",就能推论出所有(包括将来的)天鹅都是白的"吗? 澳洲发现了黑天鹅就推倒了上述全称命题.这样休谟就认为对经验推理或概然推理的任何信赖,都是没有合理根据的.他说:"对象并没有可发现的互相联系.我们能够由其一的出现作出另一个存在的任何推论,只是习惯对想象的作用所致,而非根据任何其他原则."①这就是休谟的"归纳问题",意即归纳推理没有任何合理根据,归纳结论缺乏合理性.以后的哲学家和逻辑学家试图回答和解决休谟的问题,提出自然齐一律作为归纳的假设.但这时的归纳已解释为下面的一种演绎推理:

大前提:自然齐一律,即宇宙中同类的对象有同类的性质,同样的原因引起同样的结果.

小前提:在已观察的实例中,观察了铁受热膨胀.

结论:在一切实例中,将观察到铁受热膨胀.

在演绎主义者看来,归纳是不能独立的,上述推理是依赖于大前提的;只从小前提出发,推理无法进行,也是没有根据的.

而归纳主义者则把归纳看成是最根本的,认为演绎是虚假的.归纳主义在穆勒构造了推理的普遍型式.在这个型式里先是一个归纳,后面紧接着一个演绎.归纳的结论就是演绎的前提,也就是一个全称命题.但穆勒认为全称命题只是观察过的个别实例机械结合的总录、缩写,不能认为归纳成了全称命题就有了新的意义.穆勒构造的普遍型式可概述如下:

S_1 是 P

① 《休谟的探索》第 103 页,转引自江天骥等《归纳逻辑导论》第 92 页.

S_2 是 P

…

S_n 是 P

所有已观察的 $S_1 \cdots S_n$ 是 P

所有 S 是 P

a 是 S

所以，a 是 P

他认为，先归纳、后演绎仅仅是推理普遍型式的"表象"，其实结论的真正根据不在全称命题，而在这个全称命题所由得出的那些归纳前提．这个推理普遍型式实际上已完全是由特殊到特殊的过程．这里演绎消失在归纳里，归纳吞并了演绎．其实特殊到特殊的推理是类比，因此穆勒是用类比来辩护他的归纳主义的．穆勒为了建立他的归纳证明，要求归纳得到必然的结论，他不得不假设自然齐一律，但自然齐一律这个全称命题，穆勒认为并不具有普遍必然性，只是个别实例的总和，也就不能保证得到归纳的必然结论．这是经验主义不能解决的矛盾．

由上可见，归纳推理的合理性的演绎解释和归纳解释都是不能自圆其说的．因为他们都依靠同一个假设：自然齐一律．这个自然齐一律并不是一条自明的公理．那么这个全称命题究竟从哪里得来，个别经验尽管数目很大，也是有限的，我们怎么能够从有限的个别经验得知无限的关于自然齐一的全称命题，问题又回到了起点．再从内涵来说，齐一是指整个宇宙的齐一，还是自然类的齐一，是本质的齐一，还是属性的齐一．白天鹅和黑天鹅又如何齐一．是本质的齐一，就是说认识若干个别对象的本质就达到认识整个类的本质，所谓"本质"又是什么意思，又怎样认识本质？自然齐一律的外延和内涵都是没有科学说明的．不过是把原来的问题变换一个语词不同的说法，老问题依然存在．看来归纳理论上的探讨将要继续，但并不影响传统归纳逻辑的实用价值．可以大胆地说，反

对归纳的人,他们在实际上却在应用着归纳.试想有谁相信太阳明日不从东方升起,跳楼不堕地而向上升?

从不成功的演绎解释和归纳解释中我们却看到了归纳和演绎在认识中互相渗透,互相补充,演绎主义和归纳主义都是片面的、形而上学的,是不符合认识的辩证法的.

从归纳逻辑的发展史上看,无论是亚里士多德,还是培根和穆勒,在研究归纳推理时都是以三段论作为模式、作为标准的,他们都从演绎证明出发,要搞出归纳的证明.他们相信,只要按照一定的顺序,用归纳的工具,就可像用圆规一样作出圆来,使归纳结论得到证明,即要求从前提推得必然的结论,达到和演绎推理一样的结果.这显然是忽视了演绎逻辑和归纳逻辑的不同.演绎是研究有效性、证明等问题,是纯粹形式的,归纳讨论如何提供演绎的内容,研究真理,重在发现,是科学用个别、特殊以获得普遍的自然规律的逻辑方法.演绎是在确定性与必然性的领域里活动.归纳的前提是经验的,其结论是在或然的领域里游移.传统归纳的研究者忽略了二者的不同,执意追求归纳逻辑的必然性,忽略了对归纳前提与结论的概然性联系的研究,现代归纳逻辑吸取了传统归纳逻辑研究的教训,把归纳逻辑和概率论结合起来,开辟了前景广阔的或然性研究,这就是下章所要介绍的概率逻辑.

(作者:倪鼎夫)

参考文献

[1] 苗力田主编.亚里士多德全集,第一卷,北京:中国人民大学出版社,1990.
[2] 培根.新工具,北京:商务印书馆,1984.
[3] 江天骥等.归纳逻辑导论,长沙:湖南人民出版社,1987.
[4] 金岳霖主编.形式逻辑,北京:人民出版社,1979.

六 概率逻辑

概率逻辑是研究概然推理有效性的逻辑.

对概然命题的思考至少可以追溯到亚里士多德.他曾说过:“概然就是经常发生的事物”.[1]

第一个明确提出要建立概率逻辑的是17世纪德国的莱布尼兹.他说:“我曾不止一次地说过,需要有一种新的逻辑,来处理概率问题,…”([2],第554页).但莱布尼兹本人并没有建立任何一种概率逻辑.概率逻辑的真正建立是本世纪的工作.

发展到现在的概率逻辑大致做了以下几个方面的工作.

第一个方面,主要是建立**概率语义学**以适于各种为我们熟悉的逻辑系统.这些系统本身并没有刻画概然推理的有效性,因为它们建立概率语义学的目的往往是把概率函数看作真值函数的概括,从而提出另一种合适的语义学.

第二个方面的工作是建立**定性概率逻辑**,我们简称为**概然逻辑**.概然逻辑是指刻画定性概然推理的有效性的公理系统,解释这些系统有合适的概率模型类.

第三个方面的工作是建立**定量概率逻辑**,我们简称为**概率逻辑**.概率逻辑是指刻画定量概然推理的有效性(即概率推理的有效性)的公理系统,解释这些系统也有合适的概率模型类.

概率逻辑又分两大类:有穷概率逻辑和无穷概率逻辑.前者的公式是有穷长的,后者的公式可以是无穷长的.

下面我们分别来介绍上述工作.

为了节省篇幅,我们在此先给出全章要用到的规定和定义.

本章用 $\mathscr{L}$ 表示当前讨论的形式化对象语言,用 $\Sigma,\Phi,\cdots$ 表示 $\mathscr{L}$ 的公式集,用 $A,B,C,D,\cdots$ 表示 $\mathscr{L}$ 的公式.

令 **S** 是由 $\mathscr{L}$ 表述的**公理化系统**. 对 A, 如通常定义 $\vdash_s A$(即 A 从 **S** 推出).

本章用[0,1]表示从 0 到 1(包括 0 和 1 本身)的实数区间.

本章我们用 T 和 F 分别表示经典命题逻辑意义上的常真式和常假式相对 $\mathscr{L}$ 的代入特例.

本章用"$\Rightarrow$"和"$\Leftrightarrow$"表示"若…则…"和"…当且仅当…".

对 $A_1, \cdots, A_n$, 我们用 $\bigwedge_{i=1}^{n} A_i$ 表示 $A_1 \wedge \cdots \wedge A_n$.

1 概率语义学

本节介绍经典命题演算、经典谓词演算和模态系统等与概率语义学的关系.

我们称 P 是语言 $\mathscr{L}$ 上的**概率模型**,当且仅当 P 是从 $\mathscr{L}$ 的所有公式 A, B 到 $P(A, B) = r \in [0,1]$ 的函数使得 P 满足一组语义条件 $C_1 \sim C_n$.

说明:(Ⅰ)我们可以把 $P(A, B) = r$ 理解为"根据 B 概然推出 A 的概率是 r",这是从语义方面对概然推理形式进行定量描述.

(Ⅱ)满足上述 C1 ~ Cn 的 P 又称为**概率演算**,因为它们刻画了概率推理形式的概率 $P(A, B) = r$ 之间的演算. 注意:概率演算实际上分为两类,一类是上述意义上的,我们可以称之为**逻辑概率演算**. 这类演算的特点是把概率指派在公式上. 另一类我们称之为**数学概率演算**,这类演算的特点是把概率指派在其他的集合(个体域,可能世界集,布尔代数,等等)上,数学中的概率论就是其中的一种.

我们称公理化系统 **S** 相对概率模型类 $\mathscr{P}$ 是**可靠系统**,当且仅当下列条件满足:

$\vdash_s A \Rightarrow$ 对任意公式 B 和 $\mathscr{P}$ 中的模型 P, 有 $P(A, B) = 1$.

我们称 S 相对 $\mathscr{P}$ 是**完全系统**,当且仅当下列条件满足:

对任意公式 B 和 $\mathscr{P}$中的模型 P,有 $P(A,B)=1\Rightarrow\ \vdash_s A$.

若 S 相对 $\mathscr{P}$既是可靠的又是完全的,则我们也称 $\mathscr{P}$**确定** S.

1.1 经典命题演算与概率语义学

令经典命题语言 $\mathscr{L}$由通常的真值命题联结词和可枚举个命题变元构成.公式的形成规则如通常.我们用 PC 来指称由 $\mathscr{L}$表述的下列经典命题演算:

(A1) $A\rightarrow(B\rightarrow A)$;

(A2) $[A\rightarrow(B\rightarrow C)]\rightarrow[(A\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow C)]$;

(A3) $(\neg A\rightarrow B)\rightarrow[(\neg A\rightarrow\neg B)\rightarrow A]$;

(R1) $\dfrac{A\rightarrow B,A}{B}$.

我们称 P 是 $\mathscr{L}$上的**经典命题概率模型**,当且仅当 P 是从 $\mathscr{L}$的所有句子 A,B 到 $P(A,B)=r\in[0,1]$的函数使得 P 满足下列语义条件 C1 ~ C6:

(C1) $0\leqslant P(A,B)\leqslant 1$;

(C2) $P(A,A)=1$;

(C3)若对所有 D,有 $P(B,D)=P(C,D)$,则对所有 A,

$$P(A,B)=P(A,C);$$

(C4)若存在 C 使得 $P(C,B)\neq 1$,则对所有 A,

$$P(\neg A,B)=1-P(A,B);$$

(C5) $P(A\wedge B,C)=P(A,B\wedge C)\cdot P(B,C)$;

(C6) $P(A\wedge B,C)=P(B\wedge A,C)$.

可以证明 $\mathscr{L}$上的所有经典概率模型的类确定 PC.证明过程可参见[1]的第 8 章.

1.2 模态系统与概率语义学

从模态的角度研究概率是饶有兴趣的.原因至少有下列两点:(Ⅰ)概然本质上是一个模态概念.在一定意义上,说一个命题

是概然的，就是说它是可能的.

（Ⅱ）概率也可以看作是涉及模态的概念.谈论一个命题的概率，就是谈论一个命题的可能性有多大.

令模态命题语言 $\mathscr{L}$ 是在经典命题语言上增加必然算子□.模态公式和可能算子◇定义如通常.考虑下列公理和规则：

(A1) $\Box(A\rightarrow B)\rightarrow(\Box A\rightarrow\Box B)$;

(A2) $\Box A\rightarrow A$;

(A3) $A\rightarrow\Box\Diamond A$;

(A4) $\Box A\rightarrow\Box\Box A$;

(A5) $\Diamond A\rightarrow\Box\Diamond A$;

(R1) $\dfrac{A}{\Box A}$.

令模态系统 K 是在 PC 上增加 A1 和 R1，T 是在 K 上增加 A2，B 是在 T 上增加 A3，S4 是在 T 上增加 A4，S5 是在 T 上增加 A5.

我们称 P 是 $\mathscr{L}$ 上的**模态命题概率模型**（简称 MP **概率模型**），当且仅当 P 是 $\mathscr{L}$ 上的经典命题概率模型且满足下列语义条件中的若干条件：

(C7)若对所有 C，有 $P(A,C)\leqslant P(B,C)$，则对所有 C，有：

$$P(\Box A,C)\leqslant P(\Box B,C);$$

(C8) $P(\Box(A\wedge B),C)=P(\Box A\wedge\Box B,C)$;

(C9)存在 A 对所有 B，有 $P(\Box A,B)=1$;

(C10) $P(\Box A,B)\leqslant P(A,B)$;

(C11) $P(\Diamond\Box A,B)\leqslant P(A,B)$;

(C12) $P(\Box A,B)=P(\Box\Box A,B)$;

(C13) $P(\Diamond A,B)=P(\Box\Diamond A,B)$;

(C14)

$$P(\Box A,B)=P(\neg B,B)+(1-P(\neg B,B))\cdot P(A,\neg A).$$

可以证明：

(1)所有满足 C7～C9 的 MP 模型的类确定 K;

(2)所有满足 C7～C10 的 MP 模型的类确定 T;

(3)所有满足 C7～C11 的 MP 模型的类确定 B;

(4)所有满足 C7～C10,C12 的 MP 模型的类确定 $S4$;

(5)所有满足 C7～C10,C13 的 MP 模型的类确定 $S5$.

(5′)所有满足 C14 的 MP 模型的类确定 $S5$;

上述证明过程可参见[3].

C.B.Cross 在 1993 年通过对□和◇的量化解释建立了模态系统的概率语义学,从而证明 $T,B,S4$ 和 $S5$ 相对相应的概率模型类的可靠性和完全性.有兴趣的读者可以参考[4].

1.3 一般命题系统与概率语义学

本小节我们考虑一般命题系统与概率语义学的关系.

令命题语言 $\mathscr{L}$ 是在经典命题语言上增加可枚举个作用在公式上的 n 元算子,令 S 是在 PC 上增加可枚举个公理 A1,A2,…,A_i,…和可枚举个推理规则 R1,R2,…,Rk,使得:

$$\text{Rk}\quad \frac{A_1,\cdots,A_j}{A_k}.$$

显然,若 S 是不一致的,则对所有 A 和 B,我们可以令:

$$P(A,B)=1,$$

所以本小节以后我们总假设 S 是一致的.下面我们来证明:对上述每一一致的系统 S,存在确定 S 的一般命题概率模型类.

我们称 P 是 $\mathscr{L}$ 上的**一般命题概率模型**,当且仅当 P 是 $\mathscr{L}$ 上的经典命题概率模型且满足下列条件:

(C7i)对每一新增公理 A_i,有 $P(A_i,\neg A_i)=1$;

(C8k)对每一新增规则 Rk,有:

$$P(A_1\wedge\cdots\wedge A_j,\neg(A_1\wedge\cdots\wedge A_j))$$
$$=P(A_1\wedge\cdots\wedge A_j\wedge A_k,\neg(A_1\wedge\cdots\wedge A_j\wedge A_k)).$$

可以证明 $\mathscr{L}$ 上的所有一般命题概率模型的类确定 S.

证明过程可参见[5].

1.4 经典谓词演算与概率语义学

令一阶语言 $\mathscr{L}$的初始符号是:

(1)可数个 n 元关系符号:$R_1, R_2, \cdots$;

(2)可数个个体常元:$c_1, c_2, \cdots$;

(3)可数个个体变元;$x_1, x_2, \cdots$.

令 QC 是由 $\mathscr{L}$表述的公理化系统使得它在 PC 之上增加下列公理和规则:

(A1) $A \to \forall xA$, 其中 x 在 A 中不自由;

(A2) $\forall xA \to A(x/c)$, 其中 c 是 $\mathscr{L}$的任意个体常元;

(A3) $\forall x(A \to B) \to (\forall xA \to \forall xB)$;

(R1) $\dfrac{A}{\forall xA(c/x)}$, 其中 A 是上述公理,且 c 的含义同 A2.

令 $\mathscr{L}^+$ 是对 $\mathscr{L}$增加可数多个个体常元得到的语言.我们假设 $\mathscr{L}^+$ 中的个体常元以某种字母表次序排列,我们用 c_i^+(其中 $i=1, 2, \cdots$)表示该常元在字母表中排列在第 i 位.

我们称 P 是 $\mathscr{L}^+$ 上的**经典谓词概率模型**,当且仅当 P 是 $\mathscr{L}^+$ 上的经典命题概率模型且满足下列条件:

(C7) $P^+(\forall xA, B) = \lim\limits_{j\to\infty} P^+(\bigwedge\limits_{i=1}^{j} A(x/c_i^+), B)$.

我们也称满足 C1 ~ C7 的 P 为**经典一阶概率演算**.

可以证明 $\mathscr{L}^+$ 上的所有经典谓词概率模型的类确定 QC.

证明过程可参见[1]的第 8 章.

2 概 然 逻 辑

在[6]中 K. Segerberg 建立了一种**可比较概然逻辑**.他是在模态命题语言中引入二元算子$\geqslant$构成语言 $\mathscr{L}$使得 $\mathscr{L}$的公式不含嵌套的$\geqslant$,即若 $A \geqslant B$ 是公式,则 A 和 B 中不再含$\geqslant$.此外我们还有

下列缩写定义：

$$A > B \overset{\text{def}}{=} (A \geqslant B) \wedge \neg (B \geqslant A).$$

上述联结词的直观意义是：

$A \geqslant B$ 表示：A 至少与 B 一样概然；

$A > B$ 表示：A 比 B 更概然.

为了方便，引入下列缩写：对 $m \geqslant 1$，令 $A_1, \cdots, A_m$ 和 $B_1, \cdots, B_m$ 是公式，构造合取式如下：

$$d_1 A_1 \wedge \cdots \wedge d_m A_m \wedge e_1 B_1 \wedge \cdots \wedge e_m B_m,$$

其中诸 d_i 中恰有 n 个是空符号串且诸 e_i 中恰有 n 个是空符号串 $(0 \leqslant n \leqslant m)$，其余的诸 d_i 和诸 e_i 都是否定号. 定义 C_n 是所有这样的合取的析取，此外，定义**广义等值联结词** E 如下：

$$(A_1, \cdots, A_m) \mathrm{E} (B_1, \cdots, B_m) \overset{\text{def}}{=} \Box (C_0 \vee \cdots \vee C_m).$$

Kraft, Pratt 和 Segerberg 证明了下列结果：

令 $\mathscr{B}$ 是有穷布尔代数使得其单位元为 1 且零元为 0. 令 $\geqslant$ 是 $\mathscr{B}$ 上的二元关系. 则存在 $\mathscr{B}$ 上的**可数可加概率测度** P 使得：

$$P(a) \geqslant P(b) \Leftrightarrow a \geqslant b, \quad \text{对所有 } a, b \in \mathscr{B},$$

当且仅当下列条件满足：

(1)$0 \geqslant 1$ 不成立；

(2)对所有 $a \in \mathscr{B}$，有 $a \geqslant 0$；

(3)对所有 $a, b \in \mathscr{B}$，有 $a \geqslant b$ 或 $b \geqslant a$；

(4)对所有正整数 m 和 $a_1, \cdots, a_m, b_1, \cdots, b_m \in \mathscr{B}$，若 $\mathscr{B}$ 的每一原子属于诸 a_i 和属于诸 b_i 恰好一样多，则若对所有 i 使得 $1 \leqslant i \leqslant m$，有 $a_i \geqslant b_i$，则对所有 i 使得 $1 \leqslant i \leqslant m$，有 $b_i \geqslant a_i$.

我们称 $\mathfrak{A}$ 是一个**可比较概率模型**，当且仅当 $\mathfrak{A}$ 是五元组 $\langle W, R, [\,], \mathscr{B}, P \rangle$ 使得：

(1) W 是非空可能世界集；

(2) R 是 W 上的通达关系；

(3) $[\,]$ 是从 $\mathscr{L}$ 的公式到 W 的幂集的**一元真值函数**，即对每一 A，有 $[A] \subseteq W$ 使得：

$[\neg A]=W-[A]$, $[A]\cap[B]=[A\wedge B]$;

(4)$\mathscr{B}$是函数对每一 $w\in W$, $\mathscr{B}(w)$是$\{w_1\in W: wRw_1\}$的诸子集构成的可数布尔代数使得零元是 $\emptyset$,单位元是$\{w_1\in W: wRw_1\}$;

(5)P 是函数对每一$w\in W$, P_w 是 $\mathscr{B}(w)$上的可数可加概率测度.

原子公式,$\neg$, $\wedge$, $\Box$的可满足定义如通常,此外,

$$[A\geqslant B]=\{w\in W: P_w(\{w_1\in W: wRw_1 \text{ 且 } w_1\in[A]\})$$
$$\geqslant P_w(\{w_1\in W: wRw_1 \text{ 且 } w_1\in[B]\})\}.$$

令**概然系统** PK[①]是在模态系统 K 上增加下列公理模式:

(A1) $\Box(A\leftrightarrow B)\wedge\Box(C\leftrightarrow D)\rightarrow(A\geqslant C\rightarrow B\geqslant D)$;

(A2) $F\geqslant F$;

(A3) $(A\geqslant A)\wedge(B\geqslant B)\rightarrow[(A\rightarrow B)\geqslant(A\rightarrow B)]$;

(A4) $(A\geqslant B)\rightarrow(A\geqslant A)$;

(A5) $(A\geqslant B)\rightarrow(B\geqslant B)$;

(A6) $(A\geqslant A)\wedge(B\geqslant B)\rightarrow(A\geqslant B)\vee(B\geqslant A)$;

(A7)对所有 $m\geqslant 1$,

$$(A_1\cdots A_m)\mathrm{E}(B_1,\cdots B_m)\rightarrow[\bigwedge_{i=1}^{m}(A_i\geqslant B_i)\rightarrow\bigwedge_{i=1}^{m}(B_i\geqslant A_i)];$$

(A8) $T>F$,

(A9) $(A\geqslant A)\rightarrow(A\geqslant F)$.

可以证明 $\mathscr{L}$上的所有可比较概率模型的类确定 PK.这个结果还可以扩充到**概然系统** PL,其中 L 是任意在置换规则下成立的正规模态系统,P 表示上述公理 A1 ~ A9.当然,可比较概率模型中的通达关系也要加上相应的性质.例如,PT 为所有自返的可比较概率模型的类所确定.

上述结果的证明可参见[6].

---

① P 表示 probability, K 表示 Kripke.

说明:概然系统 PK 和 PL 有下列良好的逻辑性质;

(1)具有**有穷模型性质**,只要我们在上述可比较概率模型中放弃"$\mathscr{B}(w)$是可数布尔代数"和"P_w 是可数可加概率测度"这两个条件,代之以"$\mathscr{B}(w)$是有穷布尔代数"和"P_w 是有穷可加概率测度"这两个条件;

(2)具有**可判定性质**;

(3)$\geqslant$在公式中不可嵌套的条件可以删去.令 $\mathscr{L}$ 的公式可以包含嵌套的$\geqslant$,令 PK^* 是包含重言式和 Ax1 - Ax9 的所有特例且在置换、分离和必然化规则下封闭的最小公式集,则所有(有穷)可比较概率模型的类确定 PK^*.对 PL^* 也有类似的结果.

P. Gärdenfors 在[7]也建立了一种**可比较概然逻辑**.他是在经典命题语言中引入二元算子$\geqslant$构成语言 $\mathscr{L}$ 并给出下列定义:

$$A \sim B \overset{\text{def}}{=} (A \geqslant B) \wedge (B \geqslant A).$$

上述联结词的直观意义是:

$A \sim B$ 表示 A 和 B 一样概然.

为了方便,引入下列缩写:对 $m \geqslant 0$,令 $A_0, \cdots, A_m$ 和 $B_0, \cdots, B_m$ 是公式,构造合取式如下:

$$d_0A_0 \wedge \cdots \wedge d_mA_m \wedge e_0B_0 \wedge \cdots \wedge e_mB_m,$$

其中诸 d_i 中恰有 n 个是否定号且诸 e_i 中恰有 n 个是否定号($0 \leqslant n \leqslant m+1$),其余的诸 d_i 和诸 e_i 都是空符号串.定义 C_n 是所有这样的合取的析取,此外,定义**广义等值联结词 E 如下**:

$$(A_0, \cdots, A_m)\mathrm{E}(B_0, \cdots, B_m) \overset{\text{def}}{=} (C_0 \vee \cdots \vee C_{m+1}) \sim T.$$

为了便于理解,考虑上式的一个简化式:$A\mathrm{E}B$,它就是$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B) \sim T$,即$(A \leftrightarrow B) \sim T$.所以 E 的直观意义是:

$(A_0, \cdots, A_m)\mathrm{E}(B_0, \cdots, B_m)$成立,当且仅当无论指派诸 A_i 和诸 B_i 的真值是什么,诸 A_i 中真的命题和诸 B_i 中真的命题一样多.

令**概然系统** QP 是在 PC 上增加下列公理和规则:

(A1) $[(A \leftrightarrow B) \sim T] \wedge [(C \leftrightarrow D) \sim T]$

$\rightarrow [(A \geqslant C) \leftrightarrow (B \geqslant D)]$;

(A2) $A \geqslant F$;

(A3) $(A \geqslant B) \vee (B \geqslant A)$;

(A4) $T > F$;

(A5) 对所有 $m \geqslant 1$,

$(A_0, \cdots, A_m)\mathrm{E}(B_0, \cdots, B_m) \wedge \bigwedge_{i=0}^{m-1}(A_i \geqslant B_i) \rightarrow (A_m \geqslant B_m)$;

(R1) $\dfrac{A}{A \sim T}$.

注意:A5 是一个很强的公理,例如,从它易得:

$$(A \geqslant B) \wedge (B \geqslant C) \rightarrow (A \geqslant C).$$

下面我们来考虑 QP 的概率语义:我们称$\langle W, P, [\,]\rangle$是**可比较概率模型**,当且仅当下列条件满足:

(1) W 是非空可能世界集;

(2) P 是函数对每一 $w \in W$, P_w 是 W 的幂集上的任一概率测度;

(3) $[\,]$是一元真值函数使得

$$[A \geqslant B] = \{w \in W : P_w([A]) \geqslant P_w[B])\}.$$

说明:Gärdenfors 的系统与 Segerberg 的系统相比是平行的,而他的语义与 Segerberg 的语义相比,减少 W 上的通达关系,使模型更加简洁.从下面结果可以看到这样的处理并没有减少可比较概率模型的“解释力”.

可以证明 $\mathscr{L}$上的所有可比较概率模型的类确定 QP.

若我们对可比较概率模型增加下列条件:

$(*)$ $P_w(\{w\}) > 0$, 对所有 $w \in W$.

则对应这个语义条件,我们有下列公理:

(A6) $(A \sim T) \rightarrow A$.

该公理的直观意义是:若 A 像真那样概然,则 A 就是真的.

可以证明 $\mathscr{L}$上的所有满足$(*)$的可比较概率模型的类确定 $QP + \mathrm{A}x6$.

若我们对可比较概率模型增加下列条件：

$(**)$ $P_w(X)=P_{w_1}(X)$，　对所有 $w,w_1\in W$ 和 $X\subseteq W$.

则对应这个语义条件，我们有下列公理：

(A7) $[(A\geqslant B)\leftrightarrow((A\geqslant B)\sim T)]$

$\wedge[\neg(A\geqslant B)\leftrightarrow((A\geqslant B)\sim F)]$.

可以证明 $\mathscr{L}$ 上的所有满足$(**)$的可比较概率模型的类确定 QP + A7.

定义：

$$\Box A\underline{\underline{\mathrm{def}}}(A\sim T),\quad \Diamond A={}_{\mathrm{def}}(A>F).$$

$\Box A$ 的直观意义是："A 与真一样概然"或"A 是极大概然的". $\Diamond A$ 的直观意义是："A 比假概然". 根据前面的语义条件，我们有

$$[\Box A]=\{w\in W: w_1\in[A]\text{且 } P_w(\{w_1\})>0\}.$$

$\Diamond A$ 也可类似定义. 我们称 $\mathscr{L}$ 的公式 A 是**模态公式**，当且仅当 A 可以用上述定义改写使得 A 不再含 $\geqslant$，$>$ 和 $\sim$.

可以证明从 QP，QP + A6，QP + A6 + A7 推出的模态公式分别可以从模态系统 D，T 和 $S5$ 推出，因此 Gärdenfors 的可比较概然系统是某些正规模态系统的真扩张.

上述结果的证明可参见[7].

3　有穷概率逻辑

本节介绍两种有穷概率逻辑：一阶概率逻辑和认知概率逻辑.

3.1　一阶概率逻辑

一阶概率逻辑是把经典一阶概率演算公理化的逻辑.

J.Y.Halpern 在[8]对这一类概率逻辑进行了研究，讨论了三种适于一阶概率逻辑的语义. 第一种语义是把概率赋于一阶模型的个体域，它能较好地处理像

"一随机选出的鸟会飞的概率大于 0.9."

那样的统计推理.第二种语义是把概率赋于模态模型的可能世界,它能较好地处理像

"这只小鸟会飞的概率大于0.9."

那样描述相信度的公式,因为我们可以想象一个可能世界集使得谓词"飞"在其中的每一可能世界上有不同的外延,这样,"这只小鸟会飞"可以在一部分可能世界上成立,而在另一部分上不成立.因此我们在可能世界集上分配概率,然后验证使"这只小鸟会飞"成立的可能世界集有大于0.9的概率.第三种语义是把前两种语义结合起来.下面我们分别讨论基于三种不同语义的逻辑.

3.1.1 三种不同的语义

固定一个由有穷元的关系和函数符号构成的集合 μ[①].

1)把概率赋于个体域的语义

这种语义所用的语言 $\mathscr{L}_1(\mu)$由两类符号组成.第一类由 μ 和可数个**对象变元** $x,y,\cdots$组成.这一类符号形成的项称为**对象项**,它们用以指称给定的模型的个体域的元素.第二类符号由关系符号>,=,函数符号+,·,常元**0**,**1**和可数个**域变元** $v,u,\cdots$组成,其中>,=,+和·(乘法)在通常意义上理解,**0**和**1**指称实数0和1,$v,u,\cdots$是指称实数的变元.第二类符号形成的项称为**域项**,从**0**,**1**开始,允许形如 $t(A,\vec{x})$这样的**概率项**指称$[0,1]$中的实数使得这些实数在+和·下封闭,这里 A 是任意公式,$\vec{x}$ 是某个互不相同的对象变元的序列 $<x_1,\cdots,x_n>$. $t(A,\vec{x})$的直观意义是:随机选择的 $\vec{x}$ 满足 A 的概率.

若 $\mathscr{L}_1(\mu)$包含对象项之间的等词,则 $\mathscr{L}_1(\mu)$记为 $\mathscr{L}_1(\mu)^=$.我们简称这样的语言为**1型语言**.

我们称 $\mathfrak{A}$ 是**解释1型语言的概率模型**(简称为**1-概率模型**),当且仅当 $\mathfrak{A}$ 是三元组$\langle \|\mathfrak{A}\|,H,P\rangle$满足下列条件:

---

① 个体常元可以看作是0元函数符号.

(1)$\langle \| \mathfrak{A} \|, H\rangle$是一阶模型,其中$\| \mathfrak{A} \|$是个体域;

(2)P是从$\| \mathfrak{A} \|$到$[0,1]$的**离散概率函数**[①]使得:

$$\sum\{P(a): a\in \| \mathfrak{A} \|\}=1;$$

(3)对任意$X\subseteq \| \mathfrak{A} \|$,$P(X)=\sum\{P(a): a\in X\}$.

给定上述概率函数P,我们还能定义**笛卡尔积**$\| \mathfrak{A} \|^n$上的积函数P_n如下:

$$P^n(\langle a_1,\cdots,a_n\rangle)=p(a_1)\cdot\cdots\cdot P(a_n).$$

称f是**赋值函数**,当且仅当f把对象变元映射到$\| \mathfrak{A} \|$中,把域变元映射到实数.定义项t相对$\mathfrak{A}$和f的值$t^{\mathfrak{A}}[f]$如下:若t是对象项,则如通常定义,若t是概率项,则定义如下:

$$t(A,\vec{x})^{\mathfrak{A}}[f]=P^n(\{\langle a_1,\cdots,a_n\rangle: \mathfrak{A}\models A[f_0]\}),$$

其中$f_0=f(x_1/a_1,\cdots,x_n/a_n,\cdots)$表示除了把$x_1,\cdots,x_n$分别映射到$a_1,\cdots,a_n$外其余与$f$相同的赋值函数.

其他的可满足定义如通常定义.我们用$\models_1 A$表示A相对所有1-概率模型有效.

2)把概率赋于可能世界的语义

对1-概率模型,我们有下列结果:

若A是闭公式,则对任意由互不相同的对象变元组成的$\vec{x}$,

$$\models_1(t(A,\vec{x})=0)\vee(t(A,\vec{x})=1).$$

所以对涉及相信度的概率推理来说,1-概率模型是不合适的.因此我们需要引入可能世界的语义.

2型语言$\mathscr{L}_2(\mu)$与1型语言本质上相同,除了用$t(A)$这样的**概率项**来代替$t(A,\vec{x})$.$t(A)$解释为"A的概率".

若$\mathscr{L}_2(\mu)$还包含对象项之间的等词,就记为$\mathscr{L}_2(\mu)^=$.

我们称$\mathfrak{A}$是**解释2型语言的概率模型**(简称**2-概率模型**),当且仅当$\mathfrak{A}$是四元组$\langle \| \mathfrak{A} \|, H, W, P\rangle$满足下列条件:

---

① 数学概率论意义下的概率函数.

(1)$\langle \|\mathfrak{A}\|, H\rangle$是一阶模型；

(2)W是非空可能世界集；

(3)P是从W到$[0,1]$的**离散概率函数**.

赋值函数如前定义.项t相对$\mathfrak{A}$,赋值函数f和$w\in W$的值$t^{\mathfrak{A}}[f]_w$定义如下:若t是对象项,则如通常定义,若t是概率项,则定义如下:

$$t(A)^{\mathfrak{A}}[f]_w = P(\{w_1\in W: \mathfrak{A}, w_1 \models A[f]\}).$$

其他的可满足定义如通常定义.我们用$\models_2 A$表示A相对所有2-概率模型有效.

3)把概率同时赋于个体域和可能世界的语义

令3**型语言**$\mathscr{L}_3(\mu)=\mathscr{L}_1(\mu)\cup\mathscr{L}_2(\mu)$,即包含形如$t(A,\vec{x})$和$t(A)$的两类概率项.

若$\mathscr{L}_3(\mu)$还包含对象项之间的等词,则记为$\mathscr{L}_3(\mu)^{=}$.

我们称$\mathfrak{A}$是**解释3型语言的概率模型**(简称3-**概率模型**),当且仅当$\mathfrak{A}$是五元组$\langle \|\mathfrak{A}\|, H, W, P_{\|\mathfrak{A}\|}, P_w\rangle$使得下列条件满足:

(1)$\langle \|\mathfrak{A}\|, H\rangle$是一阶模型；

(2)W是非空可能世界集；

(3)$P_{\|\mathfrak{A}\|}$和P_w分别是$\|\mathfrak{A}\|$和W上的离散概率函数.

说明:直观上说,3-概率模型是把1-概率模型和2-概率模型结合起来,因此其语义定义也类似.例如,概率项t相对$\mathfrak{A}$,赋值函数f和$w\in W$的值$t^{\mathfrak{A}}[f]_w$定义如下:

$$t(A,\vec{x})^{\mathfrak{A}}[f]_w = p^n_{\|\mathfrak{A}\|}(\{\langle a_1,\cdots,a_n\rangle: \mathfrak{A}, w\models A[f(x_1/a_1,\cdots,x_n/a_n,\cdots)]\}),$$

$$t(A)^{\mathfrak{A}}[f]_w = P_w(\{w_1\in W: \mathfrak{A}, w_1\models A[f]\}).$$

其他的可满足定义如通常定义.我们用$\models_3 A$表示A相对所有3-概率模型有效.

3.1.2 可判定性和可公理化问题

M. Abadi 和 Halpern 在[9]已经证明,在本小节讨论的范围内,我们在一般情况下不可能得到刻画概率推理的完全演绎系统.他们只证明:

若 μ 只含一元谓词,则相对 1 - 概率模型类,$\mathscr{L}_1(\mu)$的有效公式集是可判定的.

但是我们有下列结果:

(1)相对 1 - 概率模型类,$\mathscr{L}_1(\mu)^=$的有效公式集不再是**递归可枚举**的;若 μ 包含 n 元谓词使得 $n>1$,则相对 1 - 概率模型类,$\mathscr{L}_1(\mu)$的有效公式集不再是递归可枚举的.

(2)相对 2 型语言,情况更糟.甚至当 μ 只包含一元谓词,相对 2 - 概率模型类,$\mathscr{L}_2(\mu)$的有效公式集也不是递归可枚举的.若 μ 至少有一个常元符号,或者 μ 有一个一元谓词,则相对 2 - 概率模型类,$\mathscr{L}_2(\mu)^=$的有效公式集不再是递归可枚举的.

因为不是递归可枚举的集合都是不可判定的,所以在(1)和(2)的情况下相应的有效公式集都是不可判定的.

下面我们来讨论可公理化问题.我们知道,若一语言能表述一完全递归可公理化系统,则它的有效公式集必然是递归可枚举的.所以,在我们上述列举的几种情况下就没有完全可公理化的系统.造成这样的情况的一个重要原因是,概率函数是诸集合上的更高阶函数,所以刻画关于概率的推理要比刻画关于实数的推理或刻画关于自然数的推理要复杂得多.

但 Halpern 在[8]证明:在一些重要的场合,我们还是能得到一些完全可公理化的系统. Halpern 指出,概率推理有一些重要的运用,在实际过程中只须考虑有穷模型,因此我们有下列结果:

若我们考虑基数至多为 N 的有穷模型,则对所有 μ,$\mathscr{L}_1(\mu)^=$(或 $\mathscr{L}_2(\mu)^=$,或 $\mathscr{L}_3(\mu)^=$)的有效性问题相对 1(或 2,或 3) - 概率模型类是可判定的.

若以上语言不含等词，则相应的结果仍成立.

对应三种类型的概率模型，Halpern 分别构造了三种**有穷概率系统** AX_1，AX_2 和 AX_3. 其中 AX_1 由 3 组公理和规则组成，第一组是一阶谓词演算的公理和规则，若语言还包含等词，则这组公理还包含等词公理. 第二组是有关实闭域的公理（Tarski 已经证明实闭域理论是可判定的，并且存在表述这个理论的完全可公理化系统，参见[10]）. 第三组是关于个体域上分配概率的公理和规则：

(PD1) $\forall \vec{x} A \rightarrow t(A, \vec{x}) = \mathbf{1}$,

其中 $\vec{x}$ 是 n 个互不相同的对象变元的序列；

(PD2) $t(A, \vec{x}) \geqslant \mathbf{0}$;

(PD3) $t(A \wedge B, \vec{x}) + t(A \wedge \neg B, \vec{x}) = t(A, \vec{x})$;

(PD4) $t(A, \vec{x}) = t(A(x_i/z), \vec{x}(x_i/z))$,

其中 z 是不在 $\vec{x}$ 和 A 中出现的对象变元；

(PD5) $t(A \wedge B, \vec{x}, \vec{y}) = t(A, \vec{x}) \cdot t(B, \vec{y})$,

其中 A 中没有一个自由变元属于 $\vec{y}$，且 B 中没有一个自由变元属于 $\vec{x}$，且 $\vec{x}$ 和 $\vec{y}$ 中的元素互不相同.

(RPD1) $\dfrac{A \leftrightarrow B}{t(A, \vec{x}) = t(B, \vec{x})}$.

说明：PD4 允许我们重名约束变元，PD5 使我们的推理相对于随机变元是独立的.

由于前面所述的结果，我们无法使 AX_1 相对 $\mathscr{L}_1(\mu)^=$ 的概率模型类是完全的，一旦 μ 有一个二元谓词，我们也无法使 AX_1 相对于 $\mathscr{L}_1(\mu)$ 的概率模型类是完全的. 但我们有下列结果：

若 μ 只含一元谓词，则 $\mathscr{L}_1(\mu)$ 表述的 AX_1 相对所有 1－概率模型的类是可靠且完全的.

虽然限制于一元谓词的条件非常苛刻，但上述结果还是刻画了许多概率推理. 特别是能刻画前面所述的飞鸟的例子. 令 AX_1^N

是 AX_1 加上下列公理[①]:

$\mathrm{FIN}_N: \exists x_1 \cdots x_N \forall y[y = x_1 \vee \cdots \vee y = x_N]$.

这样,我们有下列结果:

$\mathscr{L}_1(\mu)^=$ 表述的 AX_1^N 相对所有基数至多为 N 的 1 - 概率模型的类是可靠且完全的.

当然,我们还可以修正 FIN_N 为 FIN_N° 使得后者述说:"个体域的个数恰为 N."这时我们能得到一个相对基数恰为 N 的概率模型类可靠且完全的公理化系统.

第二个系统 AX_2 与 AX_1 相同,除了用下列公理和规则替换 AX_1 中的 PD1 ~ PD5 和 RPD1:

(PW1) $A \rightarrow t(A) = \mathbf{1}$, {若函数和关系符号在 A 中不出现,除非它们在形如 $t(B)$的 B 中出现.

(PW2) $t(A) \geqslant \mathbf{0}$.

(PW3) $t(A \wedge B) + t(A \wedge \neg B) = t(A)$.

(RPW1) $\dfrac{A \leftrightarrow B}{t(A) = t(B)}$.

令 AX_2^N 是 AX_2 加上公理 $\mathrm{FIN_N}$. 我们有下列结果:

由 $\mathscr{L}_2(\mu)^=$ 表述的 AX_2^N 相对所有基数至多为 N 的 2 - 概率模型的类是可靠且完全的.

若我们把 AX_1 和 AX_2 结合起来,就得到系统 AX_3 和 AX_3^N. 我们可以证明:

$\mathscr{L}_3(\mu)^=$ 表述的 AX_3^N 相对所有基数至多为 N 的 3 - 概率模型的类是可靠且完全的.

上述结果的证明可参见[8].

3.2 认知概率逻辑

从认识论的角度来说,概然推理的本质就是人们根据已有的

---

① 该公理述说:"个体域的个数至多是 N."

知识背景和当前搜集到的证据推断未知命题可靠性的过程.对一个认知主体来说,其认知能力总是受到主客观的种种限制,所以对大多数未知命题,他不知道其真假.但是由于实践的需要,认知主体又要对这样的命题作出某种程度的判断,以便指导当前的行为.这种程度有大小的判断实际就是认知主体根据他已有的知识背景和当前搜集到的证据把一定的相信程度赋于未知命题,即在一定的程度上相信未知命题.因此除了"认知"是一个模态概念之外,"相信"也是一个模态概念,因此我们自然会想到"相信度"也可以从模态的角度考虑.

R.Fagin 和 J.Y.Halpern 在[11]和[12]提出一批认知概率逻辑,它们是在认知逻辑的基础上建立起来的.

令语言 $\mathscr{L}$ 是在经典命题演算的语言中增加**认知模态算子** K,**相信模态算子** B,其他必要的关系 $\geqslant$,…和变元 $a,b,\cdots$ 和 $r,s,\cdots$(其中 $a,b,\cdots$ 指称认知主体,$r,s,\cdots$ 指称[0,1]中的实数)使得若 A 是公式,则 K_aA 和 $\mathrm{B}_a(A)\geqslant r$ 也是公式.K_aA 的直观意义是"A 在 a 所能认知的所有可能世界上真",而 $\mathrm{B}_a(A)\geqslant r$ 的直观意义是"a 相信 A 成立的概率至少是 r".

我们还可以进一步扩充我们的语言 $\mathscr{L}$ 使得若 $A_1,\cdots,A_k$ 是 $\mathscr{L}$ 的公式,则下列公式也是 $\mathscr{L}$ 的公式:

$$\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)\geqslant r,$$

其中 $\alpha_1,\cdots,\alpha_k$ 是任意实数,且 $k\geqslant 1$.我们称这样的公式是 **α-概率公式**.形如 $\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)$ 的表达式称为**概率项**.我们还可以用 $\mathrm{B}_a(A)\geqslant\mathrm{B}_a(B)$ 作为 $\mathrm{B}_a(A)-\mathrm{B}_a(B)\geqslant 0$ 的缩写,….此外,还可以用 $\mathrm{K}_a^r(A)$ 作为 $\mathrm{K}_a(\mathrm{B}_a(A)\geqslant r)$ 的缩写,其直观意义是"a 认为 A 的概率至少是 r".

我们称 $\langle\Omega,\mathscr{K},P\rangle$ 是**概率空间**,当且仅当 Ω 是非空集,$\mathscr{K}$ 是 Ω 的诸子集构成的可数布尔代数,$\mathscr{K}$ 中的元素称为**可测集**,P 是定义在 $\mathscr{K}$ 上的概率测度.

注意:不是 Ω 的任一子集都是可测的.但我们可以在 Ω 的所

有子集上定义由 P 导出的**内概率测度** P^*：对 $X\subseteq\Omega$，

$$P^*(X)=\sup\{P(Y): Y\subseteq X \text{ 且 } Y\in\mathscr{K}\}.$$

因此 X 的内测度实际上是包含在 X 中的最大可测集的测度. 概率空间的布尔代数性质保证 P^* 是良定义的且若 X 是可测的，则

$$P^*(X)=P(X).$$

我们称 $\mathfrak{A}=\langle W,\mathscr{K}_{a_1},\cdots,\mathscr{K}_{a_n},[\,],\mathfrak{B}\rangle$ 是一个**认知概率模型**，当且仅当下列条件满足：

(1) W 和 $[\,]$ 定义如前；

(2)对 $i=1,\cdots,n$，二元关系 $\mathscr{K}_{a_i}$ 是 W 上的认知通达关系；

(3) $\mathfrak{B}$ 是函数对每一认知主体 $a\in\{a_1,\cdots,a_n\}$ 和 $w\in W$ 指派一个数学概率论意义上的、由 W 的子集 $W_{a,w}$ 构成的概率空间：

$$\mathfrak{B}_{a,w}=\langle W_{a,w},\mathscr{K}_{a,w},P_{a,w}\rangle.$$

概率空间 $\mathfrak{B}_{a,w}$ 的直观意义是：a 在 w 中对 $\mathscr{L}$ 的每一公式有一个相信度使得这些相信度之间满足数学概率演算的关系. 因为假设 a 在他不认为是可能的世界集上有任何正概率是不合理的，所以我们下面假设：

$$W_{a,w}\subseteq\mathscr{K}_a(w)=\{w_1\in W: w\mathscr{K}_a w_1\}.$$

定义 $W_{a,w}(A)=\{w_1\in W_{a,w}: w_1\in[A]\}$. 下面我们来考虑公式的可满足定义：原子公式，$\neg$，$\wedge$ 定义如通常，此外：

$w\in[\mathrm{K}_a A]\Leftrightarrow$对所有 $w_1\in\mathscr{K}_a(w)$，有 $w_1\in[A]$，

$w\in[\mathrm{B}_a(A)\geqslant r]\Leftrightarrow P_{a,w}(W_{a,w}(A))\geqslant r$.

最后一个语义条件还有这样的问题：$W_{a,w}(A)$ 可能是不可测的，从而 $P_{a,w}(W_{a,w}(A))$ 不是良定义的. 但如果我们用内概率测度 $P^*_{a,w}$ 来代替测度概念 $P_{a,w}$，这个问题不难解决. 因此上述语义条件可以更一般地表示为：

$$w\in[\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_n\cdot\mathrm{B}_a(A_n)\geqslant r]$$

$$\Leftrightarrow\alpha_1\cdot P^*_{a,w}(W_{a,w}(A_1))+\cdots+\alpha_n\cdot P^*_{a,w}(W_{a,w}(A_n))\geqslant r.$$

在上述概率模型中我们还能增加一组刻画特征公理(后面我

们要讨论这些公理)的语义条件:

(OBJ) $\mathfrak{B}_{a,w}=\mathfrak{B}_{b,w}$, 对所有 $w\in W$ 和所有认知主体 a,b.

(SDP) $w_1\in\mathscr{K}_a(W)\Rightarrow\mathfrak{B}_{a,w}=\mathfrak{B}_{a,w_1}$.

(UNIF)对所有 $w,w_1\in W$ 和 a,若 $\mathfrak{B}_{a,w}=\langle W_{a,w},\mathscr{X}_{a,w},P_{a,w}\rangle$ 且 $w_1\in W_{a,w}$,则 $\mathfrak{B}_{a,w}=\mathfrak{B}_{a,w_1}$.

(MEAS) $W_{a,w}(A)\in\mathscr{X}_{a,w}$, 对所有公式 A.

上述语义条件的直观意义是非常清晰的,每一个条件都把原来具有一般意义的概率模型具体化.

下面我们来考虑对应上述概率模型和语义条件的公理化系统.这些系统由三组公理和规则组成:

第一组:若我们把 K_w 看作是□,则此组公理和规则本质上就是模态系统 S5 的公理和规则.

第二组:是概率逻辑的公理和规则,它们本质上是把经典命题概率演算用语法公式写出来:

(A1) $\mathrm{B}_a(T)=1$;

(A2) $\mathrm{B}_a(F)=0$;

(A3) $[\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)\geqslant r]$
$\leftrightarrow[\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)+0\cdot\mathrm{B}_a(A_{k+1})\geqslant r]$;

(A4) $[\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)\geqslant r]$
$\rightarrow[\alpha_{j_1}\cdot\mathrm{B}_a(A_{j_1})+\cdots+\alpha_{j_k}\cdot\mathrm{B}_a(A_{j_k})\geqslant r]$;
其中 $j_1,\cdots,j_k$ 是 $1,\cdots,k$ 的轮换(permutation);

(A5) $[\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)\geqslant r]$
$\wedge[\beta_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\beta_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)\geqslant s]$;
$\rightarrow[(\alpha_1+\beta_1)\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+(\alpha_k+\beta_k)\cdot\mathrm{B}_a(A_k)\geqslant(r+s)]$;

(A6) $[\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)\geqslant r]$
$\rightarrow[\beta\cdot\alpha_1\cdot\mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\beta\cdot\alpha_k\cdot\mathrm{B}_a(A_k)\geqslant\beta\cdot r]$, 其中 $\beta\geqslant 0$;

(A7) $(t\geqslant r)\vee(t\leqslant r)$, 其中 t 是项;

(A8) $(t\geqslant r)\rightarrow(t>s)$, 其中 t 是项且 $r>s$;

(A9) $\mathrm{B}_a(A \wedge B)+\mathrm{B}_a(A \wedge \neg B)=\mathrm{B}_a(A)$;

(R1) $\dfrac{A \rightarrow B}{\mathrm{B}_a(B) \geqslant \mathrm{B}_a(A)}$.

若我们在概率模型中删去可测性假设，则情况会变得更为复杂. 这里 A9 不再可靠，为了得到可靠且完全的公理化系统，我们须用 A9′来代替 A9. 为了表述 A9′，我们需要如下记号：令 $\sum=\{A_1,\cdots,A_n\}$，称 B 是$\sum$上的**原子公式**，当且仅当 B 形如：

$$A'_1 \wedge \cdots \wedge A'_n,$$

其中对每一 $k=1,\cdots,n$，公式 A'_k 是 A_k 或$\neg A_k$. 称公式 C 是$\sum$的一个($r-$)**适域**，当且仅当 C 是(r 个不逻辑等值的)原子公式的析取. 显然，对$\sum$共有 2^{2^n}不逻辑等值的适域. 称 C 是 C_1 的**子适域**，当且仅当 C 和 C_1 是适域且 C 的每一析取肢是 C_1 的析取肢. 称 C 是 C_1 的 $r-$**子适域**，当且仅当 C 是 C_1 的子适域且 C 是 $r-$适域.

现在可以考虑下列公理：

(A9′) $\sum_{n=1}^{r}(-1)^{r-n}(\sum\{\mathrm{B}(A'):A'$是 A 的 $n-$子适域$\})\geqslant 0$,

其中 A 是 $r-$适域.

第三组：是一条认知逻辑和概率逻辑混合的公理：

(A10) $\mathrm{K}_a A \rightarrow(\mathrm{B}_a(A)=1)$.

令**有穷认知概率系统** AX_{MEAS}由上述除 A9′外所有公理和规则组成，AX 是用 A9′替换 A9 从 AX_{MEAS}得到的系统.

可以证明所有(满足 MEAS 的)认知概率模型的类确定 AX (AX_{MEAS}).

我们还能用下列公理刻画其他语义条件. 例如，OBJ 对应

(A11) $(\alpha_1 \cdot \mathrm{B}_a(A_1)+\cdots+\alpha_k \cdot \mathrm{B}_a(A_k) \geqslant r)$

$\rightarrow(\alpha_1 \cdot \mathrm{B}_b(A_1)+\cdots+\alpha_k \cdot \mathrm{B}_b(A_k) \geqslant r)$;

UNIF 对应

(A12) $A \rightarrow(\mathrm{B}_a(A)=1)$,

若 A 是 $a-$概率公式或 $a-$概率公式的否定.

SDP 对应

(A13) $A \to K_\alpha A$,若 A 是 α-概率公式或 α-概率公式的否定.

令 $X \subseteq \{OBJ, UNIF, SDP\}$,$\Sigma \subseteq \{A11, A12, A13\}$ 是对应的语义条件的子集,则可以证明所有满足 X(满足 $\{MEAS\} \cup X$)的认知概率模型的类确定**有穷认知概率系统** $AX \cup \Sigma$($AX_{MEAS} \cup \Sigma$).

如通常所证,上述系统有有穷模型性质,因而是可判定的.

上述系统还可以增加新的、刻画一群认知主体所具有的共同知识(common knowledge)的公理,语义条件也作相应的增加,可以证明如此得到的所有认知概率模型的类确定相应的系统.

上述结果的证明可参见[11]和[12].

4 无穷概率逻辑

令 $\mathscr{L}$ 是只含关系符号和个体常元符号的语言.无穷概率语言是在无穷语言 $\mathscr{L}_{\omega_1\omega}$ 的基础上,以集合论公理化系统 KPU 或 KP 为背景,引入概率量词而建立起来的.①

KPU 与集合论系统 ZF(或 ZFC)最大的不同在于前者没有子集公理和幂集公理.满足 KPU 或 KP 的集合论模型称为**可容集**,下面我们用 $\mathfrak{m}, \mathfrak{m}_1, \cdots$ 来表示.

为了节省篇幅,下面我们还是用 $\vec{x}$ 表示 $x_1, \cdots, x_n$,以此类推.

给定可容集 $\mathfrak{m}$,无穷概率语言 $\mathscr{L}_{\mathfrak{m}p}$ 同于无穷可容语言

$$\mathscr{L}_{\mathfrak{m}} = \mathscr{L}_{\omega_1\omega} \cap \mathfrak{m},$$

除了前者引入**概率量词**($P\vec{x} \geqslant r$)来代替经典量词 $\forall x$ 和 $\exists x$.无穷概率语言以可容集为背景是为了下列封闭性:

若 Σ 是 $\mathscr{L}_{\mathfrak{m}p}$ 的公式集且 $\Sigma \in \mathfrak{m}$,则无穷长合取 $\wedge \Sigma$ 和无穷长析取 $\vee \Sigma$ 都是 $\mathscr{L}_{\mathfrak{m}p}$ 的公式,且若 $r \in [0,1] \cap \mathfrak{m}$ 且 A 是 $\mathscr{L}_{\mathfrak{m}p}$ 的公

① 参见[1]的第9章.本小节的内容均可以此为参考.也可参见[13].

式，则$(P\vec{x}\geqslant r)A$是$\mathscr{L}_{mp}$的公式.

概率量词$(P\vec{x}\geqslant r)$可以退化为$(Px\geqslant r)$，由此构成的概率公式$(Px\geqslant r)A(x)$的直观意义是：$\{x, A(x)\}$相对个体域至少有概率r，我们也可以理解为公式A相对个体域至少有可信度r.

根据上述概率量词，还可以引入下列定义：

$(P\vec{x}<r)A \overset{\text{def}}{=} \neg(P\vec{x}\geqslant r)A$;

$(P\vec{x}\leqslant r)A \overset{\text{def}}{=} (P\vec{x}\geqslant 1-r)\neg A$;

$(P\vec{x}>r)A \overset{\text{def}}{=} \neg(P\vec{x}\geqslant 1-r)\neg A$.

从直观上说$(P\vec{x}\geqslant 1)$类似一阶逻辑中的$\forall\vec{x}$，但比后者要弱；$(P\vec{x}>0)$类似一阶逻辑中的$\exists\vec{x}$，但比后者要强.从这里能看出概率量词是对全称量词和存在量词的概括.

我们称$\mathfrak{A}$是解释$\mathscr{L}_{mp}$的**无穷概率模型**，当且仅当$\mathfrak{A}$是三元组$\langle\|\mathfrak{A}\|, H, P\rangle$使得下列条件满足：

(1)$\langle\|\mathfrak{A}\|, H\rangle$是一阶模型；

(2)P是$\|\mathfrak{A}\|$上的可数可加概率测度使得$\|\mathfrak{A}\|$的每一单元集可测且每一n元关系$R^{\mathfrak{A}}$是$P^{(n)}$可测的.

有了无穷概率模型的概念，可以递归定义$\mathfrak{A}\models A[\vec{a}]$如下：

(1)$\mathfrak{A}\models R(\vec{x})[\vec{a}]\Leftrightarrow R(\vec{x})$是原子公式且$\vec{a}\in R^{\mathfrak{A}}$.

(2)$\mathfrak{A}\models\neg A[\vec{a}]\Leftrightarrow\mathfrak{A}\not\models A[\vec{a}]$.

(3)$\mathfrak{A}\models\bigwedge\Sigma[\vec{a}]\Leftrightarrow$对每一$A\in\Sigma$，有$\mathfrak{A}\models A[\vec{a}]$，

其中$\Sigma\in\mathfrak{m}$是$\mathscr{L}_{mp}$的可数公式集.

(4)$\mathfrak{A}\models(P\vec{x}_n\geqslant r)A(\vec{x}_n, \vec{y}_m)[\vec{a}_m]$

$\Leftrightarrow P^{(n)}(\{\vec{b}_n\in\|\mathfrak{A}\|^n : \mathfrak{A}\models A[\vec{a}_m, \vec{b}_n]\})\geqslant r$.

在李小五的[1]的第9章介绍了几个具有代表性的**无穷概率系统：弱无穷概率系统S^1_{mp}，完备无穷概率系统S^2_{mp}和分级无穷概率系统S^3_{mp}**，其中S^1_{mp}是由下列公理和推理规则(1)～(11)构成的公理系统，S^2_{mp}是由下列公理和推理规则(1)～(15)构成的公理系统，S^3_{mp}是S^2_{mp}去掉公理15得到的公理系统：

(1) PC 的重言式及其代入特例；

(2) $\bigwedge\Sigma\rightarrow A$，其中 $A\in\Sigma$ 且 $|\Sigma|<\omega_1$；

(3) 一阶逻辑的等词公理；

(4) $(P\vec{x}\geqslant r)A\rightarrow(P\vec{x}\geqslant s)A$，其中 $r\geqslant s$；

(5) $(P\vec{x}\geqslant r)A(\vec{x})\rightarrow(P\vec{y}\geqslant r)A(\vec{y})$；

(6) $(P\vec{x}\geqslant 0)A$；

(7)（有穷可加性）：

①$(P\vec{x}\leqslant r)A\wedge(P\vec{x}\leqslant s)B\rightarrow(P\vec{x}\leqslant r+s)(A\vee B)$，

②$(P\vec{x}\geqslant r)A\wedge(P\vec{x}\geqslant s)B$

$\wedge(P\vec{x}\leqslant 0)(A\wedge B)\rightarrow(P\vec{x}\geqslant r+s)(A\vee B)$；

(8)（Archimedean－性质）：

$$(P\vec{x}>r)A\leftrightarrow\bigvee\{(P\vec{x}\geqslant r+1/n)A:n<\omega\}；$$

(9)（分离规则）：$\dfrac{A\rightarrow B,A}{B}$；

(10)（合取规则）：$\dfrac{\{A\rightarrow B:B\in\Sigma\}}{A\rightarrow\bigwedge\Sigma}$；

(11)（概括规则）：$\dfrac{A\rightarrow B(\vec{x})}{A\rightarrow(P\vec{x}\geqslant 1)B(\vec{x})}$，

其中 $\vec{x}$ 在 A 不自由出现；

(12)（可数可加性）：

$\bigwedge\{(P\vec{x}\geqslant r)\bigwedge\Psi:\Psi$ 是 Σ 的有穷子集$\}\rightarrow(P\vec{x}\geqslant r)\bigwedge\Sigma$；

(13)（对称性）：

$$(Px_1,\cdots,x_n\geqslant r)A\leftrightarrow(Px_{\pi(1)},\cdots,x_{\pi(n)}\geqslant r)A,$$

其中 π 是 $\{1,\cdots,n\}$ 上的轮换函数；

(14)（乘积独立性）：

$$(P\vec{x}_n\geqslant r)(P\vec{y}_m\geqslant s)A\rightarrow(P\vec{x}_m\vec{y}_n\geqslant r\cdot s)A,$$

其中 $\vec{x}_n,\vec{y}_m$ 中的变元互不相同；

(15)（乘积可测性）：对每一 $r<1$，

$$(P\vec{x}_n\geqslant 1)(P\vec{y}_n>0)(P\vec{z}_m\geqslant r)[A(\vec{x}_n,\vec{z}_m)\leftrightarrow A(\vec{y}_n,\vec{z}_m)],$$

其中 $\vec{x}_n,\vec{y}_n$ 和 $\vec{z}_m$ 中的变元互不相同.

从这些公理我们可以看到无穷概率系统的表达力强于有穷(认知)概率系统.例如,公理 8 表示了一种 Archimedean - 性质,它是用无穷公式去逼近有穷公式.公理 12 用无穷公式表达了可数可加性概念,这对证明完全性定理是十分必要的.公理 15 是用可测矩形的有穷并去逼近 $A(\vec{x},\vec{y})$.从这些公理和规则我们可以得到许多有关概率命题的重要性质.

我们称 $\mathfrak{A}$ 是**弱无穷概率模型**$\Leftrightarrow$u 是下列三元组

$$\langle \|\mathfrak{A}\|, H, P_n\rangle n<\omega,$$

其中每一 P_n 是 $\|\mathfrak{A}\|^n$ 上的有穷可加概率测度使得每一单元集可测,且对每一 $A(\vec{x}_m,\vec{y}_n)$和 $\vec{a}_m\in A^m$,下列集合是 P_n- 可测的:

$$\{\vec{b}_n\in\|\mathfrak{A}\|^n:\mathfrak{A}\models A[\vec{a}_m,\vec{b}_n]\}.$$

若修改和补充一些语义条件,我们就得到**分级无穷概率模型**.由此可以证明上述 3 个概率系统相对它们各自适于的无穷概率模型类是可靠和完全的.

令 $\mathfrak{A}$ 是无穷概率模型,我们称 $\mathfrak{A}$ 是**原子概率模型**,当且仅当 $\|\mathfrak{A}\|$ 中每一单元集有非零测度.由此我们还有下列适于原子模型的完全性定理:

可数句子集 Σ 有原子模型,当且仅当下列集合相对 S^2_{mp}一致:

$$\Sigma\cup\{(Px\geqslant 1)(Py>0)x=y\}.$$

上述无穷概率系统还可以化归为**准有穷概率系统**.令 $\omega\notin\mathfrak{m}$ 使得 $\mathscr{L}_{\mathfrak{m}p}$的每一公式是有穷长公式.我们假设有理数集 Q 在 $\mathfrak{m}$ 中有定义使得 $Q\subseteq\mathfrak{m}$,因此 $\mathscr{L}_{\mathfrak{m}p}$至少有可数个量词:

$$\{(P\vec{x}\geqslant r):r\in Q\cap[0,1]\}.$$

这时,无穷公理 12 和推理规则 10 退化为有穷逻辑的公理和规则,而另一个无穷公理 8 代之以下列无穷推理规则(这是唯一用到无穷的地方):

$$\frac{\{B\to(P\vec{x}_n\geqslant r)(P\vec{y}_m\geqslant s-\frac{1}{n})A:n<\omega\}}{B\to(P\vec{x}_n\geqslant r)(P\vec{y}_m\geqslant s)A.}$$

据新增推理规则,准有穷概率系统相对弱无穷概率模型类和分级无穷概率模型类是可靠且完全的.

我们知道上述概率系统不含全称量词和存在量词,但我们可以在上述系统中引入全称量词∀,从而构造**多类量词的无穷概率系统** $S_{mp}(P,\forall)$并证明它相对适于它的无穷概率模型类是可靠且完全的.

(作者:李小五)

参考文献

[1] 李小五.现代归纳逻辑与概率逻辑,北京:科学出版社,1992.

[2] 莱布尼兹.人类理智新论,北京:商务印书馆,1982.

[3] C. Morgan: Simple Probabilistic Semantics for Propositional K, T, B, S4, and S5. Journal of Philosophical Logic, vol. 11(1982), pp. 443 - 458.

[4] C. B. Cross: From Worlds to Probabilities: A Probabilistic Semantics for Modal Logic. Journal of Philosophical Logic, vol. 22 (1993), pp. 169 - 192.

[5] C. Morgan: There is a Probabilistic Semantics for Every Extension of Classical Sentence Logic. Journal of Philosophical Logic, vol. 11(1982), pp. 431 - 442.

[6] K. Segerberg: Qualitative Probability in a Modal Setting. in Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium, by Fenstad(ed.), 1971, pp. 341 - 352.

[7] P. Gärdenfors: Qualitative probability as an Intensional Logic. Journal of Philosophical Logic, vol. 4(1975), pp. 171 - 185.

[8] J. Y. Halpern: An Analysis of First-Order Logics of Probability, Artificial Intelligence, vol. 46(1990), pp. 311 - 350.

[9] M. Abadi and J. Y. Halpern: Decidability and Expressiveness for First-order Logics of Probability. in Proceedings 30th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, 1989, pp. 148 - 153.

[10] A. Tarski: A Decision Method for Elementary Algebra and Geometry. University of California Press, 1951.

[11] R. Fagin and J. Y. Halpern: Reasoning about Knowledge and Probability: Preliminary Report. IBM Research Report, RJ 6020 (59619), 1988.

[12] R. Fagin and J. Y. Halpern: A Logic for Reasoning about Probabilities. IBM Research Report, RJ 6190 (60900), 1988.

[13] 李小五. 无穷逻辑, (上, 下), 社科文献出版社, 1996, 1997.

七　辩证逻辑体系

1　辩证逻辑是研究思维的整体和全过程的逻辑形式及其规律的科学

1.1　思维的属性及其形式的多样性

思维、特别是辩证思维,是人脑所特有的一种主要机能.这种机能把人与其他动物区别开来.并且因此,人才能在实践活动的基础上,实现正确反映事物的本质及其规律,从而达到认识世界和改造世界的目的.

人的大脑之所以具有思维能力,就在于人脑是由最精密的特殊物质构造起来的,它是物质运动最高级的组织形式.根据现代脑科学、神经生理学的研究成果得知,人脑的重量不过一公斤半,但它却是由大约100亿~150亿个神经元和9000万辅助细胞所构成的.人脑和贯穿在脊髓以及人体各个部位的神经脉络联接起来,组成一个十分复杂的神经网络系统.这个系统控制、调节着人的机体,保持着机体与外部世界的平衡.使人得以在万千世界中生存、发展,不断地创造着物质文明和精神文明.

人的神经网络系统,不仅联结着中枢神经系统的各个组成部分,而且也同肌肉、腺体、皮肤相交织,甚至深入到牙髓.形成一个自动组织的机体.现代自动机理论,把神经网络,概括为如图1的模型①:

---

① ［美］M.A.阿尔贝勃著.大脑·机器和数学,中译本,商务印书馆,1982:7.

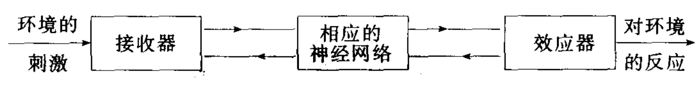


图 1

这种神经网络系统，是一个复杂、精密的结构，它由各种感受器接收外部刺激，输入信息．例如通过眼睛的视觉感受器，通过皮肤的触觉、痛觉感受器，通过肌肉伸缩的感受器等等，把来自外界的以及体内的刺激感受，转变成电脉冲，传递到大脑中枢神经中去．经过神经中枢以极其复杂的方式进行加工之后，再传送出去控制肌肉、腺体等等的效应器，从而作出对外界的反应．

神经网络联系的基本单元是神经元细胞．它有一个核，有许多树突(很细的纤维丛)和一个细长的圆柱体轴突，轴突的末端分裂为一束细小的分枝，每个分枝终端接近另一个神经元树突的末稍．这样的末稍接触的地方叫突触(每个突触就如一个开关，人的大脑约有 10^{28} 对这种开关)．一个神经元放电发出的电脉冲，从轴突传递到突触，就会在另一个神经元的树突上引发出一定等级的电信号，如此引起神经网络系统的活动．神经细胞的放电，是由于细胞内有较多的钾离子，细胞外有很多纳离子，而且细胞内有某种"纳泵"的结构，使得钠一进入细胞内，便被钠泵推出来．在一般情况下，细胞膜内外有约 0.1V 的电位差，内面为负电位．当神经受刺激时，这种跨膜电位瓦解，出现细胞放电．如此，神经冲动通过一系列的放电而沿神经纤维丛——轴突传播，使神经系统兴奋起来．神经细胞的放电传播，除了可以放出兴奋脉冲外，还可以在一定条件下放出抑制脉冲．兴奋脉冲的条件，是激发脉冲比抑制脉冲至少大一个临界值(称神经元阈值)．如果我们给每一个激发突触指定一个适当的正权重，而给每一个抑制突触指定一个负权重，就可得到：一个神经元要发生兴奋就必须满足在潜伏期内接受到脉冲的所有突触其权重之和大于阈值．

如上所简述的神经网络活动的一般情况及其性能，是人和高

等动物(如猩、猿、狗……等)所共有的,是人和高等动物心理活动(包括人的思维活动)的自然基础.但人的大脑的思维活动,尚有其更高级的、复杂的自然构造.

人脑是由左右两半球所构成,称大脑两半球,它是被一种分为六层灰质的大脑皮层覆盖着.大脑皮质上有许多深浅不等的"沟"(或称裂),分为中央沟和外侧沟;这种沟又把大脑两半球分为额叶、顶叶、颞叶、枕叶;沟间凸起的部分是"回".大脑两半球的这些叶和回,各有不同的机能.俄国两种信号系统学说创立者巴甫洛夫(И.П.Павлов)经多年研究证明,人的大脑除了有以神经网络为基础的信号性活动机能系统(巴甫洛夫称之为"第一信号系统")外,还有以言语活动为标志的"第二信号系统".人类在劳动过程中产生了言语活动,言语中的词是人类所特有的条件刺激物,它成为"信号的信号",即"第二信号".这种信号所引起的信号性活动,因词的作用,在大脑皮质上组成"条件条件性联系".这种生理机制,就称为"第二信号系统".巴甫洛夫说:"第一信号系统,是我们和动物所共有的.但词组成了我们所特有的现实的第二信号系统,这是第一信号的信号.词所产生的许多刺激作用,一方面使我们超脱了现实,因此我们应当记住这一点,以免歪曲了我们和现实的关系;另一方面,也就是词使我们变成了人."①

作为第二信号系统的词,除了声、形等物理属性外,还有其反映属性,这就是词义.词义是反映概念的,概念通过语词概括着一类事物的一般本质属性、内在联系.而且这种概括是多层次的.例如在第一信号系统所提供的刺激物的基础上,把各种具体的多种多样的梨概括为"莱阳梨"、"砀山梨"、"牙梨"、"茄梨"……等各种梨类;并在此基础上,进行第二层次的概括,把各种梨概括为"梨";进而进行第三层次的概括,根据梨、苹果、葡萄、柑桔……的共同本质属性,而概括为"水果".当然,还可以根据语言和思维认识的需

① 巴甫洛夫.巴甫洛夫全集,第3卷第2册,莫斯科,俄文版,1951:220.

要,再向更高层次进行概括,经过层层上升,一直可以概括到最高逻辑范畴——"物质".但孤立的语词,还不能成为思维活动,也不能构成思维的结果——思想.只有依据一定的语法规则和逻辑规则,用词汇组成语句以及用语句组成句群,才能成为思维活动,才能表达思想,表达人对事物的认识.

根据上列种种科学材料,可以引伸地说,人脑的思维的属性是多样的,它的运动形式也是多样的.就其神经网络基础来说,它有其生物化学的属性,有其神经网络形式;就其神经网络运行的物理机制来说,有其脑电的物理属性,有其电脉冲传导形式;就其作为第二信号系统来说,有其语言的、逻辑的属性,有其语言的、逻辑的形式.此外,如果再就思维的历史发展来说,思维尚有其历史发展的历史性、阶段性、时代性、社会性等属性及其相应的运动形式.所以,对思维,不可简单地只看到它的单一属性和单一的形式.例如,不能一谈到思维,就把它等同于逻辑,好像思维除了逻辑属性及其形式之外,再无其他属性和形式.这是不会对思维得出科学的认识的.随着关于人脑、神经系统、语言、思维的科学门类的扩展,对思维还将获得更深入更具体的认识,它的属性和形式的多样性,将得到更进一步的明确的界定.当然,思维的逻辑属性及其形式,历来为科学家、哲学家、教育家们所特别重视,因为它直接为认识世界、改造世界服务,人的一切活动一刻也离不开合乎逻辑的思维.因此,在一切研究思维的科学中,逻辑学最发达,形成科学系统也最早,所取得的科学成果也最多.

1.2 思维的逻辑本质和逻辑类型

1.2.1 思维的逻辑本质

语言是思维的直接表现形式,思维的发生与发展,思维的存贮与表达都离不开语言;但语言还不就等于思维,语言是人们在交际过程中所形成的交流思想的符号系统,它是思维、思想的载体.而

思维活动及其结果——思想,则是人脑对事物的本质特征及其规律性的反映.这种反映是个从表层到深层,从片面到全面,从阶段到全程,从具体到抽象再到具体的过程.因而其反映的逻辑模式也就有所不同.

思维的逻辑模式,也就是一般逻辑学论著中所说的思维的逻辑形式.指的是由概念组成判断,由判断组成推理的整体系统.这种逻辑系统的实质是事物(包括主客观事物)的本质特征及其必然联系的理性反映形式,后者是前者的逻辑类型,因而称之为逻辑模式或逻辑形式.例如:"如果 p,那末 q;并且 p;那末 q"就是一个逻辑推理模式,将此模式完全符号化,则为"$((p\to q)\wedge p)\to q$".如果将之代入具体事物的内容,则可得如此的推理:"如果此物是树,那末它就是有新陈代谢的植物;此物是树;所以,此物是有新陈代谢的植物."这个具体的推理,从其外在结构来看,它包括三个概念:"此物"、"树"、"有新陈代谢的植物".由此三个概念两两组合,构成三个判断:"如果此物是树,那末它就是有新陈代谢的植物"、"此物是树"、"它是有新陈代谢的植物".至此被分解了的具体推理中,有三个各具本质特征的事物,表现为三个概念;也有表现三个事物三种两两联系的三个判断;同时,还有三个事物的综合性的总体联系,即表现为三个概念、三个判断之间的必然联系的推理.如果从这个具体推理的内在结构来看,则此推理为一个概念系统的展开."此物"为"个体";"树"是特殊的"种";"植物"是普遍性的"属".实质上是个体性、特殊性、普遍性的内在统一系统.亦即"此物"是"树"和"植物"的对立统一体.

自从人类能够进行这类推理的时候起,人类就有了逻辑思维.一当人类把这种推理在理论形态上加以研究,并把它从理论上陈述出来的时候,就有了逻辑科学.这种逻辑科学的最早的典型代表,就是古希腊哲学家亚里士多德的《工具论》.在《工具论》中,亚里士多德以表达逻辑思维的语词、语句、句群为直接素材,分析研究了概念、范畴;分析研究了判断(命题);也分析研究了推理,创立

了第一个逻辑科学体系，亚氏把他所创立的逻辑理论称之为"证明的科学"．认为："证明就是从前提中必然推出的结论．""通过证明科学而获得的知识具有必然性．"①这也就是说，逻辑就是通过证明的方法，获得必然性真理的科学．在这里，获得必然性的真理是目的，证明则是达此目的的手段、方法．这种方法的模式就是推理，就是为亚里士多德所首创的"三段论"等推理形式，这种关于逻辑科学性质的规定是实质性的规定，是科学的．到现代为止的一切逻辑学科，都是属于这种性质的科学．逻辑学的研究离不开语言材料这种载体，但它不归结为语法规则的科学，即使称之为"逻辑语法"也不确切．逻辑学表述思维的逻辑形式，并为更精确地表达，必须用特定的人工表意符号，但它不归结为符号学．为了揭示逻辑形式的实质和目的，也必定要涉及其"真"与"假"等主客观是否符合的问题，但却不能把它等同于认识论．当然，这些学科之间，有着特殊的密切的联系，在研究逻辑问题时，不可避免地要联系到并且运用到这些学科的理论．想要纯粹化地、就逻辑本身来研究逻辑是不可能的，是不科学的，因而是不会获得成果的．逻辑科学发展的过去历史是如此，将来也永远是如此．

1.2.2 思维的逻辑类型："单一体"、"二一体"、"三一体"

人类的逻辑思维，和任何事物一样，它不是一成不变的．在人的认识世界和改造世界的过程中，人的思维能力不断地提高起来，思维的逻辑方式、方法也不断复杂化和完善化起来．同时，研究逻辑的科学，也不断地向前推进，逐步深入地全面地揭示着逻辑的本质和逻辑形式及其规律．

古代的亚里士多德开创了逻辑科学之先河，创立了以三段论为主要内容的逻辑学说．其功绩是伟大的，其价值是永恒的．只要人们在思维，就不能违反亚里士多德逻辑规则．但亚里士多德逻辑

---

① 培根．工具论，中国人民大学出版社版．1990:83,253．

有其不可避免的时代局限性,他所创立的逻辑,只限于对事物的单一属性的认识上,只限于静态的外在事物的关系上,只能对事物作出单一性论断.因此,可称之为“单一体”的逻辑类型.到了近代,康德总结了认识事物二重性的逻辑模式,即“二律背反”式的逻辑模式,他通过对理性“二律背反”的分析,证明人类“理性本身一分为二了”.[①]康德的逻辑是认识事物双重属性的逻辑,因此,可称之为“二一体”的逻辑.这本来是对亚氏逻辑的一种可喜的推进,但康德却为此迷惑“不安”.继康德之后,黑格尔(G. Hegel)则解决了康德对其所发现的理性的“一分为二”的“不安”.而提出了把握事物“对立统一”的辩证逻辑模式,即论断事物是三种属性的辩证统一的逻辑模式.可称之为“三一体”的逻辑模式.

亚里士多德氏“单一体”的逻辑模式,有两个根本的特征.第一,亚里士多德的推理,只论断事物的单一属性.典型的是他的三段论,他说:“三段论是一种论证,其中只要确定某些论断,某些异于它们的事物便可以必然地从如此确定的论断中推出.……就是说,不需要其他任何词项就可以得出必然的结论.”这种三段论只包含三个有隶属关系的词项,“如若三个词项相互间具有这样的联系,即小词整个包含在中词中,中词整个包含在或不包含在大词中,那么,这两个端词必定能构成一个完善的三段论.……如果 A 可以作为一切 B 的谓项,B 可以作一切 C 的谓项.那么 A 必定可以作一切 C 的谓项.”[②]例如:

世界上的一切东西都是由单一的东西构成的,
树是世界上的东西,
所以,树是由单一的东西构成的.

亚里士多德所创立的三段论,作为对事物的认识模式,能够提供必然性的论断,即能揭示事物所必然具有的一种属性.所得到的

---

① 康德.形而上学导论,中译本,商务印书馆,1982:123.

② 培根.工具论,中译本,中国人民大学出版社,1990:84~89.

是一种必然性真理,但却是片面的,而非全面的.这是亚里士多德逻辑的第一个特征.亚里士多德逻辑的第二个特征,即亚里士多德所论述的矛盾律和排中律原理所表明的特点.即认为:"同样属性在同一情况下不能同时属于又不属于同一主题";"相反叙述不能同时两都真实","在相反叙述之间也不能有间体,于一个主题我们必须肯定或否定一个云谓."[①]亚里士多德称这种原理是"一切原理中最确实的原理."[②]这个原理中规定的"同样属性"、"同一情况下"、"同时"这"三同"条件,的确是"确实的",因此是科学的.这种"三同"能够保证人们的思维的逻辑确定性、一贯性、无矛盾性和真假分明性,避免自相矛盾、模棱两可.因此,也就在逻辑上保证了其三段论推理的逻辑必然性,得出必然论断.亦即能够充分地保证人们的思维能够确切认清事物的一个方面的属性.例如上面三段论关于"树"这个对象事物的"由单一的东西构成的"的论断.亚里士多德所创建的这种三段论逻辑形式,以及此形式所必须遵循的原理或规律,是任何思维所必须运用的和不能违反的.但其本身所能达到的认识,却是片面性的.例如,关于"树"的认识,它的构成属性,不只是有单一性,而且也有复杂性.即复杂性也是事物构成的一种必然性.这一点,被近代的哲学家康德所揭示.

康德认为事物的构成必然是由对立的两个方面的属性构成的.从逻辑上来说,不仅可以合乎逻辑地用"正题"来论断,而且同样可以合乎逻辑地用"反题"来加以论断.康德说:"假如我们象一般所做的那样,把感性世界的现象想成是自在之物,假如我们把感性世界的现象的联结原则视为自在之物的普遍有效原则,而不简单地把它们视为经验的普遍有效原则(通常就是这样,尤其是没有我们的批判,那就更是不可避免的),那么就出现一种想象不到的矛盾,这种矛盾决不是用普通教条主义的办法所能消除的;因为无

---

① 《形而上学》,中译本,第62页,第78~79页,商务印书馆,1959.

② 《形而上学》中译本第62页,商务印书馆,1959.

论正题或反题都能够通过同样明显、清楚和不可抗拒的论证而得到证明——我保证所有这些论证都是正确的.因此理性本身一分为二了,这种情况使怀疑者大为高兴,然而却一定会引起批判的哲学家的深思并且感到不安."[1]康德认为:对任何"自在之物"(即作为对象的任何事物),都可得到"正题"与"反题"的相互对立的论断."这种对立是任何一种形而上学的技术,不管多么精巧,都无法阻止的,但它却迫使哲学家一直追溯到纯粹理性本身的第一源泉.这种互相冲突不是捏造的,它是建筑在人类理性的本性上的,因而是不可避免的,是永远不能终止的."康德举出"四种纯粹理性的辩证论断"并指出:它们"在纯粹理性的体系中是不可缺少的":

(一)

正题

世界在时间上和空间上有始(有限).

反题

世界在时间上和空间上无限.

(二)

正题

世界上的一切都是由单一的东西构成的.

反题

没有单一的东西;一切都是复合的.

(三)

正题

世界上有出于自由的原因.

反题

没有自由;一切都是自然.

(四)

正题

① 康德.形而上学导论,中译本,商务印书馆,1982:122~123.

在世界因的系列是有某种必然的存在体.

反题

里边没有必然的东西;在这

个系列里,一切都是偶然的."①

康德在《纯粹理性批判》中,对这四种辩证论断,分别作出了逻辑证明和诠释,论证了它们在逻辑上的必然性.②

康德把自己在理性中发现了辩证论断、"理性本身一分为二",称之为"哥伯尼式的革命",在一定意义上是有根据的.即他把理性的"单一体"逻辑模式——亚氏的逻辑模式,推进到了"二一体"的逻辑模式,揭示出理性的逻辑实体,并非简单的单一的;它是应该内涵着相互对立的论断的.这一发现的重大意义在于揭示了认识事物,必须认清它的双重属性,认清其属性的对立双方.在逻辑上,应该是超越单一体模式,而上升到二一体模式,并通过二一体逻辑模式来把握和陈述对象的本质.这就给人类的思维方式,带来了革命性的变革,克服那种单一的、片面的、独断的形而上学方式.从而也为真理的逻辑标准带来了新的全面性的生机.它反映了人类认识事物,总是不可避免地从片面走向多面;在逻辑形式的运用上,总是不可避免地从单一体的模式,上升到二一体的模式,这是认识过程和逻辑过程的必然规律.康德二一体逻辑模式的发现,是符合这条规律的,因此是有其不可磨灭的功绩的.但是,康德本人又对他自己的发现感到"不安",甚至据此宣称"物自体"(或"自在之物")是不可知的,因为人们企图认识它,就不可避免地陷入不能自拔的"二律背反";"背反"的双方又都在逻辑上有必然性证明,谁也驳不倒谁,双方逻辑价值相等.这就是康德的历史局限性,康德只发现了单一体逻辑模式的片面性及其可能导致独断论的弊病,从而发现了二一体模式,但他没发现二一体也是有局限性的,特别是

---

① 康德.形而上学导论,中译本,商务印书馆,1982:120~121.

② 《纯粹理性批判》,中译本,三联书店,1957:330~351.

他没能发现克服令其本人也感到"不安"的途径.而且康德还宣称了"二律背反"的模式即为"辩证论断".从而导致许多后世未真懂辩证法的人,只满足于"两点论",把"既是简单的又是复杂的"、"既是好的又是坏的"之类的提法误认为是辩证法的真谛了.其实这只是相对主义的提法.就是说,康德的发现除了给自己带来"不安"之外,还给相对主义提供了逻辑根据.许多人把相对主义当成了辩证法.其实,辩证法包含着相对成分,但不归结为相对主义;科学的辩证逻辑思维,包括着二一体模式,甚至也包括单一体模式,但不归结为二一体,更不归结为单一体;辩证逻辑模式是扬弃了单一体和二一体,并上升到了三一体的模式.这也就是黑格尔的丰功伟绩.

近现代以来,有些逻辑史家(例如肖尔兹(H.Scholz)等),就认识到"黑格尔的逻辑是一种新的逻辑类型".肖尔兹说:"毫无疑问,正是由于黑格尔,亚里士多德意义上的逻辑概念受到了震撼性的改变."①

黑格尔指出:"就康德理性矛盾说在破除知性形而上学的僵硬独断,指引到思维的辩证运动的方向而论,必须看成是哲学知识上一个很重要的推进.但同时也须注意,就是康德在这里仅停滞在物自体不可知性的消极结果里,而没有更进一步达到对于理性矛盾有真正积极意义的知识.理性矛盾的真正积极的意义,在于认识一切现实之物都包含有相反的规定于自身.因此认识甚或把握一个对象,正在于意识到这个对象作为相反的规定之具体的统一."②这里所说的"相反的规定之具体的统一",也就是"对立统一",即对对象既要看到其对立的属性,又要看到对立属性的统一性或同一性.这就是辩证法的核心内容.黑氏认为:"辩证法是现实世界中一切运动、一切生命、一切事业的推动原则.同样,辩证法又是知识范围内一切真正科学认识的灵魂.……凡有限之物不仅受外面的限

① [德]亨利希·肖尔兹,张家龙译.简明逻辑史,商务印书馆,1977:22.
② 黑格尔.小逻辑,中译本,商务印书馆,1980:133.

制,而且又为它自己的本性所扬弃,由于自身的活动而自己过渡到自己的反面……凡有限之物都是自相矛盾的,并且由于自相矛盾而自己扬弃自己."[1]这是黑格尔从本体论的角度,对辩证法所作的规定.

从逻辑上来说,黑氏认为"逻辑思想就形式而论有三方面:(a)抽象的或知性[理智]的方面,(b)辩证的或否定的理性的方面,(c)思辨的或肯定的理性的方面.""这三方面并不构成逻辑学的三部分,而是每一逻辑真实体的各环节.一般说来,亦即每一概念或每一真理的各环节."[2]黑格尔称此三环节为三种"逻辑真理"形式,而且这三种形式并不是孤立并存的,而是通过"内在的超越",由知性的自身的否定性,上升到"否定的理性",再发展到"肯定的理性",也就是由知性的单一体的逻辑真理开始,通过否定理性的二一体逻辑真理的中介,而达到肯定理性的三一体的逻辑真理.在这过程中,二一体的逻辑真理模式是对单一体的逻辑真理模式的否定、扬弃和保留继承;三一体的逻辑真理模式是对单一体模式和二一体模式的总汇和升华.即实现了一种包括一切逻辑真理在内,并揭示了其有机的对立统一关系的逻辑园圈式的逻辑真实体.黑氏认为:"对立统一"的辩证法,即使在知性的抽象逻辑形式之中,也是存在的,不过是潜在的,尚未显示出来,但它的内在的辩证本性,即其否定性,必然推动它作"自我超越",从而过渡到辩证的理性,表现为肯定性与否定性的对立、相互映现.然后,这种相互映现的内在否定性又推动其自身,发展为否定之否定的肯定理性.这就是说,在三一体的逻辑真理模式中,既包括了单一体模式的成果,又包括了二一体模式的成果.其逻辑真理是逐级上升的,从第一级逻辑真理,过渡到第二级逻辑真理,最后上升到第三级逻辑真理.第三级的逻辑真理就是全面性的具体真理.即把任何对象都看作为

---

① 黑格尔.小逻辑,中译本,商务印书馆,1980:177.

② 黑格尔.小逻辑,中译本,商务印书馆,1980:172.

个体性是普遍性与特殊性的统一. 如此, 则既克服了单一体的孤立性、片面性和独断性, 也克服了二一体的对立性和并列性, 而达到对立统一性. 这样一来, 即可明确, 并非辩证的三一体的逻辑, 完全抛开单一体逻辑和二一体逻辑; 而是以单一体逻辑为起点, 以二一体逻辑为介点, 以三一体逻辑为终点. 如此则三一体逻辑就是一个逻辑思维全过程的模式. 亦即三段式——正、反、合的逻辑模式.

自从黑格尔的三一体逻辑出世以来, 曾受到来自不同方面的诋毁和误解. 例如, 说他讲的不是逻辑, 而是一种哲学. 这一点有一定道理, 黑格尔在他的逻辑学中, 把本体论以及认识论都结合了起来, 到处都以本体论和认识论为论述逻辑问题的基础, 常常以本体论与认识论来解释逻辑形式及其规律. 但这是不可避免的, 要想真正解释清楚逻辑问题, 不用本体论和认识论是不可能的. 纯粹的与本体论、认识论毫无联系的逻辑是不存在的. 当然, 黑格尔在其逻辑学中, 讲本体、讲认识的比重是多了些, 但无论如何, 其《逻辑学》所阐发的内容, 主导的还是逻辑理论, 不过是一种新型的逻辑理论. 还有一种评论认为: 黑格尔的逻辑是脱离思维实际的, 是形式主义的, 把复杂的多样的逻辑思维都硬塞进正、反、合的死框之中. 这种评论也有一定的根据, 例如, 在黑氏的正、反、合推演中, 有一些范畴之间的过渡或转化是讲得比较牵强的. 但是, 不能否认, 黑氏的正、反、合推演的总框架是符合逻辑思维的客观必然进程的. 要获得全面的科学的具体真理, 不囿于抽象的、片面的形式真理以及相对主义的认识, 就必须遵循正、反、合三一体的辩证逻辑模式. 正是正、反、合的三一体逻辑模式, 才能在思维的全过程上, 思维的整体性上把握对象的深层本质, 才能真正的认识对象的规律. 黑氏的逻辑观点不是没有缺点的, 甚至也有根本性的错误, 例如他颠倒了主客观关系, 把"逻辑在先"绝对化, 认为逻辑理念是世界的本原, 即使是自然界也不过是逻辑理念的异化和映现. 他自己就称其为"客观唯心主义", 并以其哲学来论证上帝存在, 论证宗教的合理性, 等等. 但无论如何, 黑格尔所创立的三一体逻辑模式, 确实是科

学的，是有充分根据的，这个根据就是思维的逻辑与思维的历史的一致性．当然，黑格尔没有把他所运用的三一体逻辑模式的逻辑推理系统，在理论上准确地揭示出来．这是他作为辩证逻辑体系创立者的未竟之业，有待于我们后人的开拓和完善．

1.3 辩证逻辑是思维史的总结与概括

思维的逻辑，就是思想活动的理性模式或理性形式，这种形式是思维指向对象展开活动必须遵循的必然性的程序．而这种必然性的思维活动形式、程序，又是以客观对象普遍具有的本质特征和规律为其基础的．但思维反映对象是有其主观性特点的，这就是思维反映对象有个过程，它必须从感性到理性，从表面到深层，从现象到本质．这种反映并不象照镜子一样，一次性的直观的映现一下就了事．

对反映过程，历代哲学家都有解释，古代希腊的柏拉图（Platon）、亚里士多德等对反映形式作了感性和理性的划分；近代的康德则提出了感性、知性和理性的划分．而黑格尔则提出了感性、知性、否定的理性和肯定的理性的划分．这些划分的共同之处是对感性反映，都认为它可再细分为感觉、知觉、表象三种形式．并且都认为感性反映形式，是给认识提供经验材料的，是一种直观的反映形式，形象的反映形式．但对理性反映形式的划分则不同了．康德在感性和理性之间加了个知性，他认为反映是包括感性形式、知性形式和理性形式这样三个阶段．这比柏拉图等的划分当然细致了一些．可是，黑格尔则把理性更细分为知性形式、否定的理性形式与肯定的理性形式，亦称之为理智、辩证的或消极的理性和思辨的或积极的理性．那么，到底谁的划分更科学呢？我看还是黑格尔的划分是科学性更强些．因为黑格尔的划分，是符合思维的历史和思维过程的实际的．

思维把握对象的本质及其规律的过程，首先要靠感性反映形式给提供的直观材料，这是很明显的，不观察材料，就无所谓为认

识对象.对象就是通过这些感性反映形式提供给我们的.但如何分析、研究感性材料,思维如何展开活动,才能真正把握对象的本质和规律,这就是个很复杂的问题了.这里首先就有个认识到什么程度,才算是达到了对象的本质与规律;其次是通过什么样的思维活动程序,才能达到对象的本质与规律的问题.古希腊亚里士多德认为,如果把握了对象类的共性,能给出主项以一般性的谓词的定义,也就是对象的本质了.因此他系统地列出了范畴表(主要是十范畴),用以规定对象.所以亚氏的逻辑,主要是研究由词项组成的简单命题,以及对简单命题的逻辑论证.他的主要逻辑内容三段论,就是为了论证主项具有某种共项与否的命题之必然性的.这种逻辑就是"形式逻辑",它既包括传统逻辑,也包括数理逻辑.即使数理逻辑在逻辑推理的研究上细微了许多,但在逻辑真理的标准上,在表达逻辑真理的形式上,仍然是为了获得关于对象的单一共性的论断,认识事物的一般共性,或者认识事物的简单的外在关系(例如认识事物间的对称关系、传递关系等等).这种形式逻辑的把握对象真理的标准及其逻辑形式,是属于理性范畴的,它已超越了感性认识水平,抓到了对象类的共性.但是,这种认识,只能是一级本质水平的认识.它只局限于对象的单一的属性方面或简单的外在逻辑关系.康德就认清了这种逻辑的局限性,并给它定名为"形式逻辑",认为这种逻辑只是理智形式或知性形式.于是他提出了反映事物"二重性"的"二律背反"式的逻辑,即反映事物对立属性的逻辑.并认为这种"二律背反"是人类理性的必然.但是,康德虽然看到了形式逻辑的真理标准及其逻辑形式的局限性,却没有找出克服这种局限性的途径.一直到了黑格尔,才真正创立了克服形式逻辑真理标准及其逻辑形式局限性的逻辑系统.黑氏的"思辨逻辑"(亦即辩证逻辑)对逻辑的真理标准认为,是否把握了关于对象的真理,要看是否把握了对象的普遍性、特殊性以及个体性这三性及其辩证关系;一个逻辑真实体,即一个逻辑系统,是不是科学的,就看它能否论证清楚事物的这三性及其辩证关系.事物的三性及

其对立统一关系,才真正是事物的内在本性及其发生发展的规律性.很显然,黑格尔的逻辑真理标准及其辩证逻辑模式,才是能够科学地论证事物的内在本质特征及其发生发展规律的逻辑.

黑格尔所创立的这种逻辑系统,正是人类思维史以及个体人的思维过程的理论概括.就人类认识事物来说,在感性认识的基础上,第一步所跨出的是对事物类的把握,即由感性认识概括出一般共性.例如对世界本原的认识,一开始是认为世界是由水或气或火……等所构成,这实质上也只是感性概括.在此基础上,人类认识到,世界的本原是物质,即表现在水、气、火……等感性现象中的共性——物质.这是一切感性事物的共性.这种认识一直延续到近代自然科学——即经验科学.例如认识、把握物理现象力的共性,化学现象的原子共性,天体现象的运转共性……等等.在大量的经验科学的基础上,人类又认识到力的作用与反作用;原子的量和化合价;天体的相互吸引等等二重属性.在这种对事物二重属性认识的基础上,又深入地发现了更深层的属性,即认识到力是作用与反作用的对立统一;原子是原子核和电子的对立统一;天体运行是吸引与排斥的对立统一;更进而认识到微观粒子是波动性与微粒性的对立统一,……如此等等.这就是人类思维认识史的事实.就现代个体人的思维认识过程来说,则完全是人类思维认识史的重复,一般地说,任何人认识事物,首先都要经过感性认识阶段,然后再进一步认识诸多感性事物中的共性一般,即认识到事物的类;再进一步对类的二重性的认识,即对类中的对立属性的认识;第三大步则是认识事物对立属性的统一关系.作为个体人,对任何事物的思维认识过程是如此;一个儿童对事物类的认识,再发展为青少年对事物的对立属性的思维认识,再到成年人对事物的对立统一属性的认识,也大致是如此.因此,恩格斯(F.Engels)很赞许黑格尔关于思维的历史与思维的逻辑的一致性规律的发现,他说:“在思维的历史中,某种概念或概念关系(肯定与否定,原因和结果,实体与变体)的发展和它在个别辩证论者头脑中的发展关系,正如某一有机

体在古生物学中的发展和它在胚胎学中(或者不如说在历史中和个别胚胎中)的发展的关系一样.这就是黑格尔首先发现的关于概念的见解.在历史的发展中,偶然性起着自己的作用,而它在辩证的思维中,就像在胚胎的发展中一样包括在必然性中."[1]

2 辩证逻辑的逻辑结构系统

逻辑科学的目的,就在于为各种具体思维(包括哲学思维、数理思维以及各种实证科学思维、日常普通思维等一切思维)提供科学的、把握真理的逻辑模式系统.在这个意义上说,它具有最大的普遍性,它是最抽象的,它比数学,甚至是比哲学还抽象,它是最高的抽象.因此,才具有最普遍的应用性,只要是在进行思维,就必须运用逻辑模式,就必须遵守逻辑规律.

那么,逻辑模式与逻辑规律是从哪里得来的呢?只有一句话的回答:它是从人类思维的历史中以及人类思维的现实实际中总结概括出来的.它所概括的是任何思维的普遍性的共同具有的逻辑要素、逻辑框架和逻辑程序.这也就是一般所谓的逻辑形式及其规律.这里要注意到,是思维的逻辑形式,而不是思维的其他任何形式(如本著1.1中所论证过的那些),因此一般笼统地提"思维形式"是不科学的,"思维形式"不等于"思维的逻辑形式".

思维的逻辑形式,既然是"形式",当然就有与其相联系着的、不可分割的"内容",因为二者是互为前提、相互依存的.但它们二者各自有其相对的独立性,因此,可以相对地抽象出其一个方面,分析开来进行研究,以便更加精确地把握它.所以,在研究、总结逻辑模式、逻辑规律时,可以,甚至也应该相对地(或者说在一定意义上)撇开内容,着重研究形式.在这一点上,无论是普通逻辑、数理逻辑,还是辩证逻辑都一样.

---

① 马克思恩格斯选集,第3卷,人民出版社,1973:544~545.

从康德开始,把普通逻辑(即亚里士多德为代表的传统逻辑)规定为只管抽象形式不管内容的逻辑,把它说成是与内容完全“无涉”的并称之为“形式逻辑”.其实这是错误的.实际上根本不存在那种绝对与思维内容无关的逻辑,任何思维的逻辑形式,都是一定的思维内容的概括,一定的逻辑形式只不过是一定的思维内容的抽象.所谓思维的逻辑形式,它不过是思维内容的一种共性,一种规律性.普通逻辑所提供的逻辑形式,不过是思维和客观事物的相对稳定的、外在的简单关系的共同模式,是凡具有这类特性和关系的事物,都可以运用这种模式来正确思维.这绝不等于说这种逻辑模式就没有内容.而且归根结底,上述这类特性和关系是普遍的,无处不在的,因此作为反映这种特性和关系的逻辑形式,就具有普遍应用性.不能把这种普遍性说成是没有任何内容的空洞的纯粹形式.最初创建普通逻辑的亚里士多德,并不认为他的逻辑是与内容无关的空洞的纯粹形式;相反地,他到处都用客观内容来解释其所总结出的逻辑形式.逻辑形式不是空洞的完全脱离内容的这一点,也包括数理逻辑在内.数理逻辑(符号逻辑或逻辑斯蒂)所概括的是数理思维当中的普遍思维模式,它是用特制的表意符号按照演绎推理的原理构造出形式系统,来表达数理中的概念、命题之间的相对稳定的特性及其外在的简单关系,它也是要以事物内容为基础的.例如数理逻辑中最基本的真值判定以及对表意符号的语义解释,都是离不开内容的.所以,康德对普通逻辑的“形式逻辑”规定,是似是而非的.他误把具有普遍性的事物的相对稳定特性及其简单关系的逻辑概括,说成是脱离一切事物内容的纯粹主观的、先天的理智自身的空洞形式.因而,他的观点是不科学的,是应该抛弃的.但是,康德观点的影响是深远的,以致到现在还有不少人把它当作科学的规定,而认不清逻辑的科学本质.仍认为普通逻辑,只研究纯形式而不涉及任何内容.从而把相对的抽象化和形式化,误认为是绝对的抽象化和形式化.即使是承认有辩证逻辑的人,也还有些人只承认辩证逻辑是形式与内容统一的,而形式逻辑

是与内容无涉的.其实,包括辩证逻辑,也是可以形式化的.只要在语义解释上,搞清楚相对稳定性的表意符号与运动、转化的表意符号的辩证关系(对立统一关系),在语法上给出相应的恰当处理,那么,就可以构造出辩证逻辑的形式化系统.辩证逻辑同普通逻辑在形式化的可能性上是一样的,都可以相对地抽象出其形式方面加以着重研究.虽然它也和普通逻辑一样,在思维实际中,形式与内容总是不可分的,而且它们二者在研究形式时,都同样地必须结合内容.只不过二者的形式和内容本身有所不同罢了.比较普通逻辑来说,辩证逻辑是思维的辩证本性和辩证关系的概括.这种辩证本性和辩证关系,是事物以及思维的内外统一特性的全面的多样关系的概括,因此是更能准确地深刻地全面地揭示事物的本质特征及其规律.而且辩证逻辑是把普通逻辑包括在自己的系统之中的,普通逻辑是辩证逻辑的构成要素和基础.以普通逻辑为基础的辩证逻辑系统,完全是一种新的全面性的逻辑系统.它的组成要素和结构是与普通逻辑有本质差异的.这里还要说明的是康德的"二一体"逻辑,在逻辑体系上虽说突破了亚里士多德的"单一体",但在逻辑基本原则上,仍然遵守亚氏的"矛盾律",而不是"矛盾统一律",因此在根本性质上,仍未完全突破亚氏逻辑.只有黑格尔的"三一体"逻辑,才真正在本质特征上,突破了普通逻辑原则,彻底地构成了"矛盾统一"的逻辑结构系统.

在辩证逻辑的逻辑结构系统中,虽然也包括概念、判断和推理,但它们的结构形式、性质以及它们在系统中的地位和作用都不同于在普通逻辑中的情况了.因此应把它们名之为辩证概念、辩证判断、辩证推理,其整体体系应名之为辩证逻辑系统.如果说普通逻辑系统是个抽象概念系统的话,那么,辩证逻辑系统就是个包括了抽象概念系统的具体概念系统或辩证概念系统.

2.1 辩证概念

从一定的意义上说,任何逻辑系统,归根到底,都不过是研究

概念、范畴的本质特征及其相互关系的学说.只不过研究的角度、原则和方法不同,因而其水平和深度也就不同.关于概念的研究,亚里士多德的普通逻辑,是从概念的相对稳定性的角度,遵循“同一对象”、“同一情况”、“同一时间”这“三同一”的原则,运用“抽象规定”的方法,建立其概念理论系统的.因此,它所达到的,只是对概念的抽象规定,以及在这种抽象规定基础上的外在的普通易见的简单关系.其结果只是概括了概念的一部分特性而非全部特性;只概括了概念的外在简单关系,而非内在的以及内外统一的复杂辩证关系.当然,思维活动,必然要从这种普通逻辑开始,甚至有些日常简单思维仅用普通逻辑也就能够满足实践需要了.但是,关于复杂事物的思维,就不够用了,而且即使是对简单的事物的真正彻底的科学认识,普通逻辑的概念也是不够用的.这就需要运用辩证的概念.那么,辩证概念的特点是什么呢? 它有如下三个方面.

2.1.1 辩证概念是普遍性、特殊性、个体性的统一.

亚里士多德在其《工具论》的《范畴篇》中,通过语言的复合词和非复合词是如何表达事物的情况,对命题中的主词和宾词所表达的概念、范畴的种类和关系,进行了系统的研究.并具体地列出十范畴:实体、数量、性质、关系、何时、何地、所处、所有、动作、承受.他指出:“这些词自身并不能产生任何肯定或否定,只有把这样的词结合起来,才能产生肯定和否定.”[①]进而亚里士多德分别论述了这十范畴所包括的各种概念的特性和它们的相互关系.例如关于“实体”范畴,他举出“个别的人”(“个体”)、“人”(“属”)、“动物”(“种”)的例子,说明“个体”被“属”所包含,“属”又被“种”包含[②].又例如关于“关系”范畴,他指出:“它们或者通过别的事物,或者与别的事物相关而被述说.如‘较大的’,就是与别的事物比较

① 亚里士多德全集,中译本,第1卷,中国人民大学出版社,1990:5.

② 按现在国内通行的译法,“属”应为“种”,“种”应为“属”.

而被说成是较大的，因为当我们说某物较大时，就是指它比别的事物大．我们说某物是‘两倍’的，乃是说它是其他某物的两倍．”①等等．

亚里士多德所论述的概念间的包含关系、比较关系，都是事物间的外在关系，而且是在“三同一”前提下所考察的事物间的关系．根本没涉及事物的内在辩证本性和辩证关系，而且亚氏范畴表（概念系统）只是对事物的一种直观的表述系统，而不是内在的本质的发展规律的表述系统．这就是亚氏所创立的普通逻辑的根本特点．运用这种逻辑所形成的概念是只反映对象间的单一的特性（抽象一般）．用这种概念所组成的判断，也只是关于对象的抽象一般规定，推理也是如此，只不过是对对象的抽象一般规定的论证．例如：“植物是生物，此松树是植物，所以，此松树是生物．”其中“此松树”包含在“植物”中，“植物”又包含在“生物”中；“此松树”被断定为“植物”，“植物”被断定为“生物”，据此论证“此松树是生物”的断定是必然的．所得到的只不过是“此松树”的抽象一般——“生物”．

康德鉴于这种抽象逻辑，对“理念”的论证是不全面的，他发现了“理念”总是合乎逻辑地具有着两个相反的规定，而不是单一的抽象规定，例如他认为：“世界上一切都是由单一的东西构成的”并且“一切都是复合的”．如果就前例说，则“此松树”不仅是“植物”，并且也是“生物”．即作为反映对象的“此松树”概念，不仅只反映着“此松树”的“植物”的属性，同时也反映着“生物”的属性，即：“此松树既是植物又是生物．”

从亚里士多德把概念作为“单一体”的抽象性规定到康德对概念的“二一体”的对立规定，是一种突破，但仍未真正科学地揭示概念的辩证本性．这种概念的辩证本性，即概念的个体性、特殊性与普遍性的有机统一的揭示是黑格尔的功绩．

首先，黑格尔把思维比喻为一面精神世界的网，他认为：“在这

① 亚里士多德全集，中译本，第1卷，中国人民大学出版社，1990：18．

面网上，到处都结着强固的纽结，这些纽结是精神的生活和意识的依据和趋向之点，它们之所以强固有力，要归功于这一点，即：假如它们呈现于意识之前，它们就是精神、本质的自在自为的概念."[1]就是说，处在思维之网上的"纽结"——概念，是对"自然事物和精神事物"的"本性"和"独特的本质"的"自知"的认识形式；它是"在现象的繁多而偶然中和在倏忽即逝的外表中的真正常在的和实质的东西."它"把精神提高到自由与真理"[2]的高度上来. 列宁肯定了黑格尔关于概念、范畴的正确思想，更明确地科学地指出："在人面前是自然现象之网. 本能的人，即野蛮人没有把自己同自然界区分开来，自觉的人则区别开来了. 范畴是区分过程中的一些小阶段，即认识世界过程中的一些小阶段，是帮助我们认识和掌握自然现象之网的网上纽结."[3]

其次，黑格尔认为，作为"网上纽结"的概念、范畴，都处在彼此联系之中，处在相互规定之中，因此，每一个概念、范畴，都"包含许多规定"，都不是孤立的单一性的抽象规定，而是"多样性的统一"、"诸多关系的综合". 因为任何概念都不是孤立的，而是处在一个思维之网中，处在与其他概念的一定的联系之中. 一种联系就是一种关系，每种关系都是一个概念本身的规定. 也就是说，任何一个概念都是诸多关系的综合体. 如前例"此松树"这个概念，它就是"此松树"、"植物"、"生物"三种规定的统一. 即普遍性("生物")、特殊性("植物")、个体性("此松树")的统一. 或者说，任何概念都是一个对立统一体. 这就是概念的辩证本性，这也就是辩证概念不同于抽象概念的根本特点.

如果对辩证概念也进行一下分类的话，那么，也可以相对地把处在一个系统中的概念分为普遍性概念、特殊性概念与个体性概

① 逻辑学(4)，中译本，商务印书馆，1974：15.

② 同上，第 14 页.

③ 列宁全集，第 38 卷，人民出版社 1959：90.

念.但必须明确,普遍概念也不过是特殊概念与个体概念的对立统一;特殊概念不过是普遍概念与个体概念的对立统一;个体概念不过是普遍概念与特殊概念的对立统一.例如前例的"此松树"、"植物"、"生物"作为一个概念系统,其中相对地说,个体概念"此松树"是"植物"与"生物"的对立统一;特殊概念"植物"是"此松树"与"生物"的对立统一;普遍概念"生物"是"此松树"与"植物"的对立统一.在此系统中,任何一个概念,如果脱离其他两个概念,都是不可理解的,都无法分类,无法明确其规定性.

普通逻辑的概念分类,都是首先把概念看作为孤立的思维的逻辑形式,在此前提下,把概念按外延划分为相容的和不相容的,而且只把两个孤立的概念拿来进行外在关系的比较.从而再在相容的关系之下,划分为全同关系(例如"等角三角形"与"等边三角形"外延完全重合)、真包含关系(例如"规律"与"思维规律",前者部分外延与后者全部外延重合)、真包含于关系(例如"大学生"与"学生",前者全部外延与后者部分外延重合)、交义关系(例如"医生"和"科学家",前者部分外延与后者部分外延重合),在不相容关系之下,划分为矛盾关系(例如"有色金属"与"黑色金属",前者与后者外延之和等于它们的属概念——"金属")、反对关系(例如"白色"与"黑色",二者之和小于其属概念——"颜色").这种普通逻辑的概念关系的划分是"短"而"浅"的,既未看到概念的三层次系统;又没看到概念三层次之间的互为前提、互相渗透的有机关系.至于把概念分类为肯定概念与否定概念、普遍概念与单独概念,集合概念与非集合概念,则更是孤立地只看一个概念本身的某种任意特性,而非根据概念的辩证本性.普通逻辑的这种关于概念分类、概念关系的理论,对把握概念的确定性、明晰性,可以起到一定的作用,但带有很大的偶然性、片面性和任意性,不能根本把握概念的必然本质特征及其辩证关系.

2.1.2　辩证概念是个体系

作为精神现象之网的逻辑形态，就是概念系统或概念体系. 在概念系统中的个体概念，实质上也不过是系统整体的缩影，是整体系统的蕴涵形式. 因为，系统中的任何概念，都是处在与其他概念的一定联系和关系中，离开这种联系和关系的概念是不存在的. 例如经济学中的“商品”这个概念，它总是处在与“抽象劳动”、“具体劳动”、“价值”、“资本”、“利润”、……等等概念相联系之中，离开了“劳动”、“价值”、“交换”、“货币”、“资本”、“利润”之类的概念体系，“商品”就什么也不是；只有从它同系统中的其它概念的联系、关系中，才能明确它的确切内涵. 因此，科学地来说，任何系统中的任何概念，都是一个概念系统的蕴涵形式. 它所内蕴的，就是由其它诸多概念所规定的诸多属性和关系，概括起来，就归结为普遍性、特殊性、个体性的互为前提互相依存互相转化的辩证关系. 因此，不能把概念只看作某种单一的抽象的属性规定；而应该把概念看作是概念体系(或概念系统)的潜在形式. 这种对概念的辩证理解，对任何科学体系中的概念都是适用的和必需的. 各种科学都有其独特的体系，因而其体系中的概念也就有其特定的涵义，各自都是其特定体系的蕴涵形式，甚至同类学科的各种体系中的概念亦皆如此. 例如，“力”的概念，在牛顿力学中，与在爱因斯坦的相对论中是不同的；“三角形”的概念在欧几里得几何中，其“内角之和等于两个直角”，在罗巴切夫斯基几何中，其“内角之和小于两个直角”，在黎曼几何中，其“内角之和大于两个直角”，等等.

概念体系，除了表现为体系中的个别概念这种蕴涵形式或潜在形式之外，还有它的展开形式. 这种展开形式，就是各种科学(包括哲学)的概念的整体系列. 例如粒子物理学的概念的大致整体系列是：

(一)粒子的种类，按其特殊性质则可分为普通粒子：光子(γ)、电子(e)、正电子(e^+)、μ子(μ^+，μ^-)、中微子(ν_e，ν_u)、反中微子($\bar{\nu}_e$，

$\bar{\nu}_u$)、重轻子(τ^+,τ^-)、π介子(π^+,π^-,π^0)、质子(p)、反质子($\bar{p}$)、中子(n)、反中子($\bar{n}$)等；奇异粒子：K介子($K^+,K^-,K^0,\bar{K}^0$)、Λ超子(Λ^0)、Σ超子($\Sigma^+,\Sigma^-,\Sigma^0$)、$\Xi$超子($\Xi^-,\Xi^0$)、$\Omega$超子($\Omega^-$)等；共振粒子：$p,\omega,\eta,\delta,K^*,f,N,\Delta,\Lambda,\Sigma,\Xi$等；新粒子：$J/\Psi,\Psi,D^{\pm},D^*,F,F^*,\Lambda_c^+,\Sigma_e,r$等.根据普通粒子和奇异粒子的静止质量大小，又可将之划分为四族：光子族，有光子(γ)；轻子族，有电子(e)、中微子(ν_e,ν_u)，μ子(μ^+,μ^-)以及它们的反粒子；介子族，有π介子(π^+,π^-,π^0)、K介子($K^+,K^-,K^0,\bar{K}^0$)、η介子；重子族，有质子(p)、反质子($\bar{p}$)、中子(n)、反中子($\bar{n}$)、Λ超子(Λ^0)、Σ超子($\Sigma^+,\Sigma^-,\Sigma^0$)、反$\Sigma$超子($\bar{\Sigma}^+,\bar{\Sigma}^-,\bar{\Sigma}^0$)、$\Xi$超子($\Xi^-,\Xi^0$)、反$\Xi$超子($\bar{\Xi}^-,\bar{\Xi}^0$)、$\Omega$超子($\Omega^-$)；反$\Omega$超子($\bar{\Omega}^-$)等.

(二)粒子模型："费米和杨振宁π介子模型"(认为π介子是由质子、中子、反质子、反中子组成的)；"坂田(昌一)π介子模型"(认为π介子、K介子、Σ超子、Ξ超子都是由质子、中子、Λ超子和它们的反粒子组成)；"夸克(quark)模型"(用"夸克"(u,d,s)及其"反夸克"($\bar{u},\bar{d},\bar{s}$)代替坂田模型的基础粒子)；"夸克"——"粲夸克"(C,$\bar{C}$)模型；"夸克"——"底夸克"(b,$\bar{b}$)模型；"层次模型"……等等.

(三)粒子的相互作用.分为电磁相互作用、弱相互作用、强相互作用、引力相互作用.粒子物理学的这个概念体系，反映着至今为止所发现的三百多种粒子的类型、特性，以及它们之间的矛盾对立统一的辩证关系，每一种粒子都有与其矛盾对立的粒子相伴，各具其为内在矛盾所制约的特征；各种粒子都具有着为其特性所产生的不同的相互作用的关系.如此呈现着粒子世界的辩证景观.

2.1.3 辩证概念是个从抽象到具体的过程

辩证概念的形成是个过程，它需要运用思维的分析、抽象和概括，对感性直观对象材料进行逻辑加工，先形成对对象的某些一般规定.这种一般规定，或者是对象的一般共性，或者是某些对象之

间的某种关系，或者是对象结构的某些侧面. 这类关于对象的规定，就是一些彼此尚未呈现其内在辩证本性和辩证关系的一些抽象概念. 例如 2.1.2 中所举的粒子物理学概念体系中的电子、质子、中子、中微子……等等，当它们反映的是在运动轨迹中被发现、并被明确其本身特性的各种粒子时，它们都是一个个抽象的概念. 从逻辑抽象的角度上看，它们是彼此不同的、并列的；它们都是粒子的属概念；它们之中的每一个都与粒子这个概念有种属关系. 在这种抽象水平上，来分析这些概念、运用这些概念，必须遵循普通逻辑的规律. 遵循这种逻辑规律，对确切地、清楚地把握这些概念是必要的，是思维、认识所不可避免的必经阶段. 但是，思维、认识不能停留在这个阶段，还必须深入对象的内在方面及其辩证关系. 不过思维、认识对象的这一步，从思维认识对象的总体上来说，也就是辩证思维的开始和起步. 即从对象的感性具体，得出抽象的规定，这是辩证思维的起步阶段，是辩证概念形成全程的一个必要阶段. 因为不对联系着的对象加以分析，就无法科学地深入对象的内部；不对处在运动中的对象加以相对地静止化、僵化，也就无法思考和描述总体运动. 这是思维、认识对象必经的逻辑步骤，也是不可逾越的逻辑阶段. 所以，这个逻辑阶段，也就是辩证思维的逻辑起点阶段；不能认为这个阶段是在辩证逻辑思维之外的某种绝对独立的逻辑阶段. 当然，辩证逻辑思维不仅仅包括这个阶段，更重要的是还必须在抽象同一逻辑规定的分析基础上，通过综合性的对立的逻辑规定，最后达到分析与综合统一的对立同一规定，也就是最后实现逻辑思维上的辩证的具体的逻辑规定. 这就是说，逻辑思维还须从第一步的抽象分析，跨入第二步对分析开来的抽象规定的综合规定；然后再进一步跨入第三步的分析与综合的辩证统一的规定. 就粒子物理学的概念系统来说，第二步的概念，则应是电子与正电子、质子与反质子、中微子与反中微子、中子与反中子……等等的正、反综合规定. 第三步则应是粒子诸综合规定的综合结构模型及其各种相互作用的多样性的综合规定. 甚至要作出象

爱因斯坦所理想的那样大统一或超大统一的理论规定系统.大统一理论就是要找一个更大的规范群 G,它应包括 $U(1)\times SU(2)\times SUc(3)$. $SU(5)$是种规范群的最简单的例子,即 24 个规范玻色子,其中有 12 个是:一个光子,3 个中间玻色子和 8 个胶子;此外则应为 12 个规范玻色子.在此情况下,强相互作用、弱相互作用、电磁相互作用这三种相互作用,到能量为($10^{14}\sim10^{16}$)GeV 时,就统一为一种相互作用.当粒子间相互作用能量增多时,弱作用逐渐增强,强作用逐渐减弱,电磁作用就缓慢地变强.亦即,在低能量下,强、弱、电作用分别满足 $SU_C(3)$和 $SU(2)\times U(1)$对称性;当能量高达($10^{14}\sim10^{16}$)GeV 时,则强、弱、电作用满足统一的 $SU(5)$对称性.超统一理论,是把强、弱、电三种作用和引力作用更大地统一起来的规范理论,认为粒子的四种相互作用可能有一个共同的起源,物理学家们正在为此而努力.从辩证逻辑角度看,粒子物理学正在为实现微观物理世界的理性具体概念而努力,物理学家所要把握的是"多样性的统一"、"诸多关系的辩证综合"的、为具体概念所表陈的物理世界总体的具体真理.这种具体概念、具体真理的把握历程,是辩证逻辑概念的一种现代尖端科学典型历程:从对粒子的同一性的抽象分析规定到综合性的对立规定,再到分析与综合统一的对立同一规定.这就是粒子物理学的辩证逻辑概念体系.

应该明确的是,这种辩证概念的形成历程的具体逻辑结构,还必须通过辩证判断和辩证推理来具体展开.这正如黑格尔的比喻所深刻指出的那样:"植物的种子诚然业已包含有根、枝、叶等等特殊部分,但这些特殊的成分最初只是潜在的,直至种子展开其自身时,才得实现.这种自身的展开也可以看成是植物的判断."①

2.2 辩证判断

辩证判断是辩证概念所内蕴的诸规定的初级展现的逻辑形

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:339.

式.辩证概念的高级展现的逻辑形式是辩证推理.这里主要是先探讨辩证判断这种逻辑形式.

作为辩证概念内蕴诸规定的逻辑展现形式的辩证判断,其最基本的逻辑形式为"S 是(或不是)P",即"主词是(或不是)谓词",例如"这棵树是(或不是)绿色的".其中"是"把"主词"和"谓词"联结起来;"不是"则表示对这种联系的否定.

肯定这种联系,或否定这种联系,都不能看作是主观任意的."是"表明"谓词属于主词"本身,而不是外在的独立无关的两者的任意联结.它是"主词"(表示对象)自身内在规定的陈述或揭示.实质上,判断是概念内蕴的诸规定的分化形式.因此,作为概念分化形式的判断的基本类型,可分为"个体(主词)是普遍(谓词)"、"个体(主词)是特殊(谓词)"、"特殊(主词)是普遍(谓词)"这三种.

判断的主项与谓项,通过系词,表明着主谓项的同一性,即主谓项具有一定的内在联系性;同时也表明着主谓项的差别性,但这种差别性也是内在的差别性.因此,判断形式是主谓项同一性与差别性的内在统一.

判断与命题是不同的.判断是对象一定内在联系的客观表述,因而不能把任意的主词和任意的谓词主观地联系起来而成为对事物的断定.而命题则不然,命题中的主词和谓词没有必然的内在联系,二者可以是或然的两个个体事物,例如:"这束玫瑰花是在某花市上买来的".其主谓项都是个体的东西,"在某花市上买来的"不是"这束玫瑰花"的必然规定性,它与"这束玫瑰花"没必然联系.因此,并不是所有的命题都是判断,虽然判断也是一种命题,但它是对事物内在规定性的揭示的命题.

判断对对象内在规定的揭示,并非只凭单一的某种逻辑形式揭示的,而是一个由浅入深的发展过程.一般地说这种发展过程的逻辑形式是从直言判断到假言判断,再到选言判断.只不过这已不同于普通逻辑只是平列地不结合认识内容地抽象分析这些形式.在辩证逻辑中,判断是多种类型判断的有机系统.并且这种有机系

统是以对事物的逐步深入认识为标志的.即从“定在的判断”到“反思的判断”,再到“概念的判断”.

2.2.1　定在的判断

定在的判断,是判断的最初级形式,它是关于对象感性方面的特定存在的判断.例如:“这棵树是绿色的”.“绿色的”是“这棵树”的感性特性,亦即感性的普遍性.感性的规定是任一特定存在的直接的“质”的规定,因此,“定在的判断”亦称为“质的判断”.

质的判断最基本的形式是肯定判断:“个体是普遍”,如上例,“这棵树”是个体的东西,“绿色的”是普遍的东西.但质的判断的主谓项之间不一定是必然的联系,因为感性的质具有偶然性.“绿色”不必然为“这棵树”所具有,有的树还可能是“红的”.因此,肯定判断可以过渡到否定判断:“这棵树不是绿色的”.否定判断的形式是“个体的不是普遍的”.

“否定判断”是对“肯定判断”的谓词所作的否定,即对“是绿色的”的否定——“不是绿色的”.但这种否定并不等于说主谓词完全失去了联系,因为“不是绿色的”,意味着它是另一种颜色,即是另一种特殊的颜色.这样,“个体的不是普遍的”这个否定判断形式,就等于另一个肯定判断的形式——“个体的是特殊”.

“个体是特殊”这种判断也不能恰当地指出主词所具有的独特性质,因为“特殊”比“个体”的范围还是广的.这又等于“个体又不是特殊”或“个别的也不是一种普遍的”.这就可以进一步把对“否定判断”的“肯定判断”分裂为两种形式:或者是“个体就是个体”的同一性判断——肯定的无限定判断,例如“树是树”;或者是否定的无限定判断,例如“树不是石头”、“树不是老虎”……等等.肯定的无限定判断完全是空洞的同语反复,什么也没断定;否定的无限定判断同样是没有任何限定——断定.这也就是说,从质的肯定判断到质的否定判断,再到无限定判断,实质上是经历了否定之否定的全程.而这个全程,就等于说明质的判断,在本质上对对象没能作

出必然性的断定.这就必然迫使判断向深一层发展,否则就不能正确认识事物.这种深一层的判断就是反思判断.

2.2.2　反思判断

在定在的(质的)判断中,主词(个体)只是处在“自己与自己的联系”之中,它和谓词彼此还只是外在的关系.“绿色”、“不是绿色”、“不是石头”,都与“树”处在外在的、无必然联系的关系中,这也就等于没有关系.而在反思判断中,其谓词不只象定在判断那样,只是简单地陈述主词(个体)直接的质;而是表明主词自身与另一相关事物的联系关系.即表明主谓词之间的相对关系.例如“这台计算机是很有用的”,就表明了计算机和人的价值关系.其他如“人是有新陈代谢的”、“事物是变化的”、“犯罪是危害社会的”等等都是这类反思判断的例子.物体的“广延性”、“冷、热”、“弹性”等皆可为这类判断的谓词.它们都是与一定的主词有相对关系的间接性的反思规定(反思范畴).

反思判断的第一种类型是单称判断.单称的反思判断的逻辑形式也和质的判断一样是“个体的是普遍的”,其主词皆为个体,但反思的单称判断的谓词,则不是“质”,而是“关系”.例如“这植物是可医病的”.

当我们断定“有些植物是可医病的”,则是陈述“一些植物”,它超出单一性而成为“特殊性判断”,“特殊判断”,其逻辑形式则为“特殊的是普遍的”.这时虽已从单称判断上升到特殊判断,但这种特殊判断还只断定了“有一些”,还不是全部真理,因而主词还须上升为“普遍性”,即作出“全称判断”.

“全称判断”是全部个体的总括,例如“所有的正常人都是有思维能力的“这个判断就是对所有的正常人总括起来加以断定.这比只断定“单个人”,甚至比断定“一些人”要全面了,它具有了“全体性”,揭示了作为“正常人”这个“类”的内在普遍性——“思维能力”.但有的全称判断的主词只是个体的机械总和,其谓词并非说

明主词所表示的对象从内在本性上就必然具有谓词所表达的普遍规定性,例如"这一班所有的学生身高都是1.70米."这个全称判断,其主词是此班学生的机械总和,其谓词亦未揭示此班学生之所以是此班学生的内在根据.因此,典型的全称判断应是表达对象的类及其内在根据的判断.

全称判断虽然可以表达主谓词之间的内在联系,但在逻辑结构上,还不是充分的.即表达主谓项的内在必然联系上,还需有更全面确切的判断形式,这就是必然判断.

2.2.3 必然判断

必然判断是在逻辑结构(逻辑形式)上能够明确表达主谓项之间的必然联系的判断.这类判断的具体类型有假言判断和选言判断以及模态判断.

假言判断的逻辑结构是"如果 S,那么 P",它比直言判断的逻辑结构(如上述2.2.1和2.2.2中的"S 是(或不是)P"要复杂一些.在假言判断中,有"如果……,那么……"的逻辑联结词."这种联结词在语言中可以在不同语境中,有很多不同的含义;而在逻辑中,它是反映必然联系的,而且主要是以因果关系为基础的.例如"如果它是树,那么它就是植物","如果他是正常的人,那么他就有思维能力"等等,都明确地表明着两个事物之间的必然联系.这类判断一般都表明事物的类和其所属的种的必然联系.但这类假言判断也有其局限性,即它只能表明一类中的一个种,例如植物这个类包含着许多种,不只是树这一个种,其它花、草也都是植物,因此,要想表达主谓双方一致的普遍性必然联系,就必须进展到选言判断.

选言判断的逻辑结构是"S 或者是 P_1,或者是 P_2,或者是 P_3,……",例如"植物或者是树,或者是花,或者是草,……".这种选言判断"类"和"种"的全体性得到了一致的表达.

选言判断比假言判断的优越之处是它能表达类种一致的普遍

性,但它仍未明确必然联系的逻辑构成.因此就须有能在逻辑构成上表明这种必然联系的判断形式,这种形式就是模态判断.

模态判断是具有“必然是”(或“可能是”)逻辑词项的判断,其典型的逻辑结构是“S 必然是(或可能是)P”.例如“爱因斯坦创立了相对论,他必然名垂史册”.这类判断,表达了主词具有某种特殊性,即表达了必然性的根据,因此它必然与谓词的普遍性相符合.这里所断定的是“个体”(爱因斯坦)、“特殊”(创立了相对论)、“普遍”(名垂史册)三者的必然联系,明确地建立起来.即作为概念内在的三个环节的必然联系,明确地揭示出来.

在必然的模态判断中,特殊性(例如“创立了相对论”)成了个体性(如“爱因斯坦”)与“普遍性”(如“名垂史册)的**中介**,于是主谓项完全统一起来,供三者结合为一个有机的整体.而这种整体的逻辑形式,在实质上已是过渡到推论了.

2.3 推论

推论,亦称推理.称“推理”一般是侧重推论的逻辑形式方面说的,它相对于判断形式来说,是思维的更复杂、更全面、更高级的逻辑形式.如果说判断一般是由两个项(主、谓项)组成的,那么,推理则是由三个项组成的,除判断的主谓项之外,还有更重要的组成部分,即中项.其最典型的一般公式为:

$$\frac{\begin{array}{c} M — P \\ S — M \end{array}}{S — P}$$

其中 S 为主项,P 为谓项,M 为中项.例如:

所有的玫瑰花都是植物,

这朵花是玫瑰花,

所以,这朵花是植物.

这个例子就是一个具有客观内容的推理,是推理逻辑形式与客观事物内容相统一的一个推论.

推论是人类理性特点的最集中的体现.通过推论,人们就可以正确反映事物的诸多因素(概括为个体、特殊、普遍)的有机的必然联系,从而认识事物的本质和规律,并据以改造世界.

说推论是能够把握事物本质联系,是指其最终结果说的.推论是个复杂的、多样化的、有阶段性的全过程,是个由初级到中级再到高级的理性层次系统.这三个层次就是质的(定在)推论——反思的推论——必然的推论.

2.3.1 质的推论

质的推论有三式.第一式是个体性(用 E 表示)以特殊性(用 B 表示)为中项而与普遍性(用 A 表示)相结合.它的公式为:"E——B——A".例如"这棵树是绿色的,绿是一种颜色,所以,这棵树是有颜色的".这种推论之所以称"质的推论",是因为其中项——特殊性(绿色)是一种抽象的质的规定性,这种规定性(绿色)并不是"这棵树"之所以是"这棵树"的内在本质规定(内在的根据),它与是不是"树"没有必然联系;同样的,这个推论的特殊性(绿)和普遍性(颜色)的关系也是外在的,"绿色"(特殊性)不过是颜色(普遍性)的特性之一;同样的,个体性(树)与普遍性(颜色)也不具有内在的本质联系,"颜色"不是"这棵树"之为"树"的内在根据.这样的推论,各项之间的关系是偶然性的联系,因此可以任意设置中项,设这个中项就可得这个结论;设另一个中项就可以得另一个结论,甚至是得出相反的结论.只要能拾取一种偶然的中项,就可以作为推论的理由.特别是在社会生活中,为了一己的利益,可以任意找到理由.

质的推论的第二式是:普遍(A)——个体(E)——特殊(B).例如:"这棵树是有颜色的,这棵树是绿色的;所以,绿色是颜色."这第二式是第一式的必然发展结果,在第一式中,通过特殊性的中介,个体性与普遍性联系起来,这样,就可过渡到第二式,即这个体性就成为既与特殊性建立起联系,又与普遍性建立起联系,因而这

个体性就成了特殊性与普遍性的中介,从而把特殊性与普遍性联系起来.所以,这第二式的特点就是以个体性为中项.它说明普遍性与特殊性的结合只是在个体性中发生,这只能是偶然性的而不是必然的.它进一步表达了第一式的偶然性实质.

通过第一式的结论,普遍性与个体性建立起联系;通过第二式,普遍性又与特殊性建立起联系.这样,普遍性就既与个体性建立起了联系,又与特殊性建立起了联系,因而普遍性就可成为中项,而使推论发展为第三式:特殊(B)——普遍(A)——个体(E).例如"绿色是一种颜色,这棵树有这种颜色;所以,这棵树是绿色的."

以上这推论三式,是个推论的基本形式的全过程.这个全过程说明:

第一,每一式的大小两个前提,都是另外两式的结论.例如第一式(E——B——A):

这棵树是绿色的,

绿色是颜色,

所以,这棵树是有颜色的.

它的第一个前提"这棵树是绿色的"是第三式的结论.它的第二个前提"绿色是颜色"是第二式的结论.同样的,第二式的第一个前提"这棵树是有颜色的"是第一式的结论;第二式的第二个前提"这棵树是绿色的"是第三式的结论.同样的,第三式的第一个前提"绿色是颜色"是第二式的结论;第三式的第二个前提"这棵树是有颜色的"是第一式的结论.这种情况就说明:这三个式中的任何一式,都是得到了其他二式的论证.三式共同形成了一个互相论证的逻辑园圈.这个逻辑圆圈正是推论的逻辑必然联系的体现.

第二,这个逻辑圆圈正是概念中所包含的个别、特殊、普遍三环节的自我中介、自我论证的过程,也是三环节具体展开的逻辑形式.

第三,这个逻辑圆圈虽然是概念三环节有机联系的展开形式,

但在质的推论阶段,由于其内容联系的偶然性特点,所以不能充分展现对象本质的规律性.因此需要新的推论形式来体现概念的深层必然联系,这就是反思推论形式.反思推论形式,也就是质的推论三形式全体所最后展示的,每个环节都是其他两环节的互相映现和反思.

2.3.2 反思推论

反思推论的第一式是全称推论.例如"凡人皆有死,亚里士多德是人,所以,亚里士多德有死."这种推论,其中项("人")把其他两个端项("亚里士多德"和"有死")准确地、必然地结合起来,"人"不再像在质的推论中那样仅是主项("亚里士多德")的一片面的抽象的偶然性的规定,而是"凡人",即包括了一切个别的人,所以他必然地把主项与谓项("有死")联系起来.

但,全称推论的大前提"凡人皆有死"是需要论证的,而这种论证形式就是归纳推论,这也就是反思推论的第二式,例如:

亚里士多德是人,
康德是人,
黑格尔是人,
………
亚里士多德、康德、黑格尔……都有死;
所以,凡人都有死.

这种归纳推论的中项是所有的人的完全列举,但完全列举所有的人,这是不可能的.这就是归纳的局限性,为了克服这种局限性,那就须用反思推论的第三式——类比推论来进行推论.例如:

亚里士多德在机体停止新陈代谢时死亡;
康德的机体也会停止新陈代谢;
所以,康德也要死亡.

可以用同样的类推来论证黑格尔……等所有的人皆有死.

这种类比推论的中项(例如上例的"停止新陈代谢")必须是类比对象的内在本性或对象类的根据.但这一点,类推形式本身并不

能绝对保证.有时其中项并非对象的内在本性或根据,例如"爱因斯坦是人,他是个杰出的物理学家;张某也是人;所以,张某也是杰出的物理学家."这个类推就不是必然的.因此,类推还是有局限性的,这就需要发展为必然推论.

2.3.3　必然推论

必然推论的第一式是假言推论.例如:"如果亚里士多德是人,则其必有死;亚里士多德是人;所以,亚里士多德必有死."这种推论在形式上,表现了主项(个体性的"亚里士多德")与谓项(普遍性的"死")的必然联系关系,这种关系是通过中项(特殊性的"人")来体现的.通过这个中项,展现出主谓项这两端的条件关系或因果必然关系,排除了偶然性联系.但这种假言推论还是有不足之处的,它只能断定作为类的人之中的个别——"亚里士多德".而不能断定作为类中其他人是否"有死".这就导致选言推论.

选言推论是必然推论的第二式,这种推论以诸多个体为中项.例如:"有理性的人或者是亚里士多德,或者是康德,或者是黑格尔,或者是马克思,……;有理性的既是亚里士多德,又是康德、黑格尔、马克思……,并且他们是所有的人;所以,所有的人都是有理性的."

选言推理的中项是个体的全类,这固然是很确实地表达着"主项"("所有的人")与"谓项"("有理性的")的必然联系;但它尚未表明为什么具有这种必然联系的事实.因此,就必须发展为模态推理.

模态推理是必然推理的第三式,它也是推理的最高形式.这种推理以普遍性为中项,并且表达出两个端项(主项(个别)与谓项(特殊))必然联系的根据.例如"因为正常的人都有最精密物质组织起来的大脑,所以必然具有理性;亚里士多德、康德……等是正常的人并且他们就是所有的人;所以,亚里士多德、康德……等所有的人,都必然有理性."实际上,在这类必然推理中,主项、谓项、

中项,完全一致了,它们三者只在推理形式的位置上尚有些差别,而在内容上,都具有同等的普遍性,都是同一个类,“正常的人”、“有理性的人”、“所有的人”,都是指“人类”.

从这种模态推理中,可以看到,具有这种必然形式与普遍性内容完全一致的推论,事实上,它已不是一个简单的推理形式,而是几种简单的基本推理形式的复合体.其中第一个前提实际上就是一个推论;第二个前提也是一个推论.这就充分表明,一个能够充分展开概念内蕴系统的推论,必然是一个有机的推理网络,是多个推理基本形式构成的大的逻辑圆圈.这种大的逻辑圆圈,在上述2.3.1,2.3.2以及2.3.3的整体发展过程中虽然得到了一定的体现,但它尚未能清楚明显地准确地表达出辩证推理的整体系统.这种辩证推理系统应该得到更确切的总结和概括.黑格尔并未作到这一点,这就需要我们后人来探索并完成此项历史使命.

2.3.4 辩证推理的整体模式

如前所述,辩证思维的最基本的逻辑形式是概念系统,但概念系统是辩证思维的凝缩系统,或者说是辩证思维的隐涵系统,它并不是具体展开的系统.辩证思维的初步展开系统是辩证判断系统,而辩证推理系统才是辩证思维的全面展开的系统.

上列的质的推理、反思推理、必然推理,分别地揭示了辩证推理整体系统的各个阶段的特点.这些特点,是通过传统形式逻辑(普通逻辑)的一些推理形式展开的,但传统形式逻辑的逻辑形式(包括传统逻辑推理)是有很大的局限性的.实际上传统形式逻辑推理是单一体的逻辑推理,即通过它们所推出的结论只是对对象的片面规定或单一属性的断定.这一点包括必然推理的模态推理在内,都是如此.因此不能特别具体地、确切地展现辩证思维整体的推理过程.如前所述,辩证思维是从单一体开始,通过二一体的中介,最后上升到三一体.就是说,辩证推理的整体系统,是个辩证思维全过程的逻辑形式系统,它是从单一体推理到二一体推理,从

二一体推理上升到三一体推理，它对对象所得出的断定应该是：从单一的、片面的规定到多面的规定（起码是两个方面相互联系的规定），再进一步到全面的整体的有机的对立统一的规定. 这种辩证推理系统，是任何辩证思维所必须运用的逻辑形式，并且在实际思维过程中，这三个阶段的推理形式（单一体、二一体、三一体）是紧密联系起来，形成一个完整的推理大系统模式. 例如在哲学史中，古代哲学家们就对“世界是什么”进行了长期的分析论证，有两派的分析论证是具有代表性的. 一派是爱利亚学派的巴门尼德（Parmenides）的代表性论证，即他根据对世界中各种具体存在的归纳论证，得出“世界是有”的概括结论；另一派是佛教学派根据他们的归纳概括，得出“世界是无”的结论. 这两派都认为自己的结论是对“世界”的最高的抽象概括，各执对立的一端. 这种分析论证的方式，是古代思维的最普遍的典型方式，即对所分析论证的对象得出单一体的结论，只概括出一种抽象的普遍性的断定. 到了近代，德国古典哲学家康德在分析论证理念（具有最大普遍性的概念，如“存在”、“世界”等）时发现了“二律背反”，例如“世界在时间上和空间上既是有限的又是无限的”，“世界上的一切都既是由单一东西构成的又是复合的”……等等，这些论断的双方都很合乎逻辑，但结论中却包含着两个相互矛盾的正题（例如“有限”）与反题（例如“无限”），而且这证明“理性一分为二”了，即任何关于理念的论证都包含着两种相互矛盾的论断. 康德认为这是一种理性本身不可避免的困惑. 就是说，康德发现了人类认识事物，就必然得出具有逻辑矛盾（在传统普通形式逻辑矛盾律的意义上）的正题与反题. 用康德所发现的“二律背反”思维的逻辑方式来分析论证“世界”就必然得出“世界既是有、又是无”的结论. 康德的发现，确实使单一体的逻辑思维模式被突破了，康德的模式是二一体的模式. 康德认为这是不能不承认的“无可奈何”的困惑. 到了黑格尔，这个困惑才得以解决. 黑格尔认为，“二律背反”是事物本身具有的内在矛盾，是“逻辑矛盾”所反映出来的“辩证矛盾”，如果我们的思维的逻辑

再跨进一步,不仅可以解决这种困惑,而且会"豁然开朗",看清事物内在的"诸多关系综合"的"对立统一规律".就论证"世界"来说,可以推出"世界是有与无的对立统一"的结论.即:得出一个"合题".这就使得逻辑推理从康德的二一体上升到了三一体,实现了突破的再突破,从而使人类掌握了完整的辩证推理模式.如果我们把上列哲学史上分析论证"世界"的整体历程所逐步完善的推理模式,用推理公式的形式概括出来的话,那就应该是这样:

世界是有(爱利亚学派的单一体的归纳结论);

世界是无(佛教学派的单一体的归纳结论);

所以,世界既是有又是无(康德以上列正反二题为前提演绎出来的二一体的结论);

有与无既是对立的又是统一的(黑格尔在康德二一体的基础上深入分析所得出的辩证前提);所以,世界是有与无的对立统一(黑格尔所论证的三一体结论).

这种辩证推理模式系统,不仅对最普遍的哲学概念(如上例中的世界概念)能够作出全面的深入的分析论证.而且它适用于任何具体的对象的分析论证.总之,只要想达到对事物的辩证分析论证,就必须运用这种辩证推理模式系统.例如我们对最具体的"这朵玫瑰花"的辩证分析论证,就必定要运用象论证"世界"一样的推论模式:

这朵玫瑰花是植物;

这朵玫瑰花是生物;

所以,这朵玫瑰花既是植物又是生物;

植物与生物既是对立的又是统一的;所以,这朵玫瑰花是植物与生物的对立统一.

这种从单一体到二一体,再上升到三一体的推理模式系统,大致相当于黑格尔在其《逻辑学》中,运用传统逻辑推理形式所概括阐述的质的推论、反思推论、必然推论.但由于传统推理的各种形式,基本上没突破单一体的模式,因此未能充分展现辩证推理全部本质特征.我们这里对辩证推理模式系统则完整地揭示了其三个

阶段的辩证发展全程，明确地展现了辩证推理是从单一体的肯定式发展为二一体的辩证否定式，最后发展为否定之否定的辩证肯定式. 这一公式，也正是人类思维从片面性、单一性，到全面性、多面性，再到具体的对立统一性的全过程. 人类的思维发展之从初级到高级的史实正是如此，因此，它是思维史的概括. 同时，它也是现代具有辩证思维能力的人所千百万次地不断重复运用的辩证思维逻辑模式，因为现代辩证思维，正是人类辩证思维发展的总结和概括，正是辩证思维史的凝缩形式.

3 辩证推理系统在辩证法范畴推演中的具体运用

辩证推理系统，是一切辩证思维的普遍必需的逻辑模式. 无论是哲学思维，还是实证学科的思维，也无论工程技术实践中的实际思维，还是日常生活中的思维，只要想达到对事物本质的规律性的认识，就必须运用辩证推理系统. 由于认识标准受着历史时代的局限和制约，不同时代有不同的认识事物本质的标准. 古代以及中世纪的认识事物的本质的标准，只是运用单一体逻辑模式所达到的抽象概括认识，即达到对事物抽象一般属性的断定. 这种断定，从现代思维认识标准来看，也只是达到了初级本质的认识. 到了近代，则以康德"二律背反"的二一体逻辑为代表的"多面性"的认识，即达到了突破单一体片面性认识的水平，而上升到二一体的二级本质的认识水平. 由黑格尔的《逻辑学》开始，则提出了三一体逻辑模式，从而使人们的思维方式提高到能把握事物的"多样性的统一"、"诸多关系的综合"的水平，这就是三级本质的认识. 这也就是现代辩证思维方式. 而现代思维方式的核心内容(就其结构来说)，也就是辩证推理系统.

辩证法是一种哲学思维方法，这种方法始于古代的哲学家，而其集大成者是近代德国哲学家黑格尔. 黑格尔辩证法范畴系统，是按其所首创的逻辑与历史的一致原则构建起来的. 它是对有史以

来,历代哲学家所探讨的哲学范畴的合乎逻辑的总结,并按着诸范畴的辩证否定的“扬弃”过程,把范畴系统分为三个阶段加以推演、论证.因而具有较强的科学性,虽然并非尽善尽美,但基本上是成功的.

黑格尔的辩证范畴系统,分为存在论范畴、本质论范畴、概念(理念)论范畴这三个阶段或三个大的环节.存在论范畴是辩证思维的起点,本质论范畴是中介,概念(理念)论是终点.它是通过辩证否定——即否定之否定的方法来实现推演论证的,因而构成一个有机的逻辑整体.而这种有机的逻辑整体,又是运用辩证推理系统来进行构造的.在这个有机的逻辑整体中,包含着不同层次的推理的逻辑圆圈,而且各个逻辑圆圈都是首尾相联的,由各个不同层次的小推理圆圈有机地构成整体的大的逻辑圆圈系统.黑格尔本人并没有把这种推理的圆圈公式明确地在理论上概括出来,但他实际运用的逻辑推演方法,就是这种逻辑圆圈.这种逻辑推演的逻辑圆圈,就是我们在上面 2.3.4 中所揭示的辩证推理系统.

下面,仅就黑格尔辩证范畴系统的三个组成部分,简要分析一下在其推演中的逻辑推理结构.这种结构,是辩证推理的完整系统的典型.

3.1 存在论范畴推演的逻辑推理结构

一切哲学理论都要从本体论的角度探讨世界本原的问题,即探讨世界究竟是什么?为什么是和怎样是的问题,这也就是要弄明白世界万物(即黑氏有时说的“物自身”)的本性及其存在形式和规律的问题.黑格尔用神秘的“绝对”或宗教的“上帝”来表示“世界”,这是他的唯心主义的表现,但实际上,黑格尔“对于绝对的界说,或对于上帝的形而上学的界说.”[①]就是对“世界”的界说.他认为对“绝对”的界说或规定,就是对“绝对”的“指谓”.因此,黑格尔

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1980:187.

的范畴(即界说或规定)推演系统,也就是关于世界的谓词推演或"谓词演算".不过黑格尔的"谓词演算"是隐涵在他的哲学范畴推演之中,而且是完全不同于数理逻辑谓词演算——演算的形式化系统——的一种辩证的谓词演算,——即辩证逻辑推理系统,而不是形式逻辑推理系统.

黑格尔认为,对"绝对"的界说(规定),开端的范畴应该是"存在"("有"),中介的范畴是"本质",终端的范畴是"理念".

在存在论的范畴中,包括"质"、"量"、"尺度"三个大范畴;而在"质"的范畴中又包括"存在"、"定在"、"自为存在"三个范畴;在"存在"范畴中又包括"有"、"无"、"变"三个范畴.——共有三个层次的范畴系统推演.

3.1.1 "质"的范畴推演的推理结构

"质"范畴推演的开端范畴是"纯有"(纯存在),即对"绝对"的第一个界说是:"绝对是有"."但这种纯有是纯粹的抽象(即"无规定的单纯的直接性"),因此是绝对的否定.这种否定,直接地说来,就是无."就是说,这个关于"绝对"(即世界)的界说——"纯有",是个任何具体的逻辑规定也没有作出的纯粹的抽象,即单纯的直接性,没有任何界定,这也就是无规定."这样便推演出绝对的第二个界说:绝对即是无.""有"与"无"在指谓上是有差别、有对立的,但在逻辑上没有任何规定这一点上是共同的、统一的,所以"'有'与'无'的真理,就是两者的统一."[①]确切地说,是"有与无的对立统一."

这里的从"有"到"无",再到"有与无的对立统一"的范畴推演的辩证推理结构系统是:

> 绝对是有(它是一切具体的有的最高的纯粹的抽象,是没有任何逻辑规定的单纯直接性),没有任何逻辑规定的单纯直接性就等于无规定,

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1980:195.

就是无,

所以绝对是无.

所以绝对既是有又是无.

有与无是对立的又是统一的(指指谓上有对立),

所以绝对是有与无的对立统一.

在这个"有与无的对立统一"中,其深层的真理既不是有,也不是无,"而是已走进了——不是走向——无中之有和已走进了——不是走向——有中之无.但是这里的真理,同样也不是两者的无区别,而是两者并不同一,两者绝对有区别,但又同样绝对不曾分离,不可分离,并且每一方都直接消失于它的对方之中.所以,它们的真理是一方直接消失于另一方的运动,即变(Werden);在这一运动中,两者有了区别,但这区别是通过同样也立刻把自身消解掉的区别而发生的."①"变"是这一推演过程所推出的"第一个具体思想,因而也是第一个概念,反之,有与无只是空虚的抽象".②这也就是说,通过辩证推理系统,在"有"、"无"、"变"的推论中,所得到的第一个存在论的范畴就是"变"(即"运动").

在这个"变"中,"与无为一的有及与有为一的无,都只是消逝着的东西.变易由于自身的矛盾而过渡到有与无皆被扬弃于其中的统一.由此所得的结果就是定在〔或限有〕."③"定在或限有是具有一种规定性的存在,而这种规定性,作为直接的或存在着的规定性就是质.定在返回到它自己本身的这种规定性里就是在那里存在着的东西,或某物."④这个"某物"是通过"变易"中"有进入了无"和"无进入了有"的过程的完成所得出的,即"变易"消失所得到的结果,——由"无"产生的"有",这是一个有实在性的肯定性,是自身含着否定性的肯定性.这种否定性是定在自己的异在.从异在

① 黑格尔.逻辑学,上卷,商务印书馆,1974:70.

② 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:198.

③ 同②,第200页.

④ 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:202.

与定在尚有差别来说，定在即为“为他存在”；就定在对异在的联系而言，定在则为“自在存在”.

作为具有质的规定性的定在，即是某物，“某物之所以为某物，只是由于它的限度，只是在它的限度之内.”“限度包含有矛盾在内，因而表明它自身是辩证的.一方面限度构成限有或定在的实在性，另一方面限度又是定在的否定.”它的否定就是“别物”(或“他物”).“我们不可离开别物而思考某物，而且别物也不是我们只用脱离某物的方式所能找到的东西，相反，某物潜在地即是其自身的别物，某物的限度客观化于别物中.”“与某物相对立的别物其本身亦是一某物”，“因此可以推知，当某物过渡到别物时，只是和它自身在一起罢了.而这种在过渡中、在别物中达到的自我联系，就是真正的无限.”所以说，“真正的无限”就是“无限与有限的统一”①在这“统一”中，无限是在有限中保持其自身，它是主导的、肯定的.

上列这段黑格尔关于定在(限有或有限，或某物)的范畴推演，就其逻辑推理结构来说是这样的：

绝对是有限(定在，或限有，或某物)，
有限(某物)亦即无限(他物)，
所以绝对是无限.
所以绝对既是有限又是无限.
既是有限又是无限是有限与无限既对立又统一，
所以绝对是有限与无限的对立统一.

这种“有限与无限的对立统一”，就是在自身中某物与别物合而为一，也就是“一”，它是完成了的质，是一个独立自存之物.“我”(即“自我”)就是这种“独立自存”的“自为存在”的典型例子，“我”一方面是有限的存在(定在)，他与别人(异在，包括“我”以外的一切异在)有区别；另一方面在于“我”有精神、有意识，因而能意识到异在，并把它们转化成为自身内的东西，并以自我本身为他方、为对

① 黑格尔.小逻辑，商务印书馆，1981：204～210.

象.所以,"我"是"真正的无限".

在"自为存在"中,一方面是别物与某物在某物自身内合而为一,但另一方面此"一"中毕竟又有某物与别物的区别,因而此"一"中就包含着"多".这个"多"是"一"中之多,这就是"量".这样,就从"质"的"存在"范畴"过渡到作为量的存在."①

3.1.2 量的范畴推演的推理结构

量有两方面的规定性,"就量在它的直接自身联系中来说","便是连续的量;就量所包含的一的另一规定来说,便是分离的量.但连续的量也同样是分离的,因为它只是多的连续;而分离的量也同样是连续的,因为它的连续性就是作为许多一的同一或统一的'一'.""既没有只是连续的量,也没有只是分离的量".②所以,量是连续的与分离的对立统一.

黑格尔这里所说的量是指"纯量",即尚不是有大小的进一步规定的定量,它相当于"纯存在".黑格尔这里所进行的范畴推演所用的推理结构系统是这样的:

绝对在量上是连续的,

连续的也就是分离的,

所以绝对在量上是分离的.

所以绝对在量上既是连续的又是分离的.既是连续的又是分离的就是连续的与分离的既对立又统一,

所以绝对在量上是连续的与分离的对立统一.

在这个推演出的"统一"里,主导的是为量的分离性所体现的"排他性","具有这种排他性的量就是定量,或有一定限度的量.""定量也就同时分裂为许多数目不确定的单位的量、或特定的量.每一特定的量,由于它与其它特定的量有区别,各自形成一单位,但从另一方面看来,这种特定的量所形成的单位仍然是多.于是定

---

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:213,214.

② 同上,第221、222页.

量便被规定为数."“在数里,定量达到它的发展和完善的规定性.数包含着‘一’,作为它的要素,因而就包含着两个质的环节在自身内:从它的分离的环节来看为数目,从它的连续的环节来看为单位."数的概念的规定即是数目和单位,而数本身则是数目和单位二者的统一."①

这段推演所用的推理结构系统如下:

绝对在定量上是数目,

数目也就是单位,

所以绝对在定量上是单位,

所以绝对在定量上既是数目又是单位,既是数目又是单位就是数目与单位的对立统一,

所以绝对在定量上是数目与单位的对立统一.

“限度与定量本身的全体是同一的.限度自身作为多重的,是外延的量〔或广量〕,但限度自身作为简单的规定性,是内涵之量〔或深量〕或程度."“譬如,某种程度的温度是一内涵的量,有一个完全单纯的感觉与之相应.我们试看体温表,我们就可以看见这温度的程度便有一水银柱的某种扩张与之相应.这种外延的量同时随温度或内涵的量的变化而变化."②如果此体温表为37度,就其为37个一度的总和来说,是外延的量,但就其造成相应于37度的程度来说,是内涵的量.因此,内涵的量是限度或定量的主导的规定性,因此,“数目与单位的对立统一”的深层意义是程度.就是说,这里所推演出的范畴是“程度”.

在定量未达到“程度”以前,是个“以数规定数”,以数说明数的过程,例如从2到3,即以3来规定2.这种数的“超出自身”同时也是“返回自身”的典型,就是“量的比例.譬如以2:4为例,这里我们便有两个数,我们所寻求的不是它们的直接的值,而只是这两个数彼此间相互的联系.但这两项的联系(比例的指数)本身即是一数,

① 黑格尔.小道德,商务印书馆,1981:222~223.

② 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:225,227.

这数与比例中的两项的区别,在于此数(即指数)一变,则两项的比例即随之而变,反之两项虽变,其比例却不受影响,而且只要指数不变,则两项比例不变.因此我们可以用3:6代替2:4,而不改变两者的比例,因为在两个例子中,指数仍然是一样的."[1]这就是说,指数是规定比例的性质的.因而在比例中,实现了量与质的统一.质与量的统一,就是"尺度"."尺度"就是"衡量"事物时,所要求得的有某种性质的量.

3.1.3 尺度的范畴推演的推理结构

"尺度既是质与量的统一,因而也同时是完成了的存在.当我们最初说到存在时,它显得是完全抽象而无规定性的东西;但存在本质上即在于规定其自己本身,它是在尺度中达到其完成的规定性的.尺度,正如其他各阶段的存在,也可被认作对于'绝对'的一个定义."[2]"尺度"是"存在论"的最高范畴.

在"尺度"中的量,就是"特殊的定量"."特殊的定量只是一种单纯的定量",它"虽是能增减的,而不致因此便取消了尺度,尺度在这里即是一种规则(事物变化的规律,即在特殊的定量范围内的量变.——笔者).""但同时另一方面这种不影响质的量之增减也有其限度,一超出其限度,就会引起质的改变.例如,水的温度最初是不影响水的液体性的.但液体性的水的温度之增加或减少,就会达到这样一个点,在这一点上,这水的聚合状态就会发生质的变化,这水一方面会变成蒸气,另一方面会变成冰.当量的变化发生时,最初好象是完全无足轻重似的,但后面却潜藏着别的东西,这表面上无足轻重的量的变化,好象是一种机巧,凭借这种机巧去抓住质〔引起质的变化〕.这里所包含的尺度的矛盾"[3]就出现了,即

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:232~233.

② 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:234.

③ 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:236.

出现了"无尺度",而这种由量变引起的质变的无尺度,其本身又是一个尺度〔质量统一体〕.因此无尺度仍然同样是一种尺度.因此尺度和无尺度是统一的.

这里关于尺度的范畴推演所用的推理系统是这样的:

绝对是尺度,
尺度就是无尺度,
所以绝对是无尺度.
所以绝对既是尺度又是无尺度.
既是尺度又是无尺度是尺度与无尺度的对立统一,
所以绝对是尺度与无尺度的对立统一.

在这个推论中说明,无论是在原有的"尺度"中,还是在"无尺度"即在新的"尺度"中,质与量总是统一在一起的.这就说明原先只是"潜在的"同一(统一),现在"发挥出来"了,成了明显的同一.即"当两者在尺度的发展过程(由原尺度变成新尺度——笔者)中,互相过渡到对方时,这两个规定的每一个都只是回复到它已经潜在地是那样的东西"①,亦即质与量达到了完全的同一;不过这种同一并不是排斥二者的区别,即包含着质与量、尺度与无尺度的区别;但这些区别通过尺度"自身否定"的发展过程而回复到同一.这种同一是根本的环节,即"本质"."尺度"潜藏着各种尺度的同一性,所以"尺度"潜在地就是"本质"."尺度"的发展过程,只在于把质与量的潜在同一性明显地实现出来.所以,"本质"是"质"、"量"、"尺度"三范畴辩证发展(即否定之否定)的必然结果.②

3.2 本质论范畴推演的逻辑推理结构

黑格尔"本质论"分为三大阶段,第一大阶段是"本质作为实存的根据",即论证本质尚未表现于外,尚未表现于"实存"之中;第二大阶段是"现象",即"本质"表现出来了;第三大阶段是"现实",即

① 同上,第240页.

② 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:239~240.

"本质与实存或内与外所直接形成的统一."

3.2.1 本质作为实存的根据范畴推演的推理结构

第一大阶段的范畴推演,开始于"纯反思规定"的"同一"、"差别"、"根据"三范畴;从这三范畴推出"实存"范畴;从"实存"范畴推出"物"范畴,从而展开为第二大阶段"现象"范畴的推演.

"纯反思规定"的主要内容是讲思维本身的规律性.其中"同一"、"差别"和"根据"三者,最基本的是"同一".它是从"存在论"推演来的,即"尺度与无尺度的对立统一"的最根本的性质是统一(同一),所以本质就是"同一".

作为本质的"同一",已经潜在地包含否定性于自身之内,这种否定性就是自己内部的"差别".所以"具体的同一"(而不是"抽象的同一"),就必然发展为"差别"."差别"也就是"对立",有"对立"就必然有"矛盾".因而在本质的意义上,就不仅可以把"绝对"定义为"同一",而且可以定义为"差别",并且是"同一与差别的对立统一".①

这里的关于"同一"和"差别"的范畴推演,其推理结构如下:

绝对在本质的意义上是同一,
同一自身内就包含差别,因而也就是差别,
所以绝对在本质的意义上是差别.
所以绝对既是同一又是差别,
既是同一又是差别就是同一与差别的对立统一,
所以绝对是同一与差别的对立统一.

在这"同一与差别的统一"中,每一方都是为了自己的独立而排斥、扬弃对方,但双方又是相互依存的,所以,扬弃对方同时也就扬弃了自己本身.这样,互争独立的结果,明确了"同一",就是本质的"同一",它就是"根据";同时也明确了"差别",这种"差别"是"同一"自身内部的差别,它就是"被根据".所以,"同一与差别的对立

---

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:247~253.

统一”就是本质的根据．这样本质也就成了有根据的本质．

经过“同一”、“差别”以及“根据”的中介过程之后的本质，便成了“中介过程总体”的“自身统一”，这个统一体就其直接存在的方面来看，“便叫做实存(“实际存在着的东西”)”．“同一”、“差别”、“根据”都是“纯反思规定”，“本质”尚未表现于外，而“实存”则是从“根据”发展出来的，它是表现于外的“他物反思”．但作为“他物反思”的“实存”，是包括了“自身反思”的“根据”在内，因此，在这种意义上，“实存”是“自身反思”与“他物反思”的统一，也就是“反映在自身内”与“反映在他物内”的统一．

这段关于“实存”范畴的推演，其推理结构是这样的：

绝对在实存的意义上，是“自身反思”，

“自身反思”必然发展为“他物反思”，

所以绝对在实存的意义上是“他物反思”．

所以绝对在实存的意义上既是“自身反思”又是“他物反思”．

既是“自身反思”又是“他物反思”是二者的对立统一，

所以绝对是“自身反思”与“他物反思”的对立统一．

这样的“实存”，它是实际存在着的东西彼此间的根据与后果的相对关系，例如“走电使得一所房子失火”，“走电”是“根据”，“失火”是后果．具有着这种相对关系、依存关系的实际存在着的就是“物”或“东西”．实际存在着的世界就是“实存”互为根据互为后果，既是“自身反思(反映)”又是“反思(反映)他物”的世界．①

“物”是“根据”与“实存”的统一体．“物”不仅有“自身反思”的一面，而且有“他物反思”的一面．作为“他物反思”(即与他物的关系)的“物”，是有规定性的东西，由于“物”与“他物”有着各种各样的关系，则其诸规定也就彼此不同．水与铁发生某种关系，水有使铁生锈的规定性；水与植物发生关系，水就有滋润植物的规定性．“物”的这些规定性，就是“物”的“特质”，“它们与物的关系就是在

① 黑格尔．小逻辑，商务印书馆，1981：265～267．

于为物所具有."“物”是把众多“特质”联系起来的环节,“物”与它的“特质”是不同的;但“特质”却是“物自身”的“他物反映”,是“物所由以构成的”材料,即质料.例如磁或电等“质料”还不就是“物自身”,但“质料”却是“物”的“表面的联系”,是“物自身”的“外在的结合”,这“就是形式”.“这样,‘物’便分裂为质料与形式两方面”,“质料”包含有“形式”,“形式”包含有“质料”,所以,二者既是同一的又是有差别的,二者是对立统一的.

这段关于“物”范畴的推演,其推理结构如下:

绝对作为物是有质料的,物是质料,质料是物的外在联系,是形式,

所以绝对作为物是形式.

所以绝对作为物既是质料又是形式.

既是质料又是形式即二者既对立又统一,

所以绝对作为物是质料与形式的对立统一.

“‘物’作为这样的全体,就是一种矛盾.按照它的否定的统一性来说,它就是形式,在形式中,质料得到了规定,并且被降低到特质的地位;而同时物又由许多质料所构成,这些质料在返回到物自身过程中,既同样是独立的,也同时是被否定的.于是“物”作为一种在自己本身内扬弃自己的本质的实存,——这就是现象”.[①]

3.2.2　现象范畴推演的推理结构

作为“质料”与“形式”的对立统一体的现象,它的实存方式是扬弃“质料”,把“质料”掩藏在“形式”之内,使其成为“形式”本身的一个环节,即成为内在的东西和根据;“形式”则是表现于外的东西.但如前所述,“质料”也是“形式”,这就等于说“形式”是以另一种“形式”为根据,例如房屋以木料、砖瓦等“质料”为根据,可是木料、砖瓦也是一种“形式”,也是现象界的东西.这样,现象界就是通过“形式”使实存的东西无限地相互联结起来,成为“一个现象的整

---

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:267~274.

体和世界”.这种“形式”就是诸事物的“自身联系”,这种联系不是外加的,而是“本质的持存”,就是现象界的“内容”.按此深层意义来理解的“形式”,它就是“现象的规律”,即联结诸多事物的“形式”就是“现象的规律”.这样的现象界,就是“形式”与“内容”的对立统一.

作为“内容与形式的对立统一”的现象界的实际存在着的东西,彼此都具有着联系,因此都处于“关系”之中.这种“关系”包括“全体与部分的关系”和由“全体与部分的关系”发展出来的“力与力的关系”,以及由“力与力的关系”发展出来的“内与外的关系”.具有这种“全体与部分”、“力与力”、“内与外”诸关系的现象界就是本质与现象的对立统一的现实.①

这段关于现象范畴的推演,其主要推理形式是:

> 绝对作为现象是形式,
> 形式是有内容的,它也是内容,
> 所以绝对作为现象也是内容,
> 所以绝对既是形式又是内容.
> 既是形式又是内容,是形式与内容的对立统一,
> 所以绝对是形式与内容的对立统一.

3.2.3 现实范畴推演的推理结构

“现实”包含内与外两个因素,单纯的内本身是“自身反思”,因此就内尚未表现于外而言,它只是“抽象的非本质的本质性”,只是“现实”的潜在状态,即“现实”“首先只是可能性”.仅具有这种内在可能性的现实,也就是单纯的“偶然的东西”.偶然性也就是有可能成为另一事物,即成为另一事物的可能性,是使另一事物成为可能的条件.当可能性(内、本质性)与直接的现实(外、条件)形成相互依存、互为中介的关系时,就会有由内在到外在,由外在到内在的

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:275~294.

转化.这种转化就是一种能动性的活动.这种活动的实质就是"真实的根据"(内)将条件(外)实现为另一种新兴的现实."如果一切条件均齐备时,这实质必会实现.""作为内与外合而为一的更替,作为内与外的两个相反的运动联合成为一个运动的更替,就是必然性".①

这样,现实就是偶然性与必然性的统一,它是由内与外的统一发展而来的.

"必然的事物,既是通过一个他物而存在的东西,故不是自在自为的而是一种单纯设定起来的东西.但这种中介〔过程〕正是对其自身的直接的扬弃;根据和偶然的条件被转变成直接性,经过这样的转变,那设定起来的东西便被扬弃而成为现实性,而实质也就同它本身结合起来了.在这种自身返回里,必然的事物就绝对地存在着,作为无条件的现实性.""必然的事物,在其直接形式下,就是实体性与偶然性的关系.这种关系的绝对自身同一性,就是实体本身"②,"实体作为绝对力量是自己与自己联系着的力量,(这种力量只是一内在可能性)并因而是决定着其自身成为偶性的力量,同时由偶性而设定起来的外在性又与这种力量有所区别,则这种力量(正如它在必然性的第一种形式中,乃是实体那样),现在就是真正的关系——这就是因果关系."③

在因果关系中,"实体"不单纯是"过渡到偶性",而且同时又"反思到自身"("返回到自身"),这就有一种内在的力量.这样的"实体"就是创造性的"原始的实质",就是起作用的"原因"."实体"扬弃其"自身反思"或内在性,从而建立起"自身的否定者",这就是"效果"."效果"是被"原因"所必然地"设定起来的东西",但"效果"也可以说就是原因,因为它是原因之实现,是原因自身的反映.没

---

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:300~305.

② 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:312.

③ 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:316.

有效果,原因就不成其为原因.在此意义下,原因即是自己以自己为原因,即"自因"."自因"就是"原因"与"效果"的真正同一.在这种"原因"与"效果"的统一中,二者相互起作用,相互反应,这样"因果关系"便过渡到了"相互作用关系"了.

从"实体关系"经过"因果关系"到"相互作用关系"的"发展途径",就是使独立的、唯一的"实体"(无限的整体)分裂为许多现实事物之间的因果关系,又进而返回到它们之间相互作用的"无限的自身联系"的整体的过程.这就是"显露出来的必然性".所以,通过"相互作用"就可以清楚地说明必然性的"真理"就是自由,必然性一定发展为自由;同样也说明实体的"真理"是概念,实体一定要发展为概念.在"具体的积极的自由"中,相互作用的双方"只是一个全体中的不同环节.而每一环节与对方发生关系,正所以回复到自己本身和自己与自己相结合.这就是由必然性转化到自由的过程"."自由以必然为前提,包含必然在自身内".必然和自由是对立的又是统一的.当思想达到对必然的这种自由的认识,这就是把"实体"范畴转化到了概念(理念),因为概念就是自己决定自己、自我论证的范畴.[1]

在以上关于"现实"的范畴推演过程中,包括了"内与外的对立统一"的推理、"可能性与现实性的对立统一"的推理、"原因与效果的对立统一"的推理、"必然与自由的对立统一"的推理,而其中尤以"必然与自由的对立统一"的推理为最重要.这个推理是"现实"范畴推演的最高范畴,并且是承上启下——发展到"概念"(理念)范畴的中介范畴.它的推理结构是这样的:

绝对是必然,
意识了的必然就是自由,
所以绝对是自由.
所以绝对既是必然又是自由,

---

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:316~322.

既是必然又是自由就是必然与自由的对立统一,
所以绝对是必然与自由的对立统一.

3.3 概念论范畴推演的逻辑推理结构

如前所述,"本质"是"自身反思的映现",同时也是"独立的直接性"的存在.就是说,本质即存在,存在即本质,存在与本质是统一的,这种统一就是"概念",所以,"概念就是存在与本质的真理"."概念是自由的原则"是有创造性的东西;就其中每个环节都构成整体,"和概念有不可分离的统一性"说,它是个"全体".说概念是自由的,是因为其中每一个规定性与其他规定性都不是彼此外在的,而是自己与自己相关,自己规定自己.因此,概念的诸规定之间的推移转化,既不是像存在范畴里那样一方"过渡"到另一方;也不象本质范畴那样仅仅是双方相互"反思"、"映现";而是在同一个有机体中整体向前"发展",即是概念有机整体的潜在因素的发挥和实现.

3.3.1 主观概念的范畴推演的推理结构

"概念"整体中包含三个因素或环节,即普遍性、特殊性和个体性.普遍性是指具体规定中的同一性、等同性;特殊性是普遍性在其中持续不变的各个具体规定性;个体性是普遍性与特殊性的"自身反思".即普遍性就是特殊性自身,特殊性就是普遍性自身,两者处于"自身反思"的统一性之中.这种普遍性与特殊性对立统一的东西,是最真实、最具体的东西——个体性的东西.

在概念的个体性中,包含着各环节(因素)的区别或否定性,并且这种否定性,就是要把这种区别"建立"起来,即要将各种内在的规定性明白的表述出来;同时也把各规定之间的同一性"建立"起来,这就是概念的第一次否定,这第一次的否定就是"判断".例如"玫瑰花是植物"这个判断,就是"玫瑰花"与"植物"的对立统一".

"判断"分为"质的判断"(例如"这朵玫瑰花是红的")、"反思判

断”(例如“这一植物是可疗疾的”)、“必然的判断”(例如“诗的作品不是史诗必是抒情诗或剧诗”)、“概念的判断”(例如“这一所(直接的个体性)房子(类或普遍性),具有一些什么样的性质(特殊性),是好的或坏的”!).当“判断”展开到“概念的判断”,“概念”的三因素(环节)就达到了统一.这种统一就是“推论”了.

“概念本身”是普遍性、特殊性、个体性三个环节的未分化的简单同一,“判断”是“概念”各环节的分化,“推论”则是由“判断”中各环节的分化又返回到“概念本身”中各环节的“简单同一性”.就“推论”是通过中项而返回到三环节的“简单同一性”而言,“推论”是“概念”;就“推论”是三个环节分化为端项而言,“推论”是“判断”.二者结合起来,“推论是概念和判断的统一”.[①]

黑格尔关于“主观概念”的范畴推演,其主要的推理结构如下:

绝对是概念,
概念必然发展为判断,
所以绝对是判断.
所以绝对既是概念又是判断,
既是概念又是判断即是二者的对立统一,
所以绝对是概念和判断的对立统一.

3.3.2 客体的范畴推演的推理结构

在“推论”中,“概念”的三环节,经过相互中介(相互依赖),回复到统一.这种统一就是“直接的统一性.——概念的这种实现就是客体.”这样的“客体是一个本身尚未经规定的整体、整个客观世界、上帝、绝对客体”.作为整体的“客体”中包含着许多“个体化了的部分”.“认识的目的一般就在于排除那与我们对立的客观世界的生疏性,如人们所常说的那样,使我们居于世界有如回到老家之感.这就无异于说,把客观世界导回到概念,——概念就是我们最

---

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:327~369.

内在的自我.”

“客体”包含有“机械性、化学性、目的性三个形式.机械性的客体就是直接的无差别的客体.诚然,机械的物体包含有差别,不过这些机械物体的差别彼此是漠不相干的,而它们的联系也只是外在的.反之,到了化学性的阶段,客体本质上表现出差别,即客体之所以如此,只是由于他们彼此的关系,而这种差别构成它们的质.客观性的第三种形式,目的的关系,这是机械性和化学性的统一.目的,也如机械的客体那样,是一个自成起结的全体.但又被从化学性中展开出来的质的差别的原则所丰富了,这样,目的便使它自身和它对立的客体相联系了.所以目的的实现就形成了到理念的过渡.”①

这段关于“客体”范畴的推演是通过如下推理结构进行的:

绝对作为客体是机械性,
机械性必然发展为化学性,
所以绝对是化学性.
所以绝对既是机械性又是化学性.
既是机械性又是化学性就是二者的对立统一,
所以绝对作为客体是机械性与化学性的对立统一.

作为机械性与化学性对立统一的目的性,是一种“能动性”(“主动的力量”),它能扬弃、否定这二者的对立而实现主客的统一.这就是“目的实现”.当目的使自己得以实现时,目的便有了客观性的内容,而这内容又不是目的以外的东西,而是作为目的的“概念”创造出来,从而发展成主体与客体统一的“理念”.

3.3.3 理念范畴推演的推理结构

“理念”是主客体统一的具体真理,是“自在自为的真理”.“绝对就是理念”这个界说,其本身就是“绝对的”,是包括前此一切界

① 黑格尔.小道逻,商务印书馆,1981:376~387.

说在内的,如"绝对是有"、"绝对是本质"、"绝对是现实"……等等界说,都只是"绝对"的某一方面的规定性,而"绝对是理念"则是"绝对"的全部规定性(界说)的总结和概括."理念本身是一个过程",这个过程就是概念表现为客观性,使之与自己相对立,又"通过其自身内在的辩证法"克服这种"外在性"的对立,而"返回到主观性"的过程."理念"是有限与无限的统一或思维与存在的统一,但这种"统一"是以思维、主观性和无限性为主导方面的统一."理念"发展分为三个阶段:第一是"生命",这是主观性与客观性的直接统一,是直接形式下的"理念";第二是"认识",这是主观性与客观性互相区别开来,作为彼此外在的东西发生关系的阶段,是"中介性或差别性的形式"的"理念";第三是"绝对理念"即由"认识"最终恢复主客统一的"理念"."绝对理念"是逻辑发展过程的最后一个阶段.

"生命"是主体与客体的直接统一.主体"概念"作为灵魂,体现在作为客体的肉体之中,灵魂与肉体是统一的.作为统一性的灵魂,是作为多样性的肉体的"外在性"之直接的自身联系的"普遍性";同样,灵魂的统一性也就是肉体的多样性("肉体的特殊化"),前者分化于后者之中,使后者表达前者的各种有差别的规定;最后,灵魂的统一性也是个体性,是"无限的否定性",是"彼此外在存在着的客观性"(即多样性)扬弃其"独立持存"的假象而返回到主观性(统一性)的"辩证法"过程.就是说,"生命"包含着普遍性、特殊性、个体性这三个环节于自身,是统一性与多样性的统一、主观性与客观性的统一、目的与手段的统一.因此,在有机体内的一切器官肢体一时"互为目的",一时"互为手段",即有机体各部分之间彼此是不可缺少的,是互相依存的."生命"就是一个具有个体性的活生生的过程.作为"生命"阶段的"理念"的发展必然要从某个特殊的直接个体中解放出来,并且要从整个直接个体性中解放出来.只有这样,"理念"才能摆脱直接个体性的束缚而成为"为自己本身而实存"的"自由的族类",成为自觉的、具有精神的普遍性.直接个

体生命的死亡和摆脱，就是"精神的前进"和发展．也就是人类"认识"世界的发展过程．

"认识"过程分为两重运动：一是主体被动地"接受"客观性("存在着的世界")于自身之内，充实自己，从而扬弃了片面性的主观抽象性、空虚性；二是主体主动地扬弃客观世界的独立性的片面性，凭借自己的"内在本性"决定(规定)并改造这客观世界．前者是"理念"的"理论活动"(即"认识")，其目标是"认识真理"；后者是"实践活动"(即"意志")，其目标是"实现善"．"认识"采用两种方法：分析法和综合法．两者都属于"有限的认识"，即把对象看作是"区别于"自己的、"先在的"、与自己对立的外界的东西．"分析的方法"，"它的活动形式是形式的同一性或抽象的普遍性．所以它的活动即在于分解那给与的具体内容，孤立化其中的差别，并赋予那些差别以抽象普遍性的形式；或者以具体的内容作为根据，而将那显得不重要的特殊的东西抛开，通过抽象作用，揭示出一具体的普遍、类、或力和定律．""这种普遍性又是一种经过规定的普遍性．在这里，认识的活动随顺着概念的三个环节而进展．这概念在有限的认识里尚未达到它的无限性，这就是经过理智的规定的概念．将对象接受在这种形式的概念里，这便是综合方法．""综合方法的运用恰好与分析方法相反．分析方法从个体出发而进展至普遍．反之，综合方法以普遍性(作为界说)为出发点，经过特殊化(分类)而达到个体(定理)．于是综合方法便表明其自身为概念各环节在对象内的发展．"二者都是"有限认识"的方法．它们都是"为了主观的识见而规定出来的必然性"，这就表明"真正的普遍性必须理解为主观性、为自身运动的、能动的和自己建立规定的概念"，而这种能动的主体就是"意志"．这样，"主观的理念"便由"认识"发展到了自己决定自己的"意志的理念"．

"主观理念"作为主体，独立自决地、主动地追求(通过对客体的规定)的内容，就是"意志"的对象"善"．"善的理念"和"真理的理念"，一为主动，一为被动，两者主客关系正好相反；"善"是主体"实

现自身的冲力",它要求("趋向于")决定(改造)当前的世界,使之符合自己的目的."认识"("理论活动")是把客体加以被动的接受.但"意志"和"认识"一样,也是有限的东西,它依然"预先假定"客体是从外部给予的、独立现成的、与主体对立的东西,因而把"善的目的"仍然看成是"主观的理念",是有待于完成和实现的东西.正是由于这种"有限性","意志活动"便成了"一种矛盾",即主客的矛盾.要消除这种矛盾,就得扬弃单纯主观性的片面性和单纯客观性的片面性,而"回归到理论的理念和实践的理念的统一"."理性认识的正确态度"正是既能象"意志"那样知道善的目的是属于主体自身,又能象"认识"那样确认客观世界是真实的.这样把主客双方统一起来,就能看到"世界本身"就是主客的统一.这样就由"认识"的区别主客双方阶段"回归"到"认识"与"意志"的统一,并通过"概念"的活动而回到"认识"与"生命"的统一,这种统一就是"思辨的理念或绝对理念".

以上关于"理念"范畴的推演,同其他以前的范畴推演一样,包含着许多不同层次的范畴推演,但其中最重要的推演则是关于"主体与客体的统一"的推演.它的推理结构如下:

绝对是主体,

主体之中包含着客体,它必然转化为客体,

所以绝对是客体.

所以绝对既是主体又是客体.

既是主体又是客体是二者的对立统一,

所以绝对是主体与客体的对立统一.

在"绝对理念"中,一切间接性都扬弃了,一切对立都统一了,因此,"绝对理念"是独立自为的,它自己和自己相统一.这种最终的绝对的直接性或绝对的统一性,"就是直观,而直观着的理念就是自然."①

① 黑格尔.小逻辑,商务印书馆,1981:397~428.

黑格尔关于辩证法范畴的推演,也就是逻辑范畴的推演.认识本体的方法,也就是逻辑方法.不过黑格尔的方法是辩证的(思辨的),因此他的逻辑,也就是辩证逻辑,虽然黑氏对他所运用的逻辑推理结构尚未作出科学的、理论上的概括,但它确实在其范畴推演中,反映出一种新的逻辑类型.这种新型的逻辑是对亚里士多德的逻辑以及康德的逻辑的扬弃,把后二者的合理内核完全吸取了.或者更确切的说,黑格尔的辩证逻辑是在亚氏逻辑和康氏逻辑的基础上发展起来的新型逻辑.把后二者作为新型逻辑必要的构成环节,而保留了它们的积极成分,并向前跨进到了逻辑的新形态,而使逻辑成为把握具体真理的工具.使人们的思维方式实现了革命性的变革.运用以辩证逻辑为核心的这种思维方式,就能克服形而上学思维方式的片面性,就能克服相对主义的不可知论,而使思维方式达到科学化.这种科学的、能够把握事物深层本质及其规律的思维方式,就是现代人类应该掌握和遵循的现代化的思维方式.

(作者:李志才)

参考文献

[1] 亚里士多德.形而上学,北京:商务印书馆,1960.
[2] 亚里士多德全集,第1卷,北京:中国人民大学出版社,1990.
[3] 康德.纯粹理性批判,北京:三联书店,1957.
[4] 康德.未来形而上学导论,北京:商务印书馆,1982.
[5] 黑格尔.逻辑学,上、下卷,北京:商务印书馆,1964、1967.
[6] 黑格尔.小逻辑,北京:商务印书馆,1981.
[7] 黑格尔.精神现象学,上、下卷,北京:商务印书馆,1962.
[8] 黑格尔.哲学史讲演录,1、2、3、4卷,北京:商务印书馆,1956—1978.
[9] 威廉·涅尔,玛莎·涅尔.逻辑学的发展,北京:商务印书馆,1985.
[10] 亨利希·肖尔兹.简明逻辑史,北京:商务印书馆,1977.
[11] 马克思.资本论,第一卷,北京:人民出版社,1975.

[12] 恩格斯.自然辩证法,北京:人民出版社,1957.
[13] 列宁.哲学笔记,北京:人民出版社,1956.
[14] 章沛、李志才、马佩、李廉主编.辩证逻辑教程,南京:南京大学出版社,1989.

八 形象逻辑

1 形象逻辑概论

1.1 研究对象

形象逻辑是形象思维逻辑学的简称.形象逻辑是研究观念的思维形式结构及其规律的科学.思维形式,即理性认识形式,或人脑加工认识材料的形式.观念是反映事物整体状态的认识.观念或来自对事物整体状态的感知,或来自对事物整体状态的想象.事物整体状态或为客观事物整体状态,或为主观事物整体状态.观念的思维形式是指观念变项及其命题形式.观念的思维形式结构是指观念命题形式的组成要素及其联系方式.逻辑学的主要研究对象是命题形式的变形及其规律.形象逻辑的主要研究对象是观念命题形式的变形及其规律.

1.2 学科性质

形象逻辑作为逻辑学的一个学科,它除了具有逻辑学研究对象的共性,还具有其特性.(1)它是基本的逻辑学科之一,它以观念命题形式为主要研究对象,而区别于以概念命题形式为研究对象的诸逻辑学科;(2)它属于内涵逻辑,其命题形式的变形是内涵相干的;(3)它属于广义的归纳逻辑,其命题形式的变形既包括演绎变形,又包括归纳变形;(4)它属于辩证逻辑的一个学科,观念的思维形式结构具有辩证逻辑所研究的整体思维形式结构的特征.

1.3　特殊作用

形象逻辑作为一个逻辑学科,除具有逻辑学共有的表达、推演和论证的工具作用以外,还具有其特殊的工具作用.(1)它可为文学艺术的构思和评价提供适用而能行的逻辑工具;(2)它可为科学发现和工程设计及其实施提供适用而能行的逻辑工具;(3)它可为计算机的图像模拟、显示、加工和识别提供适用而能行的逻辑工具;(4)它可为经济管理、公安、政法和伦理道德等社会实践提供适用而能行的逻辑模式;(5)它可为形象逻辑思维训练提供适用的工具.

1.4　研究方法

形象逻辑如其他逻辑学科一样,需要借助哲学、语言学和逻辑学方法加以研究.这样有助对它的理解和应用.

(1)哲学方法.应用哲学方法研究形象逻辑,主要是指,对其研究对象作出与本体论和认识论相关的语义解释.例如,观念是对于事物整体状态的认识,这就是对观念语义的哲学解释.

(2)语言学方法.应用语言学方法研究形象逻辑,主要是指需用适当的语言,分析、表达其研究对象的语义和语法.这里将兼用自然语言和符号语言对其研究对象加以分析和表达.例如,在说明马的观念时,将用马,|马|,"马"分别表示作为客观事物的马、马的观念和表达前二者的自然语词.将有$|X^{\langle B\rangle}|$表示特殊观念变项,在不至混淆的情况下,将$|X^{\langle B\rangle}|$省略表达为$X^{\langle B\rangle}$.

(3)逻辑学方法.应用逻辑学方法研究形象逻辑,这里主要是指用形式化或非形式化方法研究其对象内容.将首先用非形式化方法讨论其对象内容,然后用形式化方法给出其形式系统.逻辑学方法还包括逻辑思维方法.它们可分为形象思维形式的获取和变形方法两类.前者包括形象比较、分析、综合、抽象、概括、分类、归类和记忆等获取简单观念的方法;后者包括回忆、联想、想象、具体

化和具象化等复合观念的变形方法.

1.5′ 观念与概念

观念希腊文为 iδε′α,英文为 idea,德文为 idee,俄文为 *ugμ9*.观念是个多义词.希腊文 iδε′α 的词义为形象.它是指具有形象的认识.在这个意义上,它和印象、表象、心象、意象、影象、图像、联想的对象和想象的对象是近义词.文学家、艺术家和美学家所说的形象即这个意义上的观念.理性主义哲学家把观念看作超验的共相,作为理性认识的概念.柏拉图的理念、笛卡尔的天赋观念,康德的理性概念,黑格尔的绝对观念都是在理性认识意义上使用观念的.经验主义哲学家把观念看作感觉、印象、表象或想象的形象.洛克把观念看作感觉或反思的直接对象和直接对象的复合;贝克莱认为观念是与概念不同的借助感官或想象获得的知识对象;休谟认为观念是感觉或感情的摹本,较不生动的知觉.理性主义者和经验主义者的观念理论都有其合理性,也都有其片面性.

实际上,观念与概念既有区别,又有联系.观念是事物整体状态的反映.概念是事物类和整体本质的反映.事物的整体和类,事物的状态和本质既有明显区别又有内在联系.观念与概念的主要区别在于,

(1)观念是形象的认识,概念是抽象的认识.未被概念渗透的观念,在头脑中可以想象其形象,借助感官可以感知其物化后的形象,却不可能用概念定义其形象.未经具象化的概念,可以用概念加以定义,可以在头脑中加以理解,却不可能借助头脑加以想象,其物化后也不可能借助感官加以感觉.

(2)所有观念与概念相比,都是特殊性或个别性的认识.所有概念与观念相比,都是一般性的认识.

(3)所有观念都是与事物的整体相干的.并非所有概念都是与事物整体相干的.有的概念只是反映一类事物本质的概念.它就是通常所说的类概念.只有辩证逻辑所研究的具体概念,才是反映事

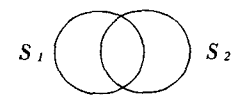
物整体本质的概念.

观念与概念的内在联系主要表现是

(1)二者是人类认识相联系的组成部分;

(2)二者存在于人类统一的认识过程中;

(3)二者可以互相渗透,互相转化,观念可以抽象化为概念,概念可以具象化为观念.可以给出二者关系的图解如下:



其中,S_1 和 S_2 分别表示相关事物的概念集合和观念集合.图解表示出 $S1$ 与 $S2$ 之间具有交叉关系;人类的知识集为二者的并集.例如,关于商品的知识,有的人只有商品的概念;有的人只有商品的观念;有的人既有商品的概念又有商品的观念.

观念依据不同的标准可以分为不同的种类.

(1)依据来源不同,可以分为感知观念和反思观念.前者指借助感官获得的感觉、知觉、印象和表象.它具有亲知性、直接性、个别性和简单性特征.它也可称为感性观念.后者指借助人脑的形象概括、联想或想象等获得的观念.它具有一定的间接性和概括性或复合性等特征.

(2)反思观念依据对事物状态所作抽象程度不同,可分为个别观念、特殊观念和一般观念.三者分别是指关于某个、某种和某类事物的反思观念.

(3)依据与概念的关系不同,可分为理论观念和非理论观念.前者指已被概念所渗透的观念;后者指尚未被概念渗透的观念.前者具有可定义和可理解的特征;后者不具有可定义和可理解的特征.

(4)依据涉及事物整体性程度和方面不同,可分为全属性观念、部分属性观念,正属性观念、补属性观念、中介属性观念、纯正

属性观念、反属性观念及与前列诸种相应的空属性观念等.

(5)依据其内涵所属层次不同,可分为不同层次的观念.

(6)依据所涉及事物状态的时态不同,可分为过去、现在和未来等不同时态的观念.

(7)依据复杂程度不同,可分为简单观念和复合观念.

(8)依据其结构和应用领域不同,可分为艺术观念、科学观念、技术观念和实践观念等.

1.6 观念命题形式

观念命题是由语句表达的对事物整体状态有所断定和真假之分的观念系统.它可以分为简单观念命题和复合观念命题两类.简单观念命题是不含观念命题联结词的.复合观念命题是含观念命题联结词的.例如:

(1)林黛玉弱不经风.

(2)李逵眉清目秀.

其中,(1)是简单观念命题,对于《红楼梦》的可能世界来说,它是个真命题.(2)是复合观念命题.它省略了联结词"并且"或"而且".这是自然语句表达合取观念命题时常见的情况.该命题对于《水浒》的可能世界来说,是假命题.

观念命题形式是含有观念命题变项的表达式.观念命题形式也可以分为简单的和复合的.简单观念命题形式,即观念命题变项本身.它可以用符号语言表达如下:

$$P^{(n)KST}$$

其中,P 表示观念命题变项.它可以代入花红,或柳绿,或天高,或地广等观念命题.(n)为 P 的层次类型右上标符号集,标志观念命题所描述事物状态的层次结构特征.用它可以区别观念命题所描述的性状是事物较深还是较浅层次的性状.K 为 P 的认知类型右上标符号集,标志观念命题所属认知类型特征.P 的认知类型标志集合元素有:

$$K = \{\langle F \rangle, \langle E \rangle, \langle B \rangle, \langle A \rangle, \langle AB \rangle, \langle ABE \rangle, \langle ABEF \rangle, \langle NABEF \rangle, \cdots\}$$

K 集合中，$\langle F \rangle$，$\langle E \rangle$，$\langle B \rangle$ 和 $\langle A \rangle$ 分别为感知观念命题、反思个别观念命题、特殊观念命题和一般观念命题标志符，$\langle AB \rangle$，$\langle ABE \rangle$，$\langle ABEF \rangle$，$\langle NABEF \rangle$ 分别为反思和感知综合程度不同的观念命题的标志符．例如，$\langle NABEF \rangle$ 为同时认知抽象概念、反思一般、特殊和个别观念以及感性观念的观念命题标志符．

S 为 $P^{(n)KST}$ 的方面类型右上标符号集．S 标志观念命题所描述的事物整体状态的不同方面的特征．S 集合为：

$$S = \{e, ', '', ^{\circ}, ''', q, p, \varphi\}$$

S 中，$e, ', '', ^{\circ}, ''', q, p, \varphi$ 分别为观念命题的正属性、补属性、中介属性、纯正属性、反属性、全部属性、部分属性和空属性观念命题标志符号．

T 为 $P^{(n)KST}$ 的时态类型右上标符号集．T 标志观念命题所描述的事物整体状态的时态特征．T 集合为：

$$T = \{h, r, f, hh, rr, ff, \cdots\}$$

T 中 h, r, f, hh, rr, ff 分别为过去、现在、将来、过去一贯、现在一贯、将来一贯等标志符号．

复合观念命题形式是观念命题变项作为支命题形式和命题联结词一起组成的．其中的命题联结词为逻辑常项．它们集中体现出复合观念命题的逻辑特性．它们的逻辑特性是复合观念命题形式有效变形的逻辑依据．它们可依据不同的标准分为不同种类．它们依据是外延性还是内涵性的，可分为外延联结词和内涵联结词．它们依据所联结的支命题至少数量不同，可分为一元联结词和二元联结词．如果用星号 * 表示观念复合命题形式的联结词，那么观念复合命题形式可用符号表达为：

$$* P^{(n)KST}$$

$$P_1{}^{(n)KST} * P_2{}^{(n)KST}$$

二者分别为含一元和二元命题联结词的复合观念命题形式符号表达式.其中,$*$为复合观念命题联结词的通项.$*$可代入语义适当的复合观念命题的诸特定联结词.

1.7 观念命题联结词

为了易于直观理解,可以给出下列复合观念命题联结词集合S^*:

$$S^* = \{\neg, -\!\triangle, -\!\triangledown, \rightarrow\cdot, -\!\diamond, \doteq, \cdot\!\leftrightarrow\!\cdot, \dot{-}, \dot{\wedge}, \underset{\cdot}{\vee}, ;, \cdot\|\cdot, \cdot|\cdot\}$$

S^*中,前三者为一元联结词,其余为二元联结词.$\neg$,$-\!\triangle$,$-\!\triangledown$分别称为外延否定、内涵不只否定和内涵不尽否定联结词;$\rightarrow\cdot$,$-\!\diamond$,$\doteq$,$\cdot\!\leftrightarrow\!\cdot$,$\dot{-}$分别称为内涵必然蕴涵、内涵或然蕴涵,内涵等同、内涵等值和内涵差取联结词,$\dot{\wedge}$,$\underset{\cdot}{\vee}$,;,$\cdot\|\cdot$,$\cdot|\cdot$分别称为内涵合取、内涵析取、内涵分立,内涵对立和内涵互补联结词.

这些命题联结词可以作出形象思维逻辑方法、事物及其属性集合论和真值函项三种基本语义解释.首先,它们是形象思维诸逻辑方法的一定表达形式.例如,内涵或然蕴涵可以看作想象的逻辑表达形式,内涵等值可以看作联想的逻辑表达形式,内涵互补可以看作形象综合的逻辑表达形式.其次,它们是事物集合及事物属性集合之间关系和运算的一定表达形式.例如,外延否定可以作事物集合求补运算的语义解释,内涵必然蕴涵可以作属性集合间包含关系或相等关系或等价关系的语义解释,内涵等值可以作属性集合间相等或等价关系的语义解释,内涵合取和内涵析取可以分别作属性集合间交和并运算的语义解释,如此等等.最后,它们可以作真值函项的语义解释.这三种语义解释是一致的,而且它们的真值语义解释都是以其集合论语义解释为前提条件的.这是由形象逻辑变形是内涵相干的逻辑特征决定的.

这里用真值表方法给出诸真值联结词的定义.

1	α	$\neg\alpha$
(1)	T	F
(2)	F	T

2	$(S^{\alpha} \supset S^{\beta}) \cup (S^{\alpha} \equiv S^{\beta}) \cup (S^{\alpha} \Leftrightarrow S^{\beta})$	α	β	$\alpha \rightarrow \cdot \beta$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	T
(4)	T	F	F	T

3	$(S^{\alpha} \subset S^{\beta}) \cup (S^{\alpha} \equiv S^{\beta}) \cup (S^{\alpha} \Leftrightarrow S^{\beta})$	α	β	$\alpha - \!\Diamond \beta$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	T
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	T

4	$S^{\alpha} \equiv S^{\beta}$	α	β	$\alpha \doteq \beta$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	F

5	$(S^{\alpha} \equiv S^{\beta}) \cup (S^{\alpha} \Leftrightarrow S^{\beta})$	α	β	$\alpha \cdot \leftrightarrow \cdot \beta$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	T

6	$S^{\alpha} \supseteq S^{\beta}$	α	β	$\alpha \dot{-} \beta$
(1)	T	T	T	F
(2)	T	T	F	T

(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	T

7	α	β	$S^{\alpha}\cap S^{\beta}$	$\alpha\dot{\wedge}\beta$	$\alpha\underset{\cdot}{\vee}\beta$
(1)	T	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F	T
(3)	T	F	T	T	T
(4)	T	F	F	F	T
(5)	F	T	T	T	T
(6)	F	T	F	F	T
(7)	F	F	T	T	T
(8)	F	F	F	F	F

8	α	β	$S^{\alpha}\cap S^{\beta}$	$\alpha;\beta$	α ·‖· β	α ·|· β
(1)	T	T	T	T	F	T
(2)	T	T	F	T	T	F
(3)	T	F	T	F	F	F
(4)	T	F	F	F	F	F
(5)	F	T	T	F	F	F
(6)	F	T	F	F	F	F
(7)	F	F	T	F	F	F
(8)	F	F	F	F	F	F

9	$\alpha^{(n)}$	$\beta^{(n)}$	$S^{\alpha(n)}\cap S^{\beta(n)}$	$\triangle\alpha(n-1)$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	F
(5)	F	T	T	F
(6)	F	T	F	F

(7)	F	F	T	F
(8)	F	F	F	F

10	$\alpha^{(n-1)}$	$\beta^{(n-1)}$	$S^{\alpha(n-1)} \cap S^{\beta(n-1)}$	$\neg_{\nabla}\alpha^{(n)}$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	F
(5)	F	T	T	F
(6)	F	T	F	F
(7)	F	F	T	F
(8)	F	F	F	F

从上述真值表 1～10 可以看出，外延否定是没有内涵相干条件限制的，而其他的内涵联结词都是各有其一定内涵相干条件正相关或负相关条件限制的．真值表 2～6 所定义的各内涵联结词是与其属性集合论解释中，属性集 S^{α}、S^{β} 的包含关系、包含于关系、相等关系或等价关系正相关的．这些联结词是内涵包含相干、内涵包含于相干、内涵相等相干或内涵等价相干的．真值表 7～10 所定义的各内涵联结词是与其属性集合论解释中，属性集的交运算正相关或负相关的．有些联结词是内涵相交相干的．其中，内涵对立是与内涵相交相干条件负相关的，内涵分立是与内涵相交相干条件弱正相关的，其余内涵联结词都是与内涵相交条件强正相关的．

1.8 观念命题的主词、谓词和量词

借助 1.6 和 1.7 给出的逻辑工具只能对观念命题形式作出命题逻辑平面的粗浅分析和符号表达．例如，

(1)林黛玉弱不经风．

(2)李逵眉清目秀．

二者在命题逻辑的平面表达为

(1′) $P^{<ABE>e}$

(2′) $P^{<ABE>e}$; $P^{<ABE>'}$

(1′)和(2′)并没有将(1)和(2)中的主词、谓词和量词分析表达出来.

任何观念命题,从其内在结构来说,都有其主词、谓词和量词.

观念命题的主词是指观念命题中,表达描述对象的词项.例如,上述命题(1)中的“林黛玉”,命题(2)中的“李逵”,“李逵的眉”,“李逵的目”.

观念命题的谓词是指观念命题中,表达对事物状态所作描述的词项.例如,上述命题(1)中,“弱不经风”,命题(2)中的“清”和“秀”.

观念命题的量词是指观念命题中,表达描述对象范围的词项.用自然语句表达观念命题经常省略表达其量词.例如,上述命题(1)和(2)均省略了各自的单称量词.

为了对观念命题作出精确的逻辑分析和表达,需要依据语法与语义同构原则,用不同的符号表达主词、谓词和量词的各自不同语义.

(1)主词符号 $x, y, \cdots; x_1, x_2, \cdots$

(2)谓词符号 $X_i^{n(n)KST}$

(3)量词符号 $I, \exists, \Theta, \Omega, \forall, \Psi$

主词符号 $x, y, \cdots, x_1, x_2, \cdots$ 为个体变项的符号.它们以各自的个体域为变程.

谓词符号 $X_i^{n(n)KST}$ 为观念谓词变项符号.其中,X_i 为任意谓词变项符号,X_i 的右上标 n,(n),K,S 和 T 分别为 Xi 的元数类型符号、层次类型符号、认知类型符号、方面类型符号和时态类型符号.X_i 作为谓词变项,可以代入任意的性质观念或关系观念.n 作为元数类型符号标志 Xi 是某个体 x 的性质谓词,或二个以上有序 n 元组的关系谓词.(n),K,S 和 T 与 $P^{(n)KST}$ 的右上标符号有相应的语义.

量词符号 $I, \exists, \Theta, \Omega$ 分别为确指单一存在，同一存在，整体存在量词和泛指存在量词符号. 四者作为存在量词都指称至少存在一个，其中存在量词 I 只指称某一个. $\forall, \Psi$ 二者分别为同一全称量词，整体全称量词.

借助这里给出的主词、谓词和量词符号，可以对简单观念命题的内在结构作出谓词逻辑平面的分析和表达. 例如，

(1)林黛玉弱不经风.

(2)李逵眉清目秀.

(3)拿破仑具有大将的全部才能.

(4)所有天鹅都是白的.

(5)任何人都有优点又有缺点.

(6)白马非马.

它们的谓词逻辑表达式为

(1″) $Ix(L_{(x)\rightarrow\cdot}^{<ABE>q} L_{(x)}^{<ABE>e})$

(2′) $Ix(K_{(x)\rightarrow\cdot}^{<ABE>q} K^{<ABE>e}; K^{<ABE>'})$

(3″) $Ix(N_{(x)}^{<NABEF>q} \longrightarrow\cdot D_{(x)}^{<NABEF>q})$

(4″) $\forall x(T_{(x)}^{<NA>} \multimap\!\!\diamond T_{(x)}^{<NAB>})$

(5′) $\Psi x(P_{(x)}^{<NABEF>q} \longrightarrow\cdot P_{(X)}^{<NABEF>^{\circ}} \cdot\!\Vert\!\cdot P_{(x)}^{<NABEF>'''})$

(6′) $\Psi x(M_{(x)}^{<ABEF>q} \longrightarrow\cdot M_{(X)}^{<ABEF>e} \cdot\!|\!\cdot M_{(x)}^{<ABEF>'})$

1.9　量化观念命题的真值条件

确定量化观念命题的真假是个十分复杂的逻辑和认识论问题. 这主要是因为(1)观念命题是描述事物状态的命题，从而它既有逻辑真又有事实真的问题；(2)量化观念命题不限于存在量化命题，它还包括全称量化命题，从而就有如何确定无穷域全称命题的真假问题. 这里给出一种基于非量化和量化观念命题真值表的逻辑判定方法. 为确定量化观念命题的真假，下面给出量化观念命题的真值表：

11	I_x	$IX^{(n)KST}$	$IX\{^{n}_{x}\}^{KST}$	$I_xX\{^{n}_{x}\}^{KST}$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	F
(5)	F	T	T	F
(6)	F	T	F	F
(7)	F	F	T	F
(8)	F	F	F	F

12	$\exists_x$	$\exists X^{(n)KST}$	$\exists X\{^{n}_{x}\}^{KST}$	$\exists xX\{^{n}_{x}\}^{KST}$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	F
(5)	F	T	T	F
(6)	F	T	F	F
(7)	F	F	T	F
(8)	F	F	F	F

13	Ωx	$\Omega x^{(n)KST}$	$\Omega X\{^{n}_{x}\}^{KST}$	$\Omega xX\{^{n}_{x}\}^{KST}$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	F
(5)	F	T	T	F
(6)	F	T	F	F
(7)	F	F	T	F
(8)	F	F	F	F

14	Ⓗ$xX\{^{n}_{x}\}^{KeT}$	Ⓗ$xX\{^{n}_{x}\}^{K'T}$	Ⓗ$xX^{(n)K''T}$	Ⓗ$xX^{(n)KqT}$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	F

(5)	F	T	T	F
(6)	F	T	F	F
(7)	F	F	T	F
(8)	F	F	F	F

15	$\exists xX^{\{n\}KST}_{(x)}$	$\exists x^{\neg}X^{\{n\}KST}_{(x)}$	$\forall xX^{\{n\}KST}_{(x)}$
(1)	T	T	F
(2)	T	F	T
(3)	F	T	F
(4)	F	F	F

16	$\forall xX^{\{n\}K^{e}T}_{(x)}$	$\forall xX^{\{n\}K'T}_{(x)}$	$\forall xX^{\{n\}K''T}_{(x)}$	$\Psi xX^{\{n\}K^{q}T}_{(x)}$
(1)	T	T	T	T
(2)	T	T	F	F
(3)	T	F	T	F
(4)	T	F	F	F
(5)	F	T	T	F
(6)	F	T	F	F
(7)	F	F	T	F
(8)	F	T	F	F

1.10 基于真值表方法的形象逻辑

这里用真值表方法建构一个形象逻辑的永真式和可真式系统.形象逻辑是以观念命题的永真式和可真式为逻辑规律的归纳逻辑系统.依据量化和非量化观念命题真值表,总能用真值表方法判定任一观念命题形式是否为形象逻辑的规律.从而可以建立基于真值表方法的形象逻辑系统.

1.10.1 观念命题形式的真值类型

观念命题形式,依据其真值不同,可分为永真式、可真式和永假式三种类型.

一个观念命题形式为永真式,当且仅当,在其所有支式真值指派组合的全部可能情况下,它都取真值为真.

一个观念命题形式为狭义可真式,当且仅当,在其所有支式真值指派组合的全部可能情况中,有部分可能情况取真值为真,另有部分可能情况取真值为假.

一个观念命题形式为广义可真式,当且仅当,它或者为永真式,或者为狭义可真式.

一个观念命题形式为永假式,当且仅当,在其所有支式真值指派组合全部可能情况下,它都取真值为假.

1.10.2 观念命题的真值语义规律

这里在观念命题形式真值语义类型的基础上定义观念命题真值语义的逻辑规律.

一个观念命题形式为形象逻辑的真值语义演绎规律,当且仅当,它为永真式.

一个观念命题形式为形象逻辑真值语义的狭义归纳规律,当且仅当,它为狭义可真式.

一个观念命题形式为形象逻辑真值语义的广义归纳规律,当且仅当,它为永真式或狭义可真式.

一个观念命题形式不为形象逻辑真值语义规律,当且仅当,它为永假式.

1.10.3 量化观念命题的基础式及其复合式

一个量化观念命题形式为量化基础式,当且仅当,它只有量词、个体词和主谓式组成.否则,它为非量化基础式.

一个量化观念命题形式为量化基础式的复合式,当且仅当,它只由量化基础式和复合命题联结词组成.否则,它为非量化基础式的复合式.非量化基础式的复合式又称为量化前束式.

一个量化观念命题复合式为量化前束式,当且仅当,量词所量

化的主谓式在量词和主词后的括号之中.

主词和谓词相同的量化前束式与量化基础式的复合式,可以依据一定的规则相互变换.变换规则有两条:

$$R_1: \frac{\vdash Qx(\alpha * \beta)}{\vdash Qx\alpha * Qx\beta}$$

$$R_2: \frac{\vdash Qx\alpha * Qx\beta}{\vdash Qx(\alpha * \beta)}$$

其中,R_1 和 R_2 分别为量词分配规则和量词前束规则. Q 为任意量词, * 为任意二元命题联结词. 依据 R_1 可以将量化前束式变换为量化基础式的复合式;依据 R_2 可以将量化基础式的复合式变换为量化前束式.

1.10.4 形象逻辑真值语义规律的真值表判定方法

一个观念命题形式是否为形象逻辑真值语义解释下的逻辑规律,可依据相关真值表,通过如下步骤加以判定:

(ⅰ)如果待判定式为量化复合观念命题的前束式,那么,首先依据量词分配规则将其变换为量化基础式的复合式;

(ⅱ)给待判定的非量化式或量化基础式的复合式中的所有支式指派真值,并用相关真值表给出待判定所取的真值;

(ⅲ)依据观念命题形式真值语义类型的定义,确定待判定式的真值类型;

(ⅳ)依据形象逻辑真值语义规律的定义判定待判定式是否及是哪种形象逻辑真值语义的规律.

例如,用这里给出的方法,可判定下列观念命题形式是否为形象逻辑真值语义规律.为节省篇幅,判定步骤从简.

(1) $\Theta x(X\left\{{n \atop x}\right\}^{K^eT} \multimap\!\Diamond X\left\{{n \atop x}\right\}^{K^qT})$

该式为量化复合观念命题前束式,将其变换为量化基础式的复合式 $\Theta xX\left\{{n \atop x}\right\}^{K^eT} \multimap\!\Diamond \Theta xX\left\{{n \atop x}\right\}^{K^qT}$.

该式真值为:

	$\Theta xX\{{n \atop x}\}^{K^eT}$	$\Theta xX\{{n \atop x}\}^{K'T}$	$\Theta xX\{{n \atop x}\}^{K''T}$	$\Theta xX\{{n \atop x}\}^{K^eT} -\!\Diamond\, \Theta xX\{{n \atop x}\}^{K^qT}$
(1)	*T*	*T*	*T*	*T*
(2)	*T*	*T*	*F*	*T*
(3)	*T*	*F*	*T*	*T*
(4)	*T*	*F*	*F*	*T*
(5)	*F*	*T*	*T*	*F*
(6)	*F*	*T*	*F*	*F*
(7)	*F*	*F*	*T*	*F*
(8)	*F*	*F*	*F*	*F*

从该式真值表可以看出,它为狭义可真式,因而它为形象谓词逻辑真值语义的狭义归纳规律.

(2) $\Psi xX\{{n \atop x}\}^{K^qT} \rightarrow\cdot \forall xX\{{n \atop x}\}^{K''T}$

该式为量化复合观念命题的基础式的复合式,不必再作专换.它的真值为:

	$\forall xX\{{n \atop x}\}^{K^eT}$	$\forall xX\{{n \atop x}\}^{K'T}$	$\forall xX\{{n \atop x}\}^{K''T}$	$\Psi xX\{{n \atop x}\}^{K^qT} \rightarrow\cdot \forall xX\{{n \atop x}\}^{K''T}$
(1)	*T*	*T*	*T*	*T*
(2)	*T*	*T*	*F*	*T*
(3)	*T*	*F*	*T*	*T*
(4)	*T*	*F*	*F*	*T*
(5)	*F*	*T*	*T*	*T*
(6)	*F*	*T*	*F*	*T*
(7)	*F*	*F*	*T*	*T*
(8)	*F*	*F*	*F*	*T*

从该式的真值表可以看出,它为永真式,因而待判定为形象谓词逻辑的真值语义演绎规律.

2 形象谓词逻辑演算

前面给出了形象谓词逻辑的真值语义广义归纳系统.这里继

而给出形象谓词逻辑的一种自然演算系统 INQ.

2.1　INQ 系统的形式语言 LIQ

1)初始符号

(1)命题变项符:$P_i^{(n)KST}$

(2)命题变项右上标

①层次类型符:$\cdots,(n-1),(n),(n+1),\cdots$

②认知类型符:$K=\{<NABEF>,<NABE>,$
$<NAB>,<NA>,<ABEF>,$
$<ABE>,<AB>,<A>,<B>,$
$<E>,<F>\}$

③方面类型符:$S=\{e,',",o,''',q,p,\varphi\}$

④时态类型符:$T=\{h,r,f,hh,rr,ff\}$

(3)命题联结词:$\rightharpoonup,-\!\vartriangle,-\!\triangledown,\rightarrow\cdot,-\!\diamond,$

$\doteq,\leftrightarrow,\dot{-},\dot{\wedge},\underset{\cdot}{\vee},$

$;,\cdot\!\Vert\!\cdot,\cdot\!|\!\cdot\}$

(4)个体变项符:$x,y,\cdots,x_1,x_2,\cdots$

(5)谓词变项符:$X_i^{n(n)KST}$

(6)谓词变项右上标

①元数类型符:n 为 $1,2,\cdots,n$

②(n),③K,④S,⑤T 同 2. 中①至④.

(7)量词符号:$I,\exists,\Omega,\Theta,\forall,\Psi$

(8)辅助符号:(　,　)

2)项形成规则

(ⅰ)每个命题变项是项;

(ⅱ)每个个体变项是项;

(ⅲ)只有根据规则(ⅰ)和(ⅱ)生成的是项.

3)公式形成规则

（ⅰ）每个命题变项是公式；

（ⅱ）如果 $X^{n(n)KST}$ 是 n 元谓词，$x_1,\cdots,x_n$ 是个体变项，那么 $X^{(n)KST}_{(x_1,\cdots,x_n)}$ 是公式；

（ⅲ）如果 α 是公式，那么 $\neg\alpha$，$\neg_{\triangle}\alpha$，$\neg_{\nabla}\alpha$ 是公式；

（ⅳ）如果 α,β 是公式，那么 $\alpha\rightarrow\cdot\beta$，$\alpha-\!\!\diamond\beta$，$\alpha\doteq\beta$，$\alpha\cdot\leftrightarrow\cdot\beta$，$\alpha\dot{-}\beta$，$\alpha\dot{\wedge}\beta$，$\alpha\underset{\cdot}{\vee}\beta$，$\alpha;\beta$，$\alpha\Vdash\beta$，$\alpha\cdot\!\vdash\!\cdot\beta$ 是公式；

（ⅴ）如果 α 是公式，x 是个体变项，那么 $Ix\alpha$，$\exists x\alpha$，$\Omega x\alpha$，$\forall x\alpha$，$\Psi x\alpha$ 是公式；

（ⅵ）如果 x 是个体变项，X^{Σ} 是谓词变项，那么 Ix，IX^{Σ}，$IX^{\Sigma}(x)$，$\exists x$，$\exists X^{\Sigma}$，$\exists X^{\Sigma}_{(x)}$，Ωx，ΩX^{Σ}，$\Omega X^{\Sigma}_{(x)}$ 是公式；

（ⅶ）只有依据形式规则（ⅰ）至（ⅵ）生成的符号串才是公式.

2.2 INQ 系统的变形规则

$$R_{Q1}\ \frac{\vdash\alpha}{\vdash\neg\neg\alpha}\qquad R_{Q2}\ \frac{\vdash\neg\neg\alpha}{\vdash\alpha}$$

$$R_{Q3}\ \frac{\begin{array}{l}\vdash\alpha\rightarrow\cdot\beta\\ \vdash\alpha\end{array}}{\vdash\beta}\qquad R_{Q4}\ \frac{\vdash\alpha\rightarrow\cdot\beta}{\Vdash\beta-\!\!\diamond\alpha}$$

$$R_{Q5}\ \frac{\begin{array}{l}\Vdash\alpha-\!\!\diamond\beta\\ \vdash\alpha\end{array}}{\Vdash\beta}\qquad R_{Q6}\ \frac{\begin{array}{l}\Vdash\alpha\rightarrow\beta\\ \vdash\neg\alpha\end{array}}{\vdash\neg\beta}$$

$$R_{Q7}\ \frac{\begin{array}{l}\vdash\alpha\rightarrow\cdot\beta\\ \vdash\beta\rightarrow\cdot\alpha\end{array}}{\vdash\alpha\doteq\beta}\qquad R_{Q8}\ \frac{\vdash\alpha\doteq\beta}{\begin{array}{l}\vdash\alpha\rightarrow\cdot\beta\\ \vdash\beta\rightarrow\cdot\alpha\end{array}}$$

$$R_{Q9}\ \frac{\begin{array}{l}\Vdash\alpha-\!\!\diamond\beta\\ \Vdash\beta-\!\!\diamond\alpha\end{array}}{\vdash\alpha\cdot\leftrightarrow\cdot\beta}\qquad R_{Q10}\ \frac{\vdash\alpha\cdot\leftrightarrow\cdot\beta}{\begin{array}{l}\Vdash\alpha-\!\!\diamond\beta\\ \Vdash\beta-\!\!\diamond\alpha\end{array}}$$

$$R_{Q11}\ \frac{\begin{array}{l}\Vdash \alpha \multimap\!\Diamond \beta\\ \vdash \beta \dot{-} \alpha\end{array}}{\vdash \gamma} \qquad R_{Q12}\ \frac{\begin{array}{l}\vdash \alpha \doteq \beta\\ \vdash \alpha \dot{-} \beta\end{array}}{\vdash \alpha^{\varphi}}$$

$$R_{Q13}\ \frac{\vdash \alpha^{e}\ \dot{\wedge}\ \alpha'}{\vdash \alpha''} \qquad R_{Q14}\ \frac{\vdash \alpha''}{\vdash \alpha^{e}\ \dot{\wedge}\ \alpha'}$$

$$R_{Q15}\ \frac{\begin{array}{l}\vdash \alpha \ \underset{\cdot}{\vee}\ \beta\\ \vdash\!\rightharpoondown \alpha\end{array}}{\vdash \beta} \qquad R_{Q16}\ \frac{\begin{array}{l}\vdash \alpha\\ \vdash \beta\end{array}}{\vdash \alpha ; \beta}$$

$$R_{Q17}\ \frac{\vdash \alpha ; \beta}{\vdash \alpha \quad \vdash \beta} \qquad R_{Q18}\ \frac{\vdash \alpha^{\circ}\ \vdash \alpha'''\ \vdash \rightharpoondown \alpha''}{\vdash \alpha^{\circ} \cdot\!\Vert\!\cdot\ \alpha'''}$$

$$R_{Q19}\ \frac{\vdash \alpha^{\circ} \cdot\!\Vert\!\cdot\ \alpha'''}{\vdash \alpha^{\circ}\ \vdash \alpha'''} \qquad R_{Q20}\ \frac{\vdash \alpha^{e},\ \vdash \alpha',\ \vdash \alpha''}{\vdash \alpha^{e} \cdot\!|\!\cdot \alpha'}$$

$$R_{Q21}\ \frac{\vdash \alpha^{e} \cdot\!|\!\cdot \alpha'}{\vdash \alpha,\ \vdash \alpha',\ \vdash \alpha''} \qquad R_{Q22}\ \frac{\vdash \rightharpoondown\!\triangle\, \alpha^{(n-1)e}}{\vdash \alpha^{(n)e} \cdot\!|\!\cdot \alpha^{(n)'}}$$

$$R_{Q23}\ \frac{\vdash \alpha^{(n)e} \cdot\!|\!\cdot \alpha^{(n)'}}{\vdash \rightharpoondown\!\triangle\, \alpha^{(n-1)e}} \qquad R_{Q24}\ \frac{\vdash \rightharpoondown\!\nabla\, \alpha^{(n)e}}{\vdash \alpha^{(n-1)e} \cdot\!|\!\cdot \alpha^{(n-1)'}}$$

$$R_{Q25}\ \frac{\vdash \alpha^{(n-1)e} \cdot\!|\!\cdot \alpha^{(n-1)'}}{\vdash \rightharpoondown\!\nabla\, \alpha^{(n)e}} \qquad R_{Q26}\ \frac{\begin{array}{l}\vdash\!\rightharpoondown \alpha \twoheadrightarrow \cdot \rightharpoondown \beta\\ \vdash\!\rightharpoondown \alpha \twoheadrightarrow \cdot\, \beta\end{array}}{\vdash \alpha}$$

$$R_{Q27}\ \frac{\vdash\!\rightharpoondown Q_{1x}\alpha}{\vdash Q_{2x} \rightharpoondown \alpha} \qquad R_{Q28}\ \frac{\vdash Q_{x}(\alpha * \beta)}{\vdash Q_{x}\alpha * Q_{x}\beta}$$

$$R_{Q29}\frac{\vdash Q_x\alpha * Q_x\beta}{\vdash Q_x(\alpha * \beta)} \qquad R_{Q30}\frac{\vdash \Psi_x\alpha}{\vdash \forall_x\alpha}$$

$$R_{Q31}\frac{\vdash I_x,\ \vdash IX^{\Sigma},\ \vdash IX^{\Sigma}_{(x)}}{\vdash I_xX^{\Sigma}_{(x)}} \qquad R_{Q32}\frac{\vdash I_xX^{\Sigma}_{(x)}}{\vdash I_x,\ \vdash IX^{\Sigma},\ \vdash IX^{\Sigma}_{(x)}}$$

$$R_{Q33}\frac{\vdash \exists_x,\ \vdash \exists X^{\Sigma},\ \vdash \exists X^{\Sigma}_{(x)}}{\vdash \exists_xX^{\Sigma}_{(x)}}$$

$$R_{Q34}\frac{\vdash \exists_xX^{\Sigma}_{(x)}}{\vdash \exists_x,\ \vdash \exists X^{\Sigma},\ \vdash \exists_xX^{\Sigma}_{(x)}}$$

$$R_{Q35}\frac{\vdash \Omega_x,\ \vdash \Omega X^{\Sigma},\ \vdash \Omega X^{\Sigma}_{(x)}}{\vdash \Omega_xX^{\Sigma}_{(x)}} \qquad R_{Q36}\frac{\vdash \Omega_xX^{\Sigma}_{(x)}}{\vdash \Omega_x,\ \vdash \Omega X^{\Sigma},\ \vdash \Omega X^{\Sigma}_{(x)}}$$

$$R_{Q37}\frac{\vdash Ⓗ xX^{\Sigma^{e}}_{(x)},\ \vdash Ⓗ xX^{\Sigma'}_{(x)},\ \vdash Ⓗ xX^{\Sigma''}_{(x)}}{\vdash Ⓗ xX^{\Sigma^{q}}_{(x)}}$$

$$R_{Q38}\frac{\vdash Ⓗ xX^{\Sigma^{q}}_{(x)}}{\vdash Ⓗ xX^{\Sigma^{e}},\ \vdash Ⓗ xX^{\Sigma'}_{(x)},\ \vdash Ⓗ xX^{\Sigma''}_{(x)}}$$

$$R_{Q39}\frac{\vdash \exists xX^{\Sigma}_{(x)},\ \vdash \neg \exists_x \neg X^{\Sigma}_{(x)}}{\vdash \forall_xX^{\Sigma}_{(x)}}$$

$$R_{Q40}\frac{\vdash \forall_xX^{\Sigma}_{(x)}}{\vdash \exists_xX^{\Sigma}_{(x)},\ \vdash \neg \exists_x \neg X^{\Sigma}_{(x)}}$$

$$R_{Q41}\frac{\vdash \forall_xX^{\Sigma^{e}}_{(x)},\ \vdash \forall_xX^{\Sigma'}_{(x)},\ \vdash \forall_xX^{\Sigma''}_{(x)}}{\vdash \Psi_xX^{\Sigma q}_{(x)}}$$

$$R_{Q42}\frac{\vdash \Psi_x X^{\Sigma^q}_{(x)}}{\vdash \forall_x X^{\Sigma^e}_{(x)}, \vdash \forall x X^{\Sigma'}_{(x)}, \vdash \forall x X^{\Sigma''}_{(x)}}$$

在上述变形规则中，$\vdash$和 $\Vdash$分别为形式演绎可证和形式归纳可证符号.只含有演绎可证公式的规则称为形式演绎规则;不只含有演绎可证公式的规则称为形式归纳规则. R_{Q27}中的 Q_1 和 Q_2 为可对应变换的存在量词和全称量词,即 ∃ 与 ∀,Ⓗ与 Ψ. $R_{Q28、29}$中 Q,为 LIQ 中的任意量词, * 为 LIQ 中的任意二元命题联结词. R_{Q28} 和 R_{Q29}分别为量词分配规则和量词前移或前束规则. R_{Q29}至 R_{Q40} 中谓词右上标符号 Σ,为谓词的全部或部分右上标的缩写符号.

借助这里给出的诸形式演绎和形式归纳变形规则,可证无穷多条 INQ 系统中形式定理.

2.3 INQ 系统中形式定理

INQ 系统是观念命题形式的形式演绎和形式归纳系统.

INQ 系统的形式演绎是指这样一个公式序列,$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$,序列中在后的公式是由在前的公式,应用 INQ 系统的形式演绎规则得出的.形式演绎序列中的最后一个公式称为形式演绎可证定理.

INQ 系统的形式归纳是指这样一个公式序列,$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$,序列中在后的公式是由在前的公式,应用 INQ 系统的形式演绎规则或形式归纳规则得出的.形式归纳序列中的最后一个公式称为形式归纳可证公式.

INQ 系统作为自然演绎和自然归纳系统,它是不设任何公理的.INQ 系统的形式演绎和形式归纳都从假设公式出发.如果由假设公式只用演绎变形规则就可得出待证公式,那么待证公式为 INQ 系统形式演绎可证公式,即其形式演绎可证定理.如果由假设公式出发,需用该系统归纳变形规则才可得出待证公式,那么待证公式为 INQ 系统形式归纳可证公式,即其形式归纳可证定理.这些假设公式的真实性都是可由逻辑语义学方法加以证明的.因此,这

些假设公式并非是凭主观随意约定的. 形式演绎和形式归纳的主要作用在于,揭示待证公式与假设公式之间的语法联系,即形式结构方面的联系. 下面给出两条重要的语法定理,证明从略.

2.3.1　INQ 系统形式演绎定理

如果 $\Gamma,\alpha\vdash\beta$,那么 $\Gamma\vdash\alpha\rightarrow\cdot\beta$. $(\rightarrow\cdot+)$其中,Γ 为 LIQ 公式集,α 和 β 为 LIQ 公式.

2.3.2　INQ 系统形式归纳定理

如果 $\Gamma,\alpha\ |\!\vdash\beta$,那么 $\Gamma\ |\!\vdash\alpha-\!\!\Diamond\beta$. $(-\!\!\Diamond+)$其中,Γ 为含有内涵或然蕴涵式或必然蕴涵式的 LIQ 公式集,α 和 β 为 LIQ 公式.

这里列举 INQ 中若干形式定理,并举例应用 INQ 的变形规则和形式演绎定理或形式归纳定理证明其中一些定理。

定理 1.　$\vdash\Theta x(X^{\Sigma^q}_{(x)}\rightarrow\cdot X^{\Sigma^e}_{(x)})$

定理 2.　$\vdash\Theta x(-\!\!\triangle X^{\Sigma^e}_{(x)}\rightarrow\cdot X^{\Sigma^e}_{(x)}\cdot\!|\!\cdot X^{\Sigma'}_{(x)})$

定理 3.　$\vdash\Theta x(X^{\Sigma^q}_{(x)}\rightarrow\cdot X^{\Sigma^e}_{(x)};X^{\Sigma'}_{(x)})$

定理 4.　$\vdash\Psi xX^{\Sigma^q}_{(x)}\rightarrow\cdot(\forall xX^{\Sigma^e}_{(x)}\cdot\leftrightarrow\cdot\forall_x X^{\Sigma'}{}_{(x)})$

定理 5.　$\vdash\Omega xX^{\Sigma}_{(x)}\rightarrow\cdot\Omega X^{\Sigma}$

定理 6.　$|\!\vdash\Theta x(X^{\Sigma^e}_{(x)}-\!\!\Diamond X^{\Sigma^q}_{(x)})$

定理 7.　$|\!\vdash\exists xX^{\Sigma}_{(x)}-\!\!\Diamond\forall xX^{\Sigma}_{(x)}$

定理 8.　$|\!\vdash\forall xX^{\Sigma^e};\forall xX^{\Sigma'}_{(x)}-\!\!\Diamond\Psi xX^{\Sigma^q}_{(x)}$

定理 9.　$|\!\vdash\exists x;\exists X^{\Sigma}-\!\!\Diamond\exists xX^{\Sigma}_{(x)}$

定理 10.　$|\!\vdash Ix(X^{\Sigma^e}_{(x)}-\!\!\Diamond X^{\Sigma^q}_{(x)})$

证　定理 1.　$\vdash I_x(X^{\Sigma^q}_{(x)}\rightarrow\cdot X^{\Sigma^e}_{(x)})$

(1) $\vdash\Theta xX^{\Sigma^q}_{(x)}$　　(假设)

(2) $\vdash\Theta xX^{\Sigma^e}$　　((1), R_{IQ36})

(3) $\vdash\Theta xX^{\Sigma^q}_{(x)}\rightarrow\cdot\Theta xX^{\Sigma^e}_{(x)}$　　((1),(2),$(\rightarrow\cdot+)$)

(4) $\vdash\Theta x(X^{\Sigma^q}_{(x)}\rightarrow\cdot X^{\Sigma^e}_{(x)})$　　((3), R_{IQ29})

证　定理 2. $\vdash \Theta x(-\!\!\triangle X^{\Sigma^{e}}_{(x)} \rightarrow\cdot X^{\Sigma^{e}}_{(x)} \cdot\!|\!\cdot X^{\Sigma'}_{(x)})$

(1) $\vdash \Theta x -_{\nabla} X^{\Sigma^{e}}$ （假设）

(2) $\vdash \Theta x(X^{\Sigma^{e}}_{(x)} \cdot\!|\!\cdot X^{\Sigma'}_{(x)})$ （(1), R_{Q24}）

(3) $\vdash \Theta x -\!\!\triangle X^{\Sigma^{e}}_{(x)} \rightarrow\cdot \Theta x(X^{\Sigma^{e}}_{(x)} \cdot\!|\!\cdot X^{\Sigma'}_{(x)})$

（(2), (2), ($\rightarrow\cdot$ +)）

(4) $\vdash \Theta x(-\!\!\triangle X^{\Sigma^{e}}_{(x)} \rightarrow\cdot X^{\Sigma^{e}}_{(x)} \cdot\!|\!\cdot X^{\Sigma'}_{(x)})$

（(3), R_{Q29}）

证　定理 6　$|\!\vdash \Theta x(X^{\Sigma^{e}}_{(x)} -\!\!\diamond X^{\Sigma^{q}}_{(x)})$

(1) $\vdash \Theta x X^{\Sigma^{q}}_{(x)}$ （假设）

(2) $\vdash \Theta x X^{\Sigma^{e}}_{(x)}$ （(1), R_{Q38})）

(3) $\vdash \Theta x X^{\Sigma^{q}} \rightarrow\cdot \Theta x X^{\Sigma^{e}}_{(x)}$ （(1), (2), ($\rightarrow\cdot$ +)）

(4) $|\!\vdash \Theta x X^{\Sigma^{e}}_{(x)} -\!\!\diamond \Theta x X^{\Sigma^{q}}_{(x)}$ （(3), R_{Q4}）

(5) $|\!\vdash \Theta x(X^{\Sigma^{e}}_{(x)} -\!\!\diamond X^{\Sigma^{q}}_{(x)})$ （(4), R_{Q29}）

证　定理 8.　$|\!\vdash \forall x X^{\Sigma^{e}}_{(x)}; \forall x X^{\Sigma'}_{(x)} -\!\!\diamond \Psi x X^{\Sigma^{q}}_{(x)}$

(1) $\vdash \Psi x X^{\Sigma^{q}}_{(x)}$ （假设）

(2) $\vdash \forall x X^{\Sigma^{e}}_{(x)}$ （(1), R_{Q42}）

(3) $\vdash \forall x X^{\Sigma'}_{(x)}$ （(1), R_{Q42}）

(4) $\vdash \forall x X^{\Sigma^{e}}_{(x)}; \forall x X^{\Sigma'}_{(x)}$ （(2), (3), R_{Q16}）

(5) $\vdash \Psi x X^{\Sigma^{q}}_{(x)} \rightarrow\cdot \forall x X^{\Sigma^{e}}_{(x)}; \forall x X^{\Sigma'}_{(x)}$ （(1), (4), ($\rightarrow\cdot$ +)）

(6) $|\!\vdash \forall x X^{\Sigma^{e}}_{(x)}; \forall x X^{\Sigma'}_{(x)} -\!\!\diamond \Psi x X^{\Sigma^{q}}_{(x)}$ （(5), R_{Q4}）

这里为了简便只列举并例证出一元谓词的形式定理.二元和二元以上谓词的形式定理与一元谓词形式定理的证明方法是类似的,故而从略.

2.4 INQ 系统的语义解释

INQ 系统本身是一个形式语言的纯语法系统.严格地说,在未对其作出逻辑语义解释之前,它还不是一个逻辑系统,甚至尚且不是一个逻辑语法系统.在表达 INQ 系统过程中,曾用到一些逻辑术语,那不过是为了随后对其作出逻辑语义解释比较方便而已.这里对 INQ 系统作出形象逻辑及其逻辑哲学的语义解释.首先,对其作出逻辑形式、逻辑真值和逻辑方法的逻辑语义解释;然后对所作出的逻辑形式解释,作出本体论和认识论的逻辑哲学语义解释.为易于理解,基本采用自然语言直观解释方法.

INQ 系统作为形象谓词逻辑系统,其个体词、谓词和量词分别指称简单观念命题的主项、谓项和量项,其联结词指称复合观念命题的联结词.其公式均指称观念命题形式.其简单公式、复合公式和量化公式分别指称简单观念命题形式、复合观念命题形式和量化观念命题形式.其变形规则指称观念命题的推理形式.其形式定理指称形象逻辑的逻辑规律.

对于 INQ 系统的公式可作出如下逻辑真值的语义解释.在其公式作为观念命题形式的情况下,将其中的量化和非量化命题形式均作为真值函项,赋予真值.将命题变项 Pi,量化命题变项 Qx,QX^{Σ},$QX^{\Sigma}_{(x)}$ 均指派 $\{T,F\}$ 集合中的二个真值.将 $\neg\alpha$ 和 $\alpha * \beta$ 分别作为一元和二元真值函项,$-\!\!\vartriangle\alpha$、$-\!\!\triangledown\alpha$,$\alpha\ \cdot\!|\!\cdot\ \beta$ 为三元真值函项,将 I,$\exists$,Θ 和 Ω 量化式作为相应的支式 Qx、QX^{Σ} 和 $QX^{\Sigma}_{(x)}$ 的三元真值函项,将 $\forall$ 和 Ψ 量化式分别作为 $\exists$ 量化式的复合真值函项.按照这种真值指派方法,给各种真值函项的真值赋值规则如下:

(1) $V(\neg\alpha) = T \Leftrightarrow V(\alpha) = F$

(2) $V(\alpha \rightarrow\!\cdot\, \beta) = T \Leftrightarrow V(\alpha) = F \vee V(\beta) = T$

(3) $V(\alpha -\!\!\Diamond \beta) = T \Leftrightarrow V(\alpha) = T \vee V(\beta) = F$

(4) $V(\alpha \doteq \beta) = T \Leftrightarrow V(\alpha \rightarrow\!\cdot\, \beta) = T \wedge V(\beta \rightarrow\!\cdot\, \alpha) = T$

(5) $V(\alpha \cdot\!\leftrightarrow\!\cdot\, \beta) = T \Leftrightarrow V(\alpha -\!\!\Diamond \beta) = T \wedge V(\beta -\!\!\Diamond \alpha) = T$

(6) $V(\alpha \dot{-} \beta) = T \Leftrightarrow (V(\alpha) = T \wedge V(\beta) = F)$

$\vee (V(\alpha) = F \wedge V(\beta) = F)$

(7) $V(\alpha^{e} \dot{\wedge} \alpha') = T \Leftrightarrow V(\alpha'') = T$

(8) $V(\alpha^{e} \underset{\cdot}{\vee} \alpha') = T \Leftrightarrow V(\alpha^{e}) = T \vee V(\alpha') = T$

$\vee V(\alpha'') = T$

(9) $V(\alpha^{e} ; \alpha') = T \Leftrightarrow V(\alpha^{e}) = T \wedge V(\alpha') = T$

(10) $V(\alpha^{e} \cdot\!\|\!\cdot \alpha') = T \Leftrightarrow V(\alpha'') = F \wedge V(\alpha^{e}) = T$

$\wedge V(\alpha') = T$

(11) $V(\alpha^{e} \cdot\!|\!\cdot \alpha') = T \Leftrightarrow V(\alpha^{e}) = T \wedge V(\alpha') = T$

$\wedge V(\alpha'') = T$

(12) $V(-\!\triangle \alpha^{(n-1)e}) = T \Leftrightarrow V(\alpha^{(n)e}) = T \wedge V(\alpha^{(n)'}) = T$

$\wedge V(\alpha^{(n)''}) = T$

(13) $V(-_{\triangledown} \alpha^{(n)e}) = T \Leftrightarrow V(\alpha^{(n-1)e}) = T \wedge V(\alpha^{(n-1)'}) = T$

$\wedge V(\alpha^{(n-1)''}) = T$

(14) $V(IxX^{\Sigma}_{(x)}) = T \Leftrightarrow V(Ix) = T \wedge V(IX^{\Sigma}) = T$

$\wedge V(IX^{\Sigma}_{(x)}) = T$

(15) $V(\exists xX^{\Sigma}_{(x)}) = T \Leftrightarrow V(\exists x) = T \wedge V(\exists X^{\Sigma}) = T$

$\wedge V(\exists X^{\Sigma}_{(x)}) = T$

(16) $V(\Omega xX^{\Sigma}_{(x)}) = T \Leftrightarrow V(\Omega x) = T \wedge V(\Omega X^{\Sigma}) = T$

$\wedge V(\Omega X^{\Sigma}_{(x)}) = T$

(17) $V(\Theta xX^{\Sigma^{q}}_{(x)}) = T \Leftrightarrow V(\Theta xX^{\Sigma^{e}}_{(x)}) = T$

$\wedge V(\Theta xX^{\Sigma'}_{(x)}) = T$

$\wedge V(\Theta xX^{\Sigma''}_{(x)}) = T$

(18) $V(\forall xX^{\Sigma}_{(x)}) = T \Leftrightarrow V(\exists xX^{\Sigma}_{(x)}) = T \wedge V(\exists_{X} \neg X^{\Sigma}_{(x)}) = F$

(19) $V(\Psi xX^{\Sigma^{q}}_{(x)}) = T \Leftrightarrow V(\forall xX^{\Sigma^{e}}_{(x)}) = T$

$\wedge V(\forall xX^{\Sigma'}_{(x)}) = T$

$\wedge V(\forall xX^{\Sigma''}_{(x)}) = T$

在此观念命题形式的真值赋值规则中，V 为真值赋值函数，$\Leftrightarrow$为永真等值符号，$\wedge$和$\vee$分别为经典命题联结词的合取词和析取词.

观念命题形式被赋予真值以后，即变为观念命题.它们要么为永真命题，要么为狭义可真命题，要么为永假命题.

INQ 系统的变形规则作出形象逻辑推理形式的解释以后，它们可以看作形象思维逻辑方法，形象分析、综合、概括、联想和想象等方法的逻辑表达形式.

量化观念命题具有其特定的本体论和认识论意义.其主项指称客观或主观事物的整体.其一元和多元谓词分别指称事物整体的性质和关系.在谓项 $X^{n(n)KST}$中，右上标 n 指称具有 X 所指称属性事物的数量；(n)指称 X 属性所属事物整体哪个层次的属性；K 指称 X 属性是事物整体可感知状态的属性，还是可想象的个别、特殊或一般的事物整体状态的属性；S 指称 X 属性是事物整体状态哪方面的属性；T 指称 X 属性是什么时态的事物整体状态属性.观念命题单一存在量项、同一存在量项、整体存在量项和泛指存在量项分别指称事物整体及其状态属性存在的不同情况；同一全称量项和整体全称量项分别指称对象域所有事物所具有的相同属性，还是多方面不同属性.

可以在上述诸种语义解释，特别是在 INQ 系统真值语义解释的基础上，讨论其元逻辑性质，即有关其整个系统的逻辑性质.

2.5 INQ 系统的可靠性和协调性

2.5.1 INQ 系统的可靠性定义

如果 INQ 系统在其真值语义解释下，每一形式演绎可证定理都是永真式，每一形式归纳可证定理都是可真式，那么它具有可靠性.

2.5.2 INQ 系统的可靠性定理

INQ 系统具有可靠性.即 INQ 系统在二值真值语义解释下，(1)如果 $\Gamma \vdash \alpha$，那么 $\Gamma \vDash \alpha$；(2)如果 $\Gamma \Vdash \alpha$，那么 $\Gamma \Vdash \alpha$.其中$\vDash$

和 $\Vdash$ 分别为语义可证永真式和语义可证可真式符号.

证　如果能证明(a)～(d),那么该定理得证.(a)与 INQ 系统所有形式演绎变形规则相应的命题形式都是永真式;(b)INQ 系统所有形式演绎变形规则都有演绎保真性,即能保证若前提为永真式,结论也为永真式;(c)与 INQ 系统形式归纳变形规则相应的命题形式都为可真式;(d)INQ 系统所有形式归纳变形规则都有归纳保真性,即能保证若前提为永真式和可真式,结论为可真式.

首先,将 R_{Q1} ～ R_{Q42}变为相应的命题形式.

(1) $R_{Q1} \Rightarrow \alpha \rightarrow\cdot \rightharpoondown\rightharpoondown \alpha$

(2) $R_{Q2} \Rightarrow \rightharpoondown\rightharpoondown \alpha \rightarrow\cdot \alpha$

(3) $R_{Q3} \Rightarrow (\alpha \rightarrow\cdot \beta); \alpha \rightarrow\cdot \beta$

(4) $R_{Q4} \Rightarrow (\alpha \rightarrow\cdot \beta) \rightarrow\cdot (\beta -\!\diamond \alpha)$

…

(42) $R_{Q42} \Rightarrow \Psi \cdot xX^{\Sigma^q}_{(x)} \rightarrow\cdot \forall xX^{\Sigma^e}_{(x)}; \forall xX^{\Sigma'}_{(x)}; \forall xX^{\Sigma''}_{(x)}$

然后,对 R_{Q1} ～ R_{Q42}变形得到诸命题形式,用真值表方法证明(a)和(c).依次可证:

(1) $\models \alpha \rightarrow\cdot \rightharpoondown\rightharpoondown \alpha$

(2) $\models \rightharpoondown\rightharpoondown \alpha \rightarrow\cdot \alpha$

(3) $\models (\alpha \rightarrow\cdot \beta); \alpha \rightarrow\cdot \beta$

(4) $\Vdash (\alpha \rightarrow\cdot \beta) \rightarrow\cdot (\beta -\!\diamond \alpha)$

(5) $\Vdash (\alpha -\!\diamond \beta); \alpha -\!\diamond \beta$

…

(42) $\models \Psi xX^{\Sigma^q}_{(x)} \rightarrow\cdot \forall xX^{\Sigma^e}_{(x)}; \forall xX^{\Sigma'}_{(x)}; \forall xX^{\Sigma''}_{(x)}$

再后,依据 R_{Q1} ～ R_{Q42}相应命题形式真值语义证明的结果,将 R_{Q1} ～ R_{Q42}变为真值语义推理规则 R'_{Q1} ～ R'_{Q42}:

R'_{Q1}: $\models \alpha \vdash \models \rightharpoondown\rightharpoondown \alpha$

R'_{Q2}: $\models \rightharpoondown\rightharpoondown \alpha \vdash \models \alpha$

R'_{Q3}: $\models (\alpha \rightarrow\cdot \beta); \models \alpha \vdash \models \beta$

⋮

$R'_{Q42}: \models \Psi x X^{\Sigma^q}_{(x)} \vdash \models \forall x X^{\Sigma^e}_{(x)}; \models \forall x X^{\Sigma'}_{(x)}; \models \forall x X^{\Sigma''}_{(x)}$

最后，在 $R'_{Q1} \sim R'_{Q42}$的基础上，用反证法证明(b)和(d).这里所用的反证法，可称为加强真值语义反证法.它假设推理的结论为永假式.

(1)对于 $R'_{Q1} \sim R'_{Q42}$中演绎推理规则来说，如前提为永真式，则结论为永真式并且为永假式，这是不可能的，从而(b)得证.即 $R_{Q1} \sim R_{Q42}$中形式演绎变形规则，在真值语义解释下，都有演绎推理的保真性得证.

(2)对于 $R'_{Q1} \sim R'_{Q42}$中归纳推理规则来说，如前提为永真式和可真式，则结论为可真式并且为永假式，这是不可能的，从而(d)得证.即 $R_{Q1} \sim R_{Q42}$中形式归纳变形规则，在真值语义解释下，都有归纳推理的保真性得证.

2.5.3 INQ 系统协调性定义

INQ 系统的协调性可分为其演绎协调性和归纳协调性两种.

INQ 系统具有演绎协调性，当且仅当，对于其演绎变形规则 R_{QI}和任意公式α 与$\neg\alpha$ 来说，并非 $R_{QI} \vdash \alpha$ 并且 $R_{QI} \vdash \neg\alpha$.

INQ 系统具有归纳协调性，当且仅当，对于其归纳变形规则 $R_{Q\text{II}}$和任意公式 α 来说，并非 $R_{Q\text{II}} \Vdash \alpha$ 并且 $R_{Q\text{II}} \neg \Vdash \alpha$.其中，$\neg \Vdash$ 为归纳不可证符号.

2.5.4 INQ 系统具有演绎协调性.即

INQ 系统并非 $R_{QI} \vdash \alpha$ 并且 $R_{QI} \vdash \neg\alpha$.

证 根据 INQ 系统真值赋值规则可得，若 $V(\alpha) = T$，则 $V(\neg\alpha) = F$；若 $V(\neg\alpha) = T$，则 $V(\alpha) = F$.

又根据 INQ 系统已证可靠性定理可知，若 $R_{QI} \vdash \alpha$，则$\models \alpha$；若 $R_{Q\text{I}} \vdash \neg\alpha$，则$\models \neg\alpha$.但是$\models \alpha$ 并且$\models \neg\alpha$ 是不能成立的.即 α 与 $\neg\alpha$ 同时为永真式是不可能的.所以并非 $R_{Q\text{I}} \vdash \alpha$ 并且 $R_{Q\text{I}} \vdash \neg\alpha$.由此，并依据 INQ 系统演绎协调性的定义可得 INQ 系统具有演

绎协调性.

2.5.5　INQ 系统具有归纳协调性. 即

INQ 系统并非 $R_{Q\mathrm{II}} \Vdash \alpha$ 并且 $R_{Q\mathrm{II}} \neg \Vdash \alpha$.

证　根据已证 INQ 系统可靠性定理如 $R_{Q\mathrm{II}} \Vdash \alpha$, 则 $\VDash \alpha$. 若 $R_{Q\mathrm{II}} \neg \vdash \alpha$, 则 $\neg \VDash \alpha$.

又根据 INQ 系统真值赋值规则, 若 α 为可真式, 即 $\VDash \alpha$, 则 $\neg \VDash \alpha$, 即并非可真式为永假式. 由此, 若 $R_{Q\mathrm{II}} \Vdash \alpha$ 并且 $R_{Q\mathrm{II}} \neg \Vdash \alpha$, 则有 $\VDash \alpha$ 并且 $\neg \VDash \alpha$, 即 α 为可真式并且为永假式, 这是不可能的. 所以可得, 并非 $R_{Q\mathrm{II}} \Vdash \alpha$ 并且 $R_{Q\mathrm{II}} \neg \Vdash \alpha$.

2.6　INQ 系统的完全性和可判定性

2.6.1　INQ 系统完全性定义

INQ 系统的完全性有其语法的完全性和真值语义的完全性两种含义.

INQ 系统具有语法完全性, 当且仅当, 其任意公式 α 和 $\neg \alpha$ 有一个为其形式演绎可证定理或者为其形式归纳可证定理.

INQ 系统具有真值语义完全性, 当且仅当, 在其真值语义解释下, 凡其永真式和可真式均为其形式演绎或者形式归纳可证定理. 若用 $\mathfrak{A}$, $R_{Q\mathrm{I}}$ 和 $R_{Q\mathrm{II}}$ 分别表示 INQ 系统的真值语义解释模型、形式演绎变形规和形式归纳变形规则, 用 $\vdash \alpha$, $\Vdash \alpha$, $\vDash \alpha$ 和 $\VDash \alpha$ 分别表示 INQ 系统形式演绎可证 α, 形式归纳可证 α, 重言式 α 和可真式 α, 它可以表示为:

INQ 系统具有真值语义完全性, 当且仅当,

1) 如 $\mathfrak{A} \vDash \alpha$, 则 $R_{Q\mathrm{I}} \vdash \alpha$;

2) 如 $\mathfrak{A} \VDash \alpha$, 则 $R_{Q\mathrm{II}} \Vdash \alpha$.

2.6.2　INQ 系统语法完全性定理

INQ 系统具有语法完全性.

证　根据 INQ 系统语法完全性定义, 只要证明 LIQ 公式 α 或者 $\neg \alpha$ 其中有一个公式为其形式演绎可证定理或其形式归纳可证

定理,它就具有语法完全性.

对于 INQ 系统来说,其任意公式 α 的语法可证性只能有三种情形(1)$R_{Q\text{I}}\vdash\alpha$,(2)$R_{Q\text{II}}\Vdash\alpha$,(3)$R_{Q\text{I}}$ 和 $R_{Q\text{II}}$ 都不可证 α.

依据 INQ 系统可靠性定理,在(1)的情况下,$\models\alpha$,即 α 为永真式.这时依据其真值赋值规则$\neg\alpha$ 为矛盾式.在(2)的情况下,$\Vdash\alpha$,即 α 为可真式.这时$\neg\alpha$ 也为可真式.在(3)的情况下,α 为永假式.这时依据其真值赋值规则$\neg\alpha$ 为永真式.

如果对于 INQ 系统来说在(1)~(3)全部可能的可证性情况下,α 和$\neg\alpha$ 均不可证,那么 α 和$\neg\alpha$ 均为永假式,这与$\neg\alpha$ 真值赋值规则相矛盾,这是不可能的.所以,对于 INQ 系统来说,α 或$\neg\alpha$ 总有一个是其形式演绎可证的或形式归纳可证的.即 α 或$\neg\alpha$ 总有一个是其形式定理.从而根据其语法完全性定义,可得其具有语法完全性.

2.6.3 INQ 系统语义完全性定理

INQ 系统具有真值语义完全性.

即对于 INQ 系统的任意公式 α 来说,在其二值真值语义的解释下,1)如果$\models\alpha$,则$\vdash\alpha$;2)如果$\Vdash\alpha$,则$\Vdash\alpha$.

证

首先证 1),如果$\models\alpha$,即 α 为永真式,根据 INQ 系统真值赋值规则$\neg\alpha$ 为永假式.再根据 INQ 系统语法完全性定理,α 和$\neg\alpha$ 有一个为其形式可证定理,如果$\vdash\neg\alpha$,根据 INQ 系统可靠性定理有$\models\neg\alpha$,则$\neg\alpha$ 为永真式,这与假设$\models\alpha$ 相矛盾,这是不可能的.从而可得如果$\models\alpha$,则$\vdash\alpha$.

其次证 2),如果$\Vdash\alpha$,即 α 为可真式.根据 INQ 系统可靠性定如果$\Vdash\alpha$,则$\Vdash\alpha$.假设$\Vdash\alpha$,而$\neg\Vdash\alpha$,则 α 为永假式,这与$\Vdash\alpha$ 相矛盾,这也是不可能的.所以,如果$\Vdash\alpha$,则$\Vdash\alpha$.

由以上得证 1)和 2),根据 INQ 系统真值语义完全性定义可知 INQ 系统具有真值语义完全性.

2.6.4 INQ 系统可判定性定义

INQ 系统是可判定的，当且仅当，它有能行的方法在有穷步骤之内确定其是否具有某些语法和语义性质.

2.6.5 INQ 系统可判定性定理

INQ 系统具有可判定性.

具体地说，它有如下元逻辑性质是可判定的：

1)任一符号是否为 LIQ 的初始符号是可判定的.这可依据该符号是否属于 LIQ 初始符号集加以判定.

2)任一项是否为 LIQ 的项是可判定的.这可依据 LIQ 项的形成规则加以判定.

3)任一符号表达式是否为 LIQ 的公式是可判定的.这可以依据 LIQ 公式形成规则加以判定.

4)LIQ 任一公式是否为永真式和可真式是可判定的.这可依据其真值语义解释的真值表，应用真值表方法加以判定.

5)LIQ 任一公式是否为 INQ 系统形式演绎可证定理和形式归纳可证定理是可判定的.这可以首先用真值表方法确定该公式为永真式，可真式，还是永假式；然后根据 INQ 系统的真值语义完全性定理加以判定.如果该式为永真式，那么可判定该式为 INQ 系统形式演绎可证定理.如果该式为可真式，那么可判定该式为 INQ 系统形式归纳可证定理.如果该式为永假式，那么可判定该式既非 INQ 系统形式演绎可证定理，也非 INQ 系统形式归纳可证定理.

（作者：赵总宽）

参考文献

[1] 马克思.资本论，第一卷，第五篇，见《马克思恩格斯全集》第 23 卷.

[2] 毛泽东.给陈毅同志谈诗的一封信，见《形象思维资料汇编》，人民文学出版，1980.

[3] 亚里士多德.心灵论，见《亚里士多德全集》，商务印书馆.

[4] 笛卡尔.形而上学的沉思,见《十六—十八世纪西欧各国哲学》,商务印书馆,1962.
[5] 洛克.人类理智论,同上.
[6] 莱布尼兹.人类理智新论,北京:商务印书馆,1982.
[7] 休谟.人类理智研究,同(4).
[8] 康德.纯粹理性批判,北京:商务印书馆,1982.
[9] 费希特.全部知识学的基础,北京:商务印书馆,1986.
[10] 黑格尔.小逻辑,北京:商务印书馆,1962.
[11] 别林斯基.别林斯基选集,第一卷,北京:时代出版社,1958.
[12] 别林斯基.艺术观念,见《哲学译丛》1957 年第 2 期.
[13] 金岳霖.知识论,北京:商务印书馆,1983.
[14] 钱学森主编.关于思维科学,上海:上海人民出版社,1986.
[15] 钱学森、刘再复等.文艺学、美学与现代科学,北京:中国社会科学出版社,1986.
[16] [法]R. 巴特.符号美学,沈阳:辽宁人民出版社,1987.
[17] 川野洋.藝術的論理——情報美學的方法一,早稻田大學出版部,1983.
[18] 赵总宽、苏越、王聘兴.辩证逻辑原理,北京:中国人民大学出版社,1986.
[19] 赵总宽..关于辩证逻辑形式化问题,逻辑科学,1988 年第 2、3 期合刊.
[20] [美]T. 帕夫利迪斯.计算机图形显示和图像处理算法,北京:科学出版社,1988.
[21] 傅京孙主编.模式识别应用,北京:北京大学出版社,1990.
[22] 赵总宽.数理辩证逻辑导论,北京:中国人民大学出版社,1995.

九 逻辑哲学

1 什么是逻辑哲学

1.1 逻辑与逻辑哲学

逻辑哲学是逻辑与哲学相互渗透的产物,是哲学的新分支之一.逻辑哲学,按其本来意义说,是对逻辑的哲学分析或哲学反思.

自从弗雷格以来,逻辑被公认为研究有效推理的学科.逻辑的中心问题在于如何分清有效推理与非有效推理.命题演算与谓词演算的目的就在于提供有效性的精确规则与纯形式标准.在逻辑中存在着许多具有哲学性质的问题.例如,什么是推理的有效性?什么样的陈述是可推出的?什么是逻辑真理?它是对形式系统内还是对形式系统外成立的?逻辑的现实基础是什么?形式论证及其非形式原型关系如何?各种逻辑联词在多大程度上符合它的日常用法?逻辑与非逻辑如何划界?逻辑的范围和目标是怎样的?如此等等.逻辑哲学的任务就是要研究所有这些逻辑中所提出的特殊哲学问题.正像科学哲学是研究自然科学中所提出的哲学和科学方法论问题,数学哲学和语言哲学则是分别研究数学和语言学所提出的哲学问题一样.

逻辑从其创建时起,就不断有人企图要改进、修正、重建它.特别是由于近几十年来,逻辑的新形式、新分支不断涌现,所产生的新问题更成为促进逻辑哲学发展的重要的刺激因素.

逻辑哲学和元逻辑都是以逻辑为研究对象的、比逻辑层次更高的理论.但元逻辑着重于从纯形式角度研究逻辑系统的性质(如

完全性、一致性、可判定性等),而逻辑哲学作为对逻辑的哲学反思,则着重于从哲学角度探讨逻辑问题.

1.2 逻辑哲学与"哲学逻辑"

逻辑哲学与"哲学逻辑"同是逻辑与哲学的交叉学科,自然存在亲缘关系.由于"哲学逻辑"一词多有歧义,因此划界问题成为当务之急.

关于逻辑哲学,人们的看法比较一致.狭义的逻辑哲学是指对逻辑所作的哲学反思.广义的逻辑哲学则是指对从逻辑引伸出来的哲学问题的研究.然而,人们(尤其是英国和美国的学者)对"哲学逻辑"却有极不相同的说法.

英国遵循牛津传统的学者所说的"哲学逻辑"属于语言哲学的范畴.例如《哲学逻辑导论》(1982)一书作者格雷林(A.C.Grayling)认为,哲学逻辑是围绕语言问题而展开的哲学研究,尽管它起源于逻辑和对逻辑的哲学分析,但超越了它们.哲学逻辑的基本概念为命题、分析性、必然性、存在性、真理性、意义和指称等,对这些概念的语言分析和哲学分析,有助于更好地理解世界.换句话说,哲学逻辑被理解为一种独特的语言哲学,即那种注重现代逻辑的形式分析技巧的语言哲学.

美国逻辑学家雷歇尔(N.Rescher)则把"哲学逻辑"一词用作富有哲学意味的各种非经典逻辑.他认为,正统数理逻辑以数学基础研究为背景,是数学性的逻辑;与此相对照,哲学逻辑不以数学为背景,相反却具有明显的哲学背景和哲学意蕴,是哲学性的逻辑.无论模态逻辑、时态逻辑、多值逻辑、直觉主义逻辑、知道逻辑、相信(信念)逻辑、道义逻辑等都是这样.他在《哲学逻辑论文集》(1976)的序言中明确表明了这一观点.尽管以上两种说法各有道理,然而雷歇尔的用法或许更为方便.

1.3　逻辑的划界

自然科学在其长期发展过程中解决了划界问题.可检验性是科学与非科学的主要划界标准.例如天文学是科学而占星术是伪科学,心理学是科学而招魂术则是伪科学等等.

从原则上说,逻辑是研究有效推理规则的学科.理解划界并没有困难.正像数学哲学一样,在逻辑哲学中也会遇到"解释系统"与"未解释系统"的区分.后者是指抽象符号的集合,没有联系经验意义;前者则将符号与经验意义对应起来.究竟什么样的形式系统可以算得上逻辑?把不同的形式系统当作逻辑来看待,暗中要诉之于普通解释.多值逻辑算不算逻辑?持坚定的正统立场的人否认其为逻辑,至多承认它是一种作为权宜之计的数学形式系统,因为他们认为"第三值"没有资格看作像真、假一样的独立真值.相反,持非经典逻辑立场的人认为,中间真值应当具有独立的地位,多值逻辑与经典逻辑一样是不折不扣的逻辑,多值真值表同样能提供新的有效推理的准则.

按照比较宽容的观点看,如下形式系统都可以看作逻辑:

(1)传统逻辑——一般以亚里士多德的三段论系统为代表;

(2)正统的数理逻辑——二值的命题演算与谓词演算;

(3)非经典逻辑[①]——它可以被划分为两大类型:①扩展逻辑,不触动经典逻辑的基本公理和规则,但增添新的算子以及相应的公理和规则.②异常逻辑,使用与经典逻辑相同或相近的词汇,却从根本上修改了公理和规则.例如:

①扩展逻辑有

模态逻辑——在完全接受经典逻辑的基础上,增添"可能"、"必然"、"严格蕴涵"等算子;

---

① 为了方便起见,我们约定把传统逻辑与正统数理逻辑暂且合称经典逻辑(但重点放在数理逻辑上),以与非经典逻辑相对.

时态逻辑——增添“过去”、“将来”、“现在”等算子；

道义逻辑——增添“应该”、“允许”、“禁止”等算子；

认识逻辑——增添“知道”、“相信”等算子；

优先逻辑——增添“优先”等算子；

等等

②异常逻辑有

多值逻辑——真值至少有三个，即包括真、假以及一个或多个中间真值；

模糊逻辑——为适应实际存在的“模糊语句”而发展起来的逻辑，“属于”关系被多值化，真值被模糊化；

量子逻辑——为适应量子力学中“不确定原理”而发展起来的逻辑，修正排中律；

直觉主义逻辑——禁止排中律，真、假概念用可构造性重新解释，逻辑的范围被缩小(小于数学)；

概率归纳逻辑——尽管逻辑的根本目标、形式没有变，但修正了经典元概念，“证据支持”概念被形式化、概率化；非帕斯卡概率归纳逻辑甚至修改概率论公理；

次协调逻辑——矛盾律失去普遍有效性，否定词弱化，邓·司各脱规则失效.

等等.

以上划界方式至少具有实用(语用学)上的根据，能代表一般的逻辑和哲学学者在谈论逻辑时心目中所指的，能把逻辑与数、理、化、生等学科区分开来.

当然，人们都希望有一种用以明确区分逻辑与非逻辑的理论上的严格的划界标准.赖尔主张论题中立性(topic-neutral).他认为逻辑只关心推理有效性，与题材无关.也就是说，逻辑的注意力集中在推理的形式结构方面而非具体内容方面.这在原则上是对的，但在某些场合形式与内容的区分是相对的、有困难的.另一种划界标准是形式系统的完全性和可判定性.例如，涅尔(W.kneale)竭力

主张逻辑只包括具有完全性的形式系统.这样,集合论倒是从逻辑中排除出去了(集合论中隶属度概念不能充分形式化,不能完全为公理和规则所刻划),然而二阶谓词逻辑却也是不完全的,按照这一标准,也得被拒之门外,归为非逻辑.如果按照可判定性划界,命题演算是逻辑,但一阶谓词逻辑也就不是逻辑了.实际上,每一种非经典逻辑都可能遭受批评并被划归为非逻辑(只要坚持正统数理逻辑立场).

我们认为,逻辑是否具有一种可以精确标示出的本质特征,这一点本身就是可疑的.例如逻辑有时与别的形式系统(如集合论)是高度相似的,客观上是界线不明的.难怪罗素在辛辛苦苦地将数学化归于集合论之后,就以为逻辑主义纲领大功告成了.实际上,辩证法历来认为,绝对分明的界限是不存在的,一切对立都通过中间环节相互过渡、相互融合.

2 逻辑及其现实原型

2.1 形式系统内外的有效性

逻辑的核心问题在于将有效推理与非有效推理区分开来,即制订有效性的精确规则和纯形式标准.与此相适应,逻辑哲学则是围绕着逻辑系统内有效的形式推理如何与系统外的非形式原型恰当地相符合这个中心问题而展开的,其他问题都是由此派生出来的.从唯物主义反映论的观点看,这个“恰当相符性”问题确实是个根本问题.

正如数学的“数”与“形”的概念是从现实世界中得来的,逻辑的各种联词、词项和形式化的推理论证也是从现实生活中得来的.逻辑扎根于日常生活和科学实践.从能动反映论的观点看,逻辑认识能够提供日常和科学的现实原型的正确映象和模写,但逻辑认识不是一次完成的、一成不变的,“恰当相符性”是在运动、发展、变

化的历史过程中逐步达到的.既然,逻辑中的形式化的推理论证来源于生活和科学实践,那么,逻辑哲学理应重视这种形式化的推理论证与其所对应的非形式的现实原型的关系研究.

对于推理来说,重要的是"有效性"的概念.对推理的有效性或说服力作出评价有不同的方法.主要有:①逻辑的评价.考虑前提与结论之间是否存在着合理的联系,即证据支持关系.②关于实质性内容的评价.考虑前提与结论的内容是否真实.③修辞的和心理的评价.考虑推理论证是否能吸引或感动听众,能抓住听众的心理.

逻辑哲学把"有效性"划分为形式系统内的有效性和系统外现实原型中的有效性.无论系统内外又都可以划分为语义的或句法的有效性.

在现实原型中,即在生活和科学推理中,非形式论证的语义有效性可以这样加以定义(并加以推广):①"不可能前提真而结论假"的推理是演绎地有效的,并简称为有效的;②"不怎么可能前提真而结论假"的推理是归纳地有效的.为了避免与上述有效性相混,也可改称为归纳地有力量的,或有足够归纳强度的.如果一个推理,除了有效性(Validity,又译正确性)之外,还具有真前提,那么这个推理就是健全的(Sound,又译可靠的).对于单个陈述而言,系统外的语义有效性概念就是"必然真理"(不能为假的陈述).在现实原型中也有相应的句法有效性概念:如重言陈述,即同语反复式的陈述.通俗地说,在非形式论证中实际上行之有效的推理,往往是用"因此"、"由此可以推出"等词连接起来的一串自然语句.

作为非形式原型的提练和纯化,形式系统内的有效性(包括句法的和语义的)可以这样来定义:

仅当 P 根据形式系统 L 的推演规则,可从公理推出(记作 $\vdash_L P$)时,P 在系统 L 中才是句法上有效的(即为定理).

仅当 P 在系统 L 的一切解释中都为真(记作 $\models_L P$)时,P 在系统 L 中才是语义上有效的(即为逻辑真理).

其中推出记号的下标 L 是提醒人们:这种有效性是相对于系统而言的.

逻辑著作中总是直接摆出形式系统是如此这般,而并不想告诉你为何如此这般.然而,逻辑哲学则认为"为何如此这般"是个重要的、不可忽视的问题.我们可以用"自发逻辑"这个词来形容科学和日常使用的非形式推理.从唯物主义反映论的观点看,"自发逻辑"是"自觉逻辑"(即由逻辑学家建构的形式系统)的现实原型,而"自觉逻辑"则是"自发逻辑"的提练、概括和能动的反映.逻辑学家开始发展一种形式系统时,总是先有一定的直观基础,这是未经形式化的推理在系统外的有效性.于是,逻辑学家想用符号表述这些论证,设计一些推演规则,使论证所对应的系统内的形式表述也有效.然而很可能最初设计的规则,一方面很好地刻划了现实原型的某些本质方面,另一方面也带来了意想不到的副作用(例如混杂了直观上无效的论证,引进了"怪论"等).这时逻辑学家(可以是创建者本人,也可以是后继者甚至反对者)就会修改系统内的规则,或者修改关于非形式论证有效性的意见,或者修改关于原形式表述恰当性的看法.这样,通过多次反馈和调整,可以逐步建立在形式系统内外具有恰当相符性的新逻辑.

2.2 形式化的目的、启发程序和限度

所谓形式化(formalization)就是借助于符号、公式体系使演绎推理系统化、精确化的方法.

逻辑的形式化的目的就在于概括和简化,在于增加精确性和严格性,在于用理想化的方式在形式系统中再现现实原型中最本质的方面.在通过日常语言和科学语言表述的原型中,有许多联词、量词和"非形式的推理论证"在实际上是可行的,逻辑学家采用形式化方法对此进行筛选、提练和合理的重构,以便抓住某种本质的特点,舍弃其它方面.

关于形式化的基本程序.鲍亨斯基(J.M.Bochenski)在《当代思

维方法》中说:"形式化系统总是按如下顺序形成的:先确定有意义的符号,然后从符号中抽象掉意义,并用形式化方法构成系统,最后对这个所构成的系统作一种新的诠释."[①]换句话说,形式化包括分析非形式原型、从句法上建构形式系统和从语义上对形式系统作出解释这样三个阶段.

第一阶段是对待建构形式系统的非形式原型作出多方面的分析,这是预备性的工作.例如达科斯塔为创建次协调逻辑,先得对"有意义矛盾"的种种现实原型,如梅农的本体论(需为不存在的存在物假定一个抽象的实体域),辩证法理论中的辩证矛盾,集合论中的罗素悖论,道义逻辑中的道义悖论(特别是道德二难论题),某些经验科学理论中基本假定中的矛盾等等进行分析研究.为了构造次协调否定词(A 与非 A 可以不是"非此即彼"的,矛盾律失效),达科斯塔仔细分析了连续光谱中不同颜色之间没有绝对分明的界限的现象.这些工作显然是恰当的形式化的必要前提.

第二阶段才是正式建构形式系统(句法结构).形式系统由一种形式语言加一套演绎装置而构成.大家知道,自然语言一般都有字母表和一套语法规则.相应地,形式语言恰好包含两个构成要素:字母表和形成规则.其中字母表规定了初始符号,其它符号通过定义来引进.形成规则用以规定哪些符号序列可构成合式公式.经解释之后,初始符号变为初始概念,而合式公式则变为有意义的句子.演绎装置包括公理和变形规则.挑选公理的现代标准当然是公理集的一致性、完全性和独立性等,而不是笛卡儿的自明性.分离规则、概括规则是变形规则的熟知的实例.

形式系统是对现实原型的理性重建,逻辑学家的能动性在其中发挥极大的作用.尽管创建形式系统的过程没有机械的算法或可操作程序可循,然而仍有一些启发性原则能起到助发现的作用.其中"对应原理"对建构非经典逻辑具有引导作用(见后文,第4

① 鲍亨斯基.当代思维方法,上海:上海人民出版社出版,1987:44.

章).另外,类比方法可说是最有启发性的方法之一.

美国逻辑学家和计算机专家勃克斯(A. W. Burks)创建"因果陈述逻辑"(即因果模态逻辑)的过程是类比对于建构形式系统具有助发现作用的最成功的案例之一.勃克斯通过对科学和日常推理中因果条件句的分析,提练出"因果蕴涵"的概念.1951 年他在论文《因果命题逻辑》中用因果蕴涵和模态逻辑工具构造了因果命题逻辑系统.1977 年他又在《机遇、因果与推理》一书中进一步提出了包括因果谓词逻辑在内的更完善的公理系统.这里我们只打算叙述一下勃克斯的基本思路(重点放在方法论思想上):

勃克斯的"自发逻辑"思想是:蕴涵可以划分强弱不同的等级(相应的是必然性的强弱不同等级),严格蕴涵是最强的(对应于逻辑必然性);其次是因果蕴涵(对应于因果必然性);再次是实质蕴涵(对应于实然性),是最弱的.然后,勃克斯将此"翻译"成"自觉逻辑"中的形式语言.[①]于是就有:

$(1)(p \rightarrow q) \supset (p \underset{c}{\rightarrow} q)$

读作:P 严格蕴涵 q,蕴涵,p 因果蕴涵 q.

$(2)(p \underset{c}{\rightarrow} q) \supset (p \supset q)$

读作:p 因果蕴涵 q,蕴涵,p 实质蕴涵 q.

$(3)(x)(Fx \underset{c}{\rightarrow} Gx) \supset (x)(Fx \supset Gx)$

意即:因果蕴涵全称式,蕴涵相应的实质蕴涵全称式.

下面进一步考察,类比如何发挥助发现功能.勃克斯引伸并深化了刘易斯关于严格蕴涵和模态逻辑的思想.首先借助于类比他引进了新算子:因果蕴涵($\underset{c}{\rightarrow}$)、因果必然算子($\Box^c$)和因果可能算子($\Diamond^c$)等,这些都是在他的系统的基本框架中必不可少的联词和算子.接着,根据一般模态逻辑中的"可能"与"必然"的关系以及"严格蕴涵"与"实质蕴涵"的关系,勃克斯又借助于类比进行开拓,

① 勃克斯.机遇、因果与推理,美国芝加哥大学出版社,1978.

为因果陈述逻辑确立了一系列基本关系.如:

$(4)\Diamond^{c}p\equiv\neg\Box^{c}\neg p$

读作:“因果可能”p,等值于,不“因果必然”非 p.

$(5)(P\underset{c}{\rightarrow}q)\equiv\Box^{c}(p\supset q)$

读作:p“因果蕴涵”q,等值于,因果必然地 p(实质)蕴涵 q.

关于逻辑必然性、因果必然性与实然性,则可建立如下重要关系(这是必然与实然关系的自然推广):

$(6)\Box p\supset\Box^{c}p$

读作:必然 p,蕴涵,因果必然 p.

$(7)\Box^{c}p\supset p$

读作:因果必然 p,蕴涵 p.

正是在此基础上,勃克斯后来构造了更完善的因果陈述逻辑系统.

形式化的第三阶段是,给出形式系统的语义解释.如前所述建构形式系统的目的,是为了恰当地刻划现实原型.但到目前为止,所构造的只是形式系统的句法结构,还没有作语义解释.只有有了语义解释,才能更清楚看出形式系统与其非形式原型是否真正相符.仍以勃克斯的因果陈述逻辑为例.简括地说,他仍以类比为启发原则,将模态逻辑的可能世界语义学推广到因果模态的分析中去.其要点是:根据与一般可能世界的类比,可以确定“因果可能世界”的新概念.一个公式的因果必然真,可以合理地解释为,它对所有因果可能世界真;一个公式的因果可能真,可以合理地解释为,它至少对某一因果可能世界真,如此等等.

尽管形式化方法具有不可估量的价值,它不仅极大地提高了理论的精确性、严格性以及抽象程度,而且提供了崭新的思想方式,开拓了认识的新天地,然而毕竟又有局限性.如果把形式化方法不恰当地加以神秘化、绝对化,甚至恶性膨胀,就必然陷于荒谬绝伦的境地.形式化方法本质上也是一种抽象,而任何抽象都有片面性、相对性.抽出某些本质成分,必定舍弃其它方面(而即使本质

也有相对性).现实原型总是比它的形式化的理想模型更丰富、更复杂,“恰当相符性”是没有尽头的.

2.3　蕴涵词及其演化

逻辑的基本联词来源于对日常推理中的连结词等词项的选择、提练和整修,并使之形式化.五个基本联词(否定、合取、析取、蕴涵、等值)对现实原型都有不同程度的偏离.人们对否定词疑问最少,又对蕴涵词疑问最多.但这两者同样是值得讨论的对象.在多值逻辑、量子逻辑中已经出现如下情况:对于中间真值“不确定”值,其否定与自身可有相同的真值.次协调逻辑中的次协调否定则更进一步,A 与非 A 并非“非此即彼”,矛盾律不再普遍有效.这种带有“亦此亦彼”性质的新型否定词并非没有现实来源.凡是辩证论者感兴趣的矛盾、否定、对立面互相渗透与转化现象,都为次协调否定词提供极合适的背景材料.

逻辑联词与现实原型之间的“恰当相符”本来就不能一次完成,它应当是一个动态过程.本节将着重讨论的蕴涵词的演变,对于说明“恰当相符”的动态发展历史过程是最有代表性和最有说服力的.

一般都认为,蕴涵是对日常和科学推理中的条件命题的前后件关系所作的形式刻划,而不同的蕴涵反映了前后件关系的不同侧面.

2.3.1　实质蕴涵

蕴涵词中最早产生的是实质蕴涵,它是刻划条件命题前后件之间的真假关系的.当然更深层的目标是刻划推理.实质蕴涵(material implication)的现实原型无疑是日常推理和数学推理中的“如果,那么”.按照古希腊麦加拉的菲罗(Philon of Megara, B.C.300),“如果 α,那么 β”应当定义为:

并不是[在 α 真的同时 β 假]

这种定义曾被中世纪逻辑学家所使用. 1879 年末, 弗雷格又在《概念语言》中将它定义为:

$\neg(\alpha \wedge \neg\beta)$

至此蕴涵的含义才真正确定下来. 特别是罗素与怀特海合著的《数学原理》的出版(1910—1913), 更使实质蕴涵受到广泛的注意.

由于作为形式化手段的"实质蕴涵"完全舍弃了陈述的具体含义, 只把注意力集中在真假上. 这样一来, 下列三个蕴涵式:

(1)如果 $2\times2=4$(真), 那么纽约是个大城市(真);

(2)如果 $2\times2=5$(假), 那么纽约是个大城市(真);

(3)如果 $2\times2=5$(假), 那么纽约是个小城市(假);

若从纯形式观点看, 都应当为真. 不过, 日常推理中的"如果, 那么", 前后件之间往往存在意义相关性. 因此上述用法弄不好会闹出"怪论"来. 最典型的"蕴涵怪论"则表现为:

$$(\text{i})\ \alpha\supset(\beta\supset\alpha);\quad (\text{ii})\ \neg\alpha\supset(\alpha\supset\beta)$$

这样的形态. 第一式认为真命题还被任何命题所蕴涵, 第二式认为假命题还蕴涵着任何命题.

这种情形看来与形式化的目标相违背. 因为"蕴涵怪论"显然严重背离了"如果, 那么"的习惯用法, 不能反映它们的本质特征.

尽管正统数理逻辑学家对基本逻辑联词的选择是慎重的、经过深思熟虑的并大致适合于数学. 尽管实质蕴涵有许多优点, 它确实在很大程度上刻划了数学推理的本质方面, 其简便性也大大超过别的蕴涵词. 然而, 蕴涵怪论的存在毕竟引起了怀疑和不满情绪, 并激发起构造新蕴涵词的经久不衰的努力. 这表明在逻辑史上起过积极作用的算子及其相应的形式系统, 一旦不符实际需要, 即会激起学者们的改革和创新.

2.3.2 严格蕴涵

麦柯尔(H. MacColl)早在 1880 年就提出了适合于刻划严格条件句的新蕴涵词, 并采用符号":"来表示. 它的解释是"如果在它前

面的那个命题是真的，那么，在它后面的那个命题必然也是真的”．这就是后来所说的严格蕴涵．麦柯尔在1903年的论文《符号推理》中，更明确说明了他的新蕴涵词（:）与旧蕴涵词（<，实质蕴涵）的联系及其不同侧面的含义：

$$A < B = (A' + B) = (AB')',$$

$$A : B = (A' + B)^{\varepsilon} = (A < B)^{\varepsilon}.$$

第一式可读作，A 实质蕴涵 B，即（或者）非 A 或者 B，也即并非 A 与非 B．第二式可读作，A 严格蕴涵 B，即必然地（或者）非 A 或者 B，也即必然地 A 实质蕴涵 B．其中 ε 是麦柯尔所引进的模态词“必然”．

实际上严格蕴涵的思想渊源同样可以追溯到古希腊．按照麦加拉学派的第奥多鲁斯理论将这种蕴涵作强语义解释，就是：

[α 真，同时 β 假]这是不可能的

然而，只当美国逻辑学家刘易斯（C. I. Lewis）重新发现严格蕴涵之后才引起人们对它的真正注意．刘易斯的最初目的是反对他认为是错误的蕴涵解释（“实质”蕴涵错误地暗示前后件之间的意义联系，因而引起怪论）．为了强化原来的蕴涵，在1921年的论文《蕴涵与逻辑代数》中，他对严格蕴涵作了如下定义：

$$A \prec B \stackrel{\text{def}}{=} \sim (A - B),$$

读作 A 严格蕴涵 B 定义为不可能 A 而且非 B．其中鱼钩符号 $\prec$ 表示严格蕴涵，$\sim$ 表示不可能，$-$ 表示否定．如果改用现代方式，采用“可能”算子◇重新表述，那末就有：

$$\alpha \prec \beta \stackrel{\text{def}}{=} \neg \Diamond (\alpha \land \neg \beta).$$

刘易斯引进严格蕴涵之后，很自然地着力于建构相应的严格蕴涵形式系统，也就是模态命题逻辑．1932年他与朗福德（C. H. Langford）合写的《符号逻辑》一书中创立了模态命题逻辑 $S_1 \sim S_5$ 系统．可见严格蕴涵与模态逻辑的起源是分不开的．在逻辑哲学中蕴涵词的演化与构造模态、相干等逻辑的哲学动机实质上是同一个问题的不同侧面．一般地，新算子、新联词总是跟新的非经典逻

辑联系在一起的.

严格蕴涵与实质蕴涵之间存在性质上的区别.实质蕴涵所刻划的是命题之间抽象的真假关系,也就是真值函项关系(请注意:决不是什么内容上的具体关系),而刘易斯用严格蕴涵想要刻划的则是命题之间的逻辑关系.用 $A \prec B$ 想要断定的是 B 已暗含在 A 中,从 A 推出 B 在逻辑上是必然的,想要表示 B 是 A 的逻辑后承.但严格蕴涵并没有达到刘易斯想要达到的理想境界.不过与实质蕴涵相比确实进了一大步,要求更严格了.实质蕴涵要求确实不是前件真而后件假,而严格蕴涵则要求根本不可能前件真而后件假.严格蕴涵系统确实避免了与前述实质蕴涵怪论相对应的命题.

尽管如此,刘易斯本人也注意到,它却会产生新的独特的怪论——“严格蕴涵怪论”.如:

1. $\Box A \supset (B \prec A)$, 2. $\neg \Diamond A \supset (A \prec B)$,

3. $(A \wedge \neg A) \prec B$, 4. $B \prec (A \vee \neg A)$,

第一式读作如果必然 A,那末任意 B 严格蕴涵 A;第二式读作如果不可能 A,那末 A 严格蕴涵任意 B;第三式表示矛盾命题严格蕴涵任意命题;第四式意即任意命题严格蕴涵逻辑真理.刘易斯认定,尽管这些论断与日常习惯用法极不一致,然而这些公式在逻辑上却都是有效的,因为每一步都是无可非议的(从经典逻辑立场看确实如此).所以他认为“怪论不怪”.这就又引起了许多哲学上的争论.

2.3.3 相干蕴涵与衍推

在蕴涵词的产生、演化与发展过程中,逻辑哲学的根本问题始终是发展的推动因素.其具体表现是蕴涵词的现实原型与形式刻划之间的相互关系问题,亦即各种蕴涵词与其现实原型之间的偏离与矛盾,始终是刺激改进和创新的积极因素.由于不满意刘易斯的蕴涵理论,并为了更好地解决实质蕴涵与科学和日常语言中的“如果,那末”在事实上的分歧,阿克曼、安德逊和贝尔纳普引进过

“相干蕴涵”的概念和原理，并在此基础上先后提出相干逻辑及其与模态逻辑相结合的衍推系统(system of entailment，即 E 系统).

1956 年阿克曼(W. Ackermann)在《严密蕴涵的根据》中提出一种新蕴涵词[①]. 它的特点是，在 A 和 B 之间，使 B 的内容是 A 的一部分，而与 A、B 的真值没有直接关系. 即 A 严密蕴涵(后改称相干蕴涵) B，当且仅当，A 与 B 之间存在共同的意义内容，使得从 A 可以逻辑地推出 B. 1960 年，贝尔纳普进一步提出相干原理：若 A 相干蕴涵 B，则 A 和 B 至少有一个共同的命题变元；或者说，A、B 具有公共的命题变元，是两者相干的必要条件.

安德逊(A. R. Anderson)和贝尔纳普(N. D. Belnap)(在 1962 年，1975 年)还提出了相干蕴涵系统 R. 他们援引一家数学杂志编辑部所坚持的标准：一个具有“如果，那么”这种形式的陈述，其前提与结论必须相关. 他们强调指出，认为有效性与相干性无关的那种幻想是绝对荒唐可笑的. 按照他们的标准，B 可从 A 中推出，仅当 B 的产生真正地使用了 A，而不只是绕道经过 A 而已. 根据这样的可推演性的涵义，他们构造了相干蕴涵的公理(其中 $\Rightarrow$ 表示相干蕴涵，以区别于 $\supset$ 和 $\prec$)：

(1) $A \Rightarrow A$，

(2) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow ((C \Rightarrow A) \Rightarrow (C \Rightarrow B))$，

(3) $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (B \Rightarrow (A \Rightarrow C))$，

(4) $(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$，

确切地说，这是系统 R 的蕴涵部分.

为了得到关于衍推的形式系统，他们做了进一步的工作. 安德逊和贝尔纳普认为，衍推既要求必然性，又要求相干性，因此比相干蕴涵更进一步. 代表衍推的连结，除了要有加在可推出性之上的能确保相干性的限制之外，还要加上象模态系统 S_4 中所指定的严格蕴涵的特征性限制. 换句话说，他们考虑通过将相干系统 R 与

---

① 阿克曼. 严密蕴涵的根据，符号逻辑杂志(21 期)，1956：113～138.

模态系统S_4结合起来,以构成新的衍推系统 E.其中的蕴涵部分是关键性公理(类似地,用新记号$\propto$标记衍推,以资区别):

(1)$A\propto A$,

(2)$A\propto B\propto((B\propto C)\propto(A\propto C)$,

(3)$A\propto B\propto(((A\propto B)\propto C)\propto C)$,

(4)$(A\propto(B\propto C))\propto((A\propto B)\propto(A\propto C))$.

相干系统 R 和衍推系统 E 都不承认邓·司各脱(Duns Scotus)规则,因为它没有相干性.但刘易斯却为这一规则辩护,认为证明过程的每一步都是无隙可击的有效推理.那末,从"$P\wedge\neg P$"到任意"q"的证明究竟错在哪里?

其实,安德逊和贝尔纳普并不否认,在有效性的常规解释下,证明是"有效的".他们所否认的只是,"q"可以在相干逻辑意义上、或有效性的真正涵义上,从"$P\wedge\neg P$"推出.他们的批评的焦点放在"或"的歧义上."或"有两种涵义,一是真值函项的涵义,二是内涵的涵义.这种二分法对阐明问题至关重要.相干逻辑是内涵性的.按内涵理解,"$p\vee q$"的真值要求选言肢必须相互关联.他们发现,为使从"p"到"$p\vee q$"的步骤有效,$\vee$(或)应当按真值函项来理解(非内涵的);但从"$p\vee q$"和"$\neg p$"进一步到"q"的步骤,则必须对$\vee$(或)作内涵理解.因此,原先按纯真值函项观点所得的有效性是表面化的和可疑的,它不足以表明这个论证的真正有效性.

从经典逻辑观点看,由于 $A\supset B$ 等值于$\neg A\vee B$,因此选言三段论(从"$\neg A$"和"$A\vee B$"推出"B")就等值于分离规则(从"A"和"$A\supset B$"推出"B").然而从相干逻辑观点看,实质蕴涵的分离规则在 E 系统中已经失效.

不难看出,相干逻辑家从几个方面向经典逻辑提出了挑战:(1)对经典元概念"有效性"的挑战,这一条最为根本.经典逻辑认为相干性与论证有效性无关.结论与前提不相干但有效,至多被看作修辞学上的缺陷.相干逻辑则把"有效性"看作衍推概念必不可少的一个成分.(2)与此相应,相干逻辑引进了一个新的联词衍推

$\propto$,以扩展经典逻辑.(3)相干逻辑取消了经典逻辑的某些推理规则,如邓·司各脱规则,并通过分析实质蕴涵的选言三段论与分离规则的不等值而使分离规则失效.这样,相干逻辑就表现出比模态逻辑更激进的异常逻辑性质.

3 模态逻辑的哲学问题

3.1 关于必然真理的哲学讨论

模态逻辑是研究有关必然与可能的推理规则的逻辑分支,因此它在哲学上起因于必然真理的研究.在哲学史上对必然真理与偶然真理的区分有三种不同方式:(1)必然真理=不能不如此的真理,而偶然真理=可以不如此的真理;(2)必然真理的反面是不可能的,而偶然真理的反面却是可能的;(3)必然真理=在所有可能世界都为真的真理,而偶然真理=仅在现实世界为真而并非在一切可能世界为真的真理.

必然/偶然真理的划分是从本体论视角看的,若从认识论角度来划分则有先验/后验真理.先验真理=能独立于具体经验而认识到的真理,后验真理=必须依赖于具体经验才能认识到的真理.

若从逻辑角度来划分,则得到分析/综合真理.弗雷格认为,分析的真理或者就是逻辑真理或者能借助于纯逻辑术语化归为逻辑真理.辛迪卡的定义是:分析真理=仅仅按意义而真的真理,综合真理=仅仅按事实而真的真理.弗雷格与逻辑经验主义者都认为,必然/偶然真理与分析/综合真理的划分是重合的.

然而,奎因却发现,分析/综合真理的严格划界是不可能的,他在《经验主义的两个教条》一文中证明了这一点.奎因顺着弗雷格思路,将分析真理分为两类:(1)直接是逻辑真理,如"没有一个未婚男子是结过婚的";(2)能通过同义词替换而化归为逻辑真理,如"没有一个单身汉是结过婚的".显然以"未婚男子"来替换"单身

汉"(同义词),(2)就变为(1).为了方便起见,两类可合称为广义的分析真理,第二类可称为狭义的分析真理.奎因对正统的分析真理概念的批评,其火力点集中于第二类,即通过同义词替换还原为逻辑真理的那一类分析真理(见图 1).

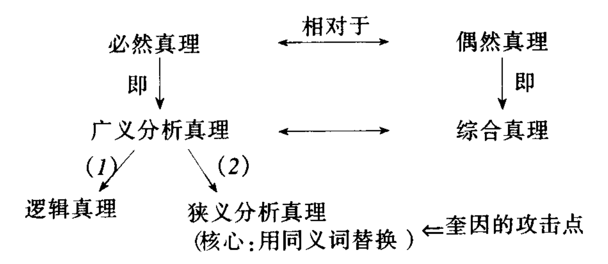


图 1 奎因的反驳模式

奎因在批评时所采取的基本策略在于,指出对分析真理的解释,越深入就越会陷入一种永远打不破的内涵循环.因为同义词的替换只是一种兜圈子的把戏,一种无效劳动,它不能把分析真理真的还原到更简单、更基本、更清晰的原始概念(见图 2).

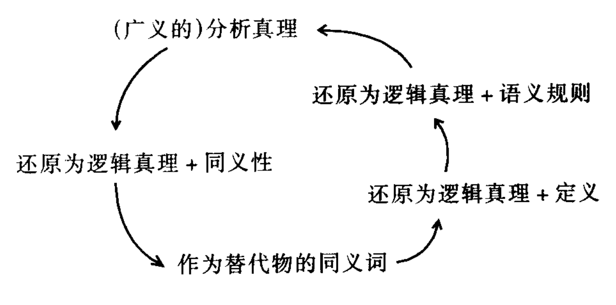


图 2 关于分析真理的内涵循环

3.2 模态逻辑诸形式系统:不同的形式刻划

模态逻辑是一种扩展型的非经典逻辑,它在经典逻辑基础上

添加了一位算子□(读作“必然”)和△(读作“可能”)以及二位算子$\prec$(读作“严格蕴涵”).当然这三个算子并非独立而是可以相互定义.有了这些新算子,模态逻辑就能得心应手地、形式地刻划科学与日常语言中的模态性推理.

在一般模态逻辑的形成规则中,只要 A 是合式公式,就允许 $\Box A$ 作为合式公式.同时也允许有重迭的模态,如 $\Box\triangle p$ 或 $\Box\Box P$.

模态逻辑不止一种.按照公理强弱的不同而排序,就有如下几种最著名的模态系统:

· $S_{0.5}$是最弱的一种模态系统.它由经典逻辑附加公理(1)、公理(2)以及推理规则(R)而组成:

(1)$\Box P \supset P$(必然 P 蕴涵 P)

(2)$\Box(p \supset q) \supset \Box p \supset \Box q$(必然算子的分配律)

(R)若 A 是经典命题演算的定理,则$\vdash_{S_{0.5}} \Box A$.

· 系统 T 是由强化系统 $S_{0.5}$的推理规则而产生的:(1)、(2)两个公理成立,并用规则(R_N)代替(R).

(R_N)若$\vdash_T A$,则$\vdash_T \Box A$.

· 系统 S_4 由系统 T 附加公理 3 而产生:

(3)$\Box p \supset \Box\Box p$(必然命题蕴涵必然命题是必然的)

· 系统 S_5 则由系统 4 再附加公理 4 而产生:

(1)$\Box p \supset p$

(2)$\Box(p \supset q) \supset \Box p \supset \Box q$

(3)$\Box p \supset \Box\Box p$

*(4)$\triangle p \supset \Box\triangle p$(可能 p 蕴涵必然可能 p)

(R_N)若$\vdash_T A$,则$\vdash_T \Box A$.

以上几个模态系统的关系可以简括如下:

$$\begin{cases} S_{0.5}=(1)+(2)+R, \\ T=(1)+(2)+R_N=S_{0.5}-R+R_N, \\ S_4=(1)+(2)+(3)+R_N=T+(3), \\ S_5=(1)+(2)+(3)+(4)+R_N=S_4+(4). \end{cases}$$

按理说,“真理只有一条”,模态逻辑无疑应当对涉及必然、可能概念的整个论域都一概地正确,那末如何理解正确的模态逻辑不止一种呢? 问题的关键在于,必然性并非只有一种含义,这正是模态逻辑多样性的现实基础.莱蒙在 1959 年就提出了一种合理解释:可以把每一个模态系统看作对“必然性”的不同角度的形式化,如 $S_{0.5}$系统 = 重言式观念的形式化,S_5 系统 = 分析性观念的形式化,因而同样是正确的.

3.3 奎因对模态逻辑的责难

模态逻辑从它诞生之日起就一直受到怀疑,尤其是奎因,他从动机、目的、解释这三个方面对模态逻辑进行猛烈抨击.

奎因(W.V.Quine)认为,发展模态系统的动机就是基于一种混淆,因此模态逻辑是由错误孕育出来的.刘易斯发展模态逻辑是以对罗素的实质蕴涵的不满开始的,认为必须用严格蕴涵来强化.然而奎因指出,罗素的实质蕴涵一开始就错了,它只是罗素的马蹄算子 $\supset$ 在语法上不恰当的解读.因为 $\supset$ 只是加于整个语句的语句构成算子,属一位算子;而实质蕴涵却是二位算子(涉及前件、后件两个空位).刘易斯被罗素的混淆所迷惑,是错上加错.

其二,奎因认为,就科学的目的而言,模态逻辑是多余的.苏珊·哈克(S.Haack)对此进行驳斥.因为科学定律常采用虚拟条件句形式,这与趋向性模态的逻辑分析密切相关.

其三,奎因认为,模态逻辑在语义解释上困难重重.他分析了模态的三重含义:(1)“必然”的用法之一,相当于语句的一个谓词.如在“□‘2+2=4’”中,它相当于“…是必然真的”;(2)“必然”用法

之二,是当作语句形成算子,对整句起作用.如在“$\Box(2+2=4)$”中,读作“必然地……”;(3)用法三是当作加在比如存在概括上的算子,构成$(\exists x)\Box(2+2=x)$之类的表达式.奎因认为,(3)比(1)、(2)更成问题.相应地,模态谓词逻辑问题更严重.

奎因的火力点集中在谓词逻辑.在他看来,如果说加在命题逻辑上的模态算子是指称含混的(他认为只有将“必然”解释成句法上的“定理”和语义上的“逻辑真理”才是最恰当的),那末在谓词逻辑中量词与模态词的混合物则更是灾难性的.

根据奎因关于逻辑与本体论的观点,只有量词才能承担本体论承诺,量词是我们谈论事物存在的基本手段.模态词则不是关于事物的,而是关于语言的.只涉及语言的模态词与要求本体论承诺的量词之间存在深刻矛盾,两者混合使用十分荒谬.例如“必然”的用法三中“$(\exists x)\Box(2+2=x)$,意即存在某个x,2+2必然$=x$,这是不可思议的.

奎因还指出,在模态语境中等值代换原则的失效也是一种伤脑筋的问题.例如太阳系“存在九大行星”是无人怀疑的,必然$9>7$也不成问题,然而,下面的语句:

$$\Box(\text{大行星的数目}>7)$$

却是通过等值代换产生的荒谬结果.它实际上意味着存在某种必然大于7的东西(抽象实体),这是难以接受的.

3.4 可能世界的语义学及其哲学疑难

模态逻辑的形式语义学就是可能世界语义学,这是在奎因对模态逻辑的强烈批评的刺激下产生并发展起来的.说来说去,奎因并未说句法不行,而只是说语义和哲学解释有严重问题.诚然,模态逻辑一开始只顾及开拓句法,建构形式系统,一直缺乏配套的语义.正像爱因斯坦的批评从反面促进了量子力学的完善与发展,同样奎因的切中要害的批评也从反面帮了模态逻辑的大忙,促进了模态语义学的完善化.

可能世界的概念发源于莱布尼兹.一个陈述是必然的,当且仅当它在所有可能世界中都是真的.这一思想在可能世界语义学中高度抽象化并形式化了,且与模型论融为一体.一个模型结构是一个有序的三元组$\langle G,K,R\rangle$,其中K是一个非空集,G是集合中的元素,R是定义在集合中的二元关系.克里普克(S. A. Kripke)指出,比如K就是可能世界$W_0,W_1,W_2,\cdots,W_n$的集合,G就是现实世界W_0(为其中一个元素),R可以看作存在于不同可能世界之间的"可通达关系"(accessibility relation),它表征比如W_1与W_2之间的任何可以合理想象的可能联系.例如,在中国历史上项羽在鸿门宴中实际上没杀刘邦(W_0),假如项羽杀了刘邦,就会出现另一个可能世界(W'),从W_0过渡到W'是完全可能的.

在上述模型结构中再添一项赋值函数$\Psi(W)$,它使模态系统中的公式分别指派给K中每一个可能世界W,而且赋值条件得到详细规定.这样,模型就进一步得到量化.于是,一个公式A在模态系统中有效,就当且仅当A的赋值对量化模型结构中K的所有可能世界W都为真.赋值的作用就在于使模态公式与可能世界W挂钩,使句法与语义对应起来.可能世界语义学给模态逻辑提供了十分有力的语义分析工具,它使抽象而多少含糊的模态概念获得了简明、直观而准确的形式刻划.$\Box A$,$\triangle A$为真在形式语义学层次上都有了精确的规定.

然而,可能世界语义学毕竟碰到了哲学疑难:一是可能世界的本性问题,二是如何辨别跨越不同世界的同一个体,诸如此类.

关于可能世界的本性,哲学上有三种解释.(1)语言学解释.辛迪卡(J. Hintikka)认为,"可能世界"只是一种说话方式,由最协调一致的语句集合所组成(1969).(2)概念论解释.克里普克认为,"可能世界"只是一种思考方式,我们借以想象这个世界可以有不同形态(1982).(3)本体论(实在论)解释.*D*.刘易斯坚信"可能世界"是独立于人类语言或思想的真实的抽象实在.

关于跨越世界的辨认(cross - world indentification)这一疑难,有

四种解答.(1)本质主义解答.每一个体之所以成为该个体,就在于它具有一些特有性质或本质属性.贝多芬之所以成为贝多芬就在于他的独特音乐才能.判别其他可能世界的个体能否成为同一个体的标准,就在于他是否具备同一本质属性.(2)"专名=固定记号"的解答.克里普克认为,专名就是固定记号,在所有可能世界都指称同一个体.亚里士多德就是亚里士多德,他只是父母所生的那个血肉之躯.从他起名字那天起有个连续的因果链保证"他"只是指他自己,即使他在另一可能世界不是"柏拉图的最杰出的学生"、"亚历山大大帝的老师",而去当了木匠,他仍是亚里士多德.(3)认为这个疑难本身就是个虚妄的问题,许多哲学家被"可能世界"的字面意义弄糊涂了(辛迪卡等).(4)大卫·刘易斯所提出的"副本理论"(1968).据此,每个个体只能存在于一个可能世界之中,其他可能世界中的相似物只是其"副本"而已.借用现在流行的说法,假定采用克隆技术"克隆"出若干个与爱因斯坦的基因组合一模一样的人,分别放在不同的可能世界之中,有的当物理学家,有的当赌徒,有的当鞋匠.这样我们似乎可以合理讨论"爱因斯坦可能当赌徒"是否为真的问题了,但实际上谈论的不再是原来的那个个体,问题并未真正解决.

4 对应原理——非经典逻辑群的通用原理

4.1 什么是对应原理

贝塔朗菲的一般系统论的纲领性思想就是,研究不同领域的概念、规律、模型的同形性,寻找通用原理,并帮助在各领域间转移使用.[①]我们认为,对应原理是非经典逻辑一条重要的通用原理.正如物理学的非经典理论与经典理论之间遵守对应原理,逻辑的

---

① 贝塔朗菲.一般系统论.北京:社会科学文献出版社,1987:12.

非经典理论与经典理论之间也遵守对应原理.多种非经典逻辑各有巧妙不同,但就其与经典逻辑的相互关系而言,大都满足对应原理.

我们把对应原理看作逻辑哲学和逻辑方法论性质的一条原理,并把它简括为如下形式:

经典逻辑是非经典逻辑的前身,待建的非经典逻辑及其定律、公式将在极限情况下趋近、过渡到经典逻辑及其对应的定律、公式.

展开来讲,对应原理的实质内容有三个方面:

(1)非经典逻辑与经典逻辑之间存在重大差异(扩展型逻辑)甚至"根本对立"(异常型逻辑).

(2)非经典逻辑与经典逻辑之间存在"渐近一致关系",即非经典公式在某种极限条件下,将自动退化,趋近于经典公式.反过来这种渐近一致性可以作为猜想未知的非经典公式的合理依据.

(3)在"合理改写形式"下,非经典逻辑与经典逻辑之间可以找到更一般的"对应性处理方式".因此,可以自然地预料,经典逻辑的基本概念和公式在失去普遍有效性之后,仍是建构非经典逻辑的未知概念和公式的有力的辅助框架.

第一条讲的是,作为先行理论的经典逻辑与待创的后继理论(即非经典逻辑)之间的区别.(可参阅1.3逻辑的划界)

第二条讲的是,待创的非常规的后继逻辑理论,对经典理论仍有继承性,而且是可以作形式刻划的或量化的某种一致关系.这种渐近一致关系,是基于先行的逻辑理论创造后继理论的一个相对的立足点和出发点.

第三条讲的是对应性处理,即如何充分利用先行逻辑理论作辅助框架来发现和发展非常规的后继逻辑理论,关键在于既要注意"对应性"又要进行"合理改写".

就非经典逻辑而言,与经典逻辑的"对应性"具有引导作用,而对经典逻辑"合理改写"的实质就是要把后继的非经典理论的特异

性改写进去.这两方面的结合就叫做"对应性处理".只有把特异性"改写"进去才可能创新.

是否存在从经典逻辑转换到非经典逻辑的一般算法、纯形式规则或可操作程序呢?我们的答复是,实现这种过渡的单义的机械程序、算法或绝对固定的推理格式是不存在的.然而,对应原理却起着类似于启发式程序的作用,它可以看作从经典逻辑转换到非经典逻辑的特殊通道或一座桥梁,它能预示通向逻辑新领域中未来理论的正确方向.

对应原理核心内容中的第二条,即"渐近一致关系".它很容易受到一种表面化观点的曲解.固然,"渐近一致关系"确实表明二者之间存在一定的联系渠道,表明非经典逻辑确立之后经典逻辑仍能作为近似真理而在限定范围内有效.然而,如果一味强调公式的"退化"和"还原",只知道"向后看",那就大错特错了.

作为非经典逻辑通用原理的对应原理,其真正价值在于"向前看",在于转换,在于启发创新.只有把前述三大要素("对立性"、"渐近一致关系"、"对应性处理")联结成一个整体,才能把握对应原理的实质.有人把对应原理比作"魔杖",说用它一碰,经典描述就能变为非经典描述.(他们说的是量子论,我们借用来说明非经典逻辑.)这一比喻形象地说明了对应原理在两种不同的理论框架之间的转换作用.这样看来,在对应原理中所实现的"极限过渡",确实不是简单的归并、还原和退化,而是具有"对立面转化"和"质的飞跃"的意义.对于我们具有头等重要意义的是:对应原理是创建非经典逻辑的极重要的助发现原则.

4.2 量子逻辑与对应原理(略)

4.3 次协调逻辑与对应原理

次协调逻辑(paraconsistent logic)的创建者在一开始就为次协调形式系统(首先是命题演算系列 Cn)规定了基本要求.其中有好

几条都很好地体现了对应原理对开创新的非经典逻辑的指导意义或示向性作用.其中最有代表性的两条是:(ⅰ)必须尽可能多地包容经典命题演算 Co 的推理模式和演绎规则(除非它对表明新逻辑的特异性有妨害);(ⅱ)经典命题演算的所有定理在次协调命题演算(为等级谱系)的"合经典命题"(即遵守矛盾律的命题)中仍然有效.这两个限制条件清楚表明了次协调逻辑与经典逻辑之间存在渐近一致关系,次协调公式能在极限情况下过渡到经典公式.另外两个要求:(a)在次协调系统中矛盾律$\neg(A\&\neg A)$将不再普遍有效;(b)在诸次协调系统中邓·司各脱规则失效,也即从两个矛盾命题出发不能一般地演绎出任何命题 B.后两个限制条件反映出次协调逻辑的特异性,或者说它与经典逻辑存在根本对立性.

次协调逻辑在具体建构形式系统过程中,特别是在"稳固性算子"的使用技巧上,集中表现出对应原理的启发性作用.在次协调逻辑中,任一次协调公式 A,只要在其右上角画个圆圈(A°),原有公式就自动退化为经典公式.具体地说,A°为公式$\neg(A\wedge\neg A)$的缩写,即表示 A 遵守矛盾律.在 A 右上角的圆圈°看作一种特殊的算子,称作"稳固性算子",它行使对应原理所要求的"极限过渡"的功能,作用在公式 A 上,A 就变为合乎经典要求的"合经典的"(well - behaved)公式.与稳固性算子相关,次协调否定$\neg$与经典否定之间也满足对应原理.次协调否定并不一般地遵守矛盾律(A 与$\neg A$ 之间可以部分地重迭,并非非此即彼).经典否定(用打星号来区别)$\neg * A =_{df} \neg A\wedge A^{\circ}$.这就是说,次协调否定一加上矛盾律限制就转化为经典否定,$\neg * A$ 是$\neg A$ 的特例.

我们再来看看,在次协调命题演算 C_1 的公理中稳固性算子是如何行使对应原理的功能的:

(12)$B^{\circ}\supset((A\supset B)\supset((A\supset\neg B)\supset\neg A))$

(13)$A^{\circ}\&B^{\circ}\supset(A\supset B)^{\circ}\&(A\&B)^{\circ}\&(A\vee B)^{\circ}$

第一式表明,在次协调形式系统中,尽管归谬律失去普遍有效性,但对合经典命题,归谬律却仍然有效.第二式则表明,如果 A、B 都

是合经典的,那末连结 A、B 的蕴涵式、合取式、析取式全为合经典的.由此可见,尽管次协调逻辑在总体上以“亦此亦彼”模式替代了“非此即彼”模式,然而扬弃之中有保留、有继承.在稳固性算子所圈定的有限范围内,矛盾律与经典逻辑继续有效.反过来说,上述两个公式还有深一层的含义,即在矛盾律管辖范围之外(也就是次协调系统内的非“合经典命题”),就允许不平凡的矛盾.

在次协调辩证逻辑的命题系统 DL 中,达科斯塔与沃尔夫干脆推出了这样的定理(其中有两种否定词,~是经典的,$\neg$是次协调的):

(28) $\vdash \neg A^{\circ} \supset . \sim (A \vee \neg A) \vee (A \wedge \neg A)$

(29) $A^{\circ} \vee \neg A^{\circ} \vdash (A \vee \neg A) \wedge (\sim A \vee \sim \neg A)$

$\vee \sim (A \vee \neg A) \vee (A \wedge \neg A)$

第一式明确地表示了辩证逻辑的非经典性质:如果 A 不是合经典的,则 A 不遵守排中律或者不遵守矛盾律(两者可兼).第二式则将遵守排中律、矛盾律的“合经典公式”与不遵守排中律、矛盾律的并非“合经典公式”两者统一了起来.第二式充分体现了对应原理的要求:经典公式是非经典公式的前身,前者作为一种极限情形(使用稳固性算子来圈定)包含在后者之中,而后者将构成更普遍的逻辑形式.

5 非经典逻辑的起源

5.1 改造经典逻辑的一般策略原则

非经典逻辑的起源问题也是从逻辑哲学的根本问题中派生出来的.如前所述,建构任何一种新逻辑系统的基本目标在于,使系统内有效的形式推理要与系统外的非形式原型恰当地相符,这是逻辑哲学的根本问题.当然,“恰当相符”是一个动态发展的历史过程.

自从经典逻辑创建时起,就不断有人提出要改进、补充甚至创新.每一种认真修改的企图都意味着一种新逻辑的潜在可能性.那末,经典逻辑究竟面临着什么疑难?逻辑学家们采取了什么对策?修改的基本途径和方法是怎样的?在此过程中能产生什么新逻辑?

当经典逻辑在应用或解释中不能恰当地再现直观上有效的非形式原型时,当社会生活和科学推理中产生新的实际需要时,逻辑学家们面对着要求改造经典逻辑的压力将采取各种可能对策.从根本上说,可能的对策可以归结为两大类:第一类是温和的、改良的对策;第二类是激进的、革新的对策.

温和的对策包括以下几个方面:

(1)对经典逻辑进行扩展的反应.不触动经典逻辑的基本公理和推论规则,保留原有的基本算子(否定、析取、合取、蕴涵等),并增添一些新算子,从而构造成扩展型的非经典逻辑,即"扩展逻辑".这一种是最根本的.

经过扩展各种有关的新算子及支配有关算子的公理/规则,就可以获得:能适应于"模态语句"、"道义语句"或"时态语句"的新形式系统.(而对这类语句经典逻辑的形式系统是无能为力的.)尽管有所扩展,但逻辑的基本公理/规则都没有改变.

(2)经典逻辑的"保护带变形"策略.整体上保留经典逻辑,但作出某些特别调整(增添某些辅助假说).或者对难处理的非形式论证,设法作出特别表述,或者不修改句法但修改语义解释,使得难处理的论证最终得到妥当的表述.

逻辑哲学中的这种对策与科学哲学中拉卡托斯在《科学研究纲领方法论》里所说的"保护带变形"策略是极为相似的.当一个科学研究纲领受到"反例"威胁时,为了维护核心的理论定律("硬核"),就必须对核心理论外围的辅助假说(即"保护带")作些调整、变形,使"反常"重新得到合理解释,使新事实被消化、吸收.

罗素的"摹状词理论"可说是逻辑哲学中的"保护带变形"策略

的典型案例.摹状词理论属于"意义理论"的范畴,它对逻辑哲学与语言哲学都很重要.或说,语言表达式(包括摹状词)的意义,正是逻辑学者与语言学者共同关心的一个哲学问题.

摹状词理论是经典逻辑所碰到的反常和疑难而引起的.这些疑难和反常是:(ⅰ)经典逻辑家中有一种极端的观点认为,一个表达式的意义就是它的指称即外延("外延逻辑"就因此得名).按这种理解,没有指称或外延为零,也就没有意义.可是关于假想存在物的表达式虽然没有指称、外延为零却有意义.当你说福尔摩斯是一个医生时,大家都会笑话你"真糊涂";而当你说福尔摩斯是一名侦探时,谁也不会有意见.可见我们完全可以有意义地讨论"负的"存在物.这叫做"负存在句疑难".纯外延观点不能解决问题.(ⅱ)经典逻辑在逻辑上持原子主义观点,也就是认为一个复合表达式的意义完全由原子表达式的意义所决定.并且经典逻辑认为,重言式(如排中律)在任何情况下永真.可是,外延为零的表达式又让人为难了.当今的法兰西国王是秃头还不是秃头?当今的美国皇帝是胖子还不是胖子?都不对.排中律在此失效.因此称作"排中律悖论".按照纯外延观点看,其中原子表达式和复合表达式都是无意义的或不确定的.(ⅲ)还有第三个疑难是,在经典逻辑中原先认为是天经地义的等值替换规则,在特殊的内涵语境中失效.例如孙悟空就是孙行者,孙悟空上西天取经就是孙行者上西天取经(这是等值替换),可是知道孙悟空的却可以不知道孙行者(等值替换失效).同样,根据天文学常识,金星有时出现在早晨,称晨星,有时出现在黄昏,称暮星,实际是同一个行星.可是有的天文知识不足的人,知道暮星却不知道晨星.本来同一的事物却造成了不同一的结果.称作"同一悖论".

为了对付上述三大疑难,罗素特别设计、发明了一种辅助假说——摹状词理论,其目的是维护经典逻辑及其意义理论的基本内核.罗素的核心思想是将单独名词划分为专名和摹状词.专名就是具有命名功能的语词,它能指称对象,被指称的对象就构成它的

意义.摹状词是具有描述功能的语词,它虽有意义却并不指称对象.这样,那种虚构的存在物如"金山"就可以合理地解释为摹状词,它并无具体指称,但有意义,其意义只是共相,如金的性质和山的性质.有了摹状词解释,人们就可以有意义地讨论"金山不存在".至于排中律悖论中"当今法王是秃头"的语言表达式,按逻辑形式可以展开为(a)至少有一个当今法王是秃头;(b)至多有一个当今法王是秃头;(c)每一个当今法王是秃头.(a)(b)(c)三句合取并一句,罗素认为它显然为假,但"当今法王"作为摹状词却仍有意义.最后是同一悖论的解法.根据摹状词与专名性质上的根本不同,可以解释等值替换规则失效的原因.例如由同一律 $x=x$ 永真,可以推出苏格拉底=苏格拉底(专名),却不可以推出当今法王=当今法王(因为摹状词的特点不同于专名).以上讨论的是保护带变形策略.

(3)为逻辑的许可范围划界的反应.这种对策是,将经典逻辑无法适用的、但实际上在使用的某些非形式论证,干脆从逻辑的许可范围中排除出去.例如否认"胡说逻辑"(即所谓"无意义语句的逻辑")是逻辑,理由是真正的逻辑只能处理有意义的语句.

与温和的对策相应,激进的对策则包括以下几个方面:

(1)对经典逻辑进行限制的反应.保留经典逻辑的词汇,却触动、限制、修正其基本公理或推论规则.这样就能得出异常型的非经典逻辑,即异常逻辑.这一条最根本.

例如,在经典命题演算中排中律被认为是普遍有效的.它可以表述为 $A \vee \neg A$,即一个命题和它的否定必有一真.可是,直觉主义逻辑的先导者布劳维尔认为,排中律只是从有限事物中概括出来的,若将它运用到无限的场合,难免会犯错误.例如,有一个命题断言:"圆周率 π 的小数表达式 3.14159……中将有七个连续出现的 5",对此,既无法肯定也无法否定。因为 π 是一个无理数,是无限的不循环小数.故 $A \vee \neg A$ 不能获证.海丁继承了布劳维尔的思想,构造了直觉主义的命题逻辑与一阶谓词逻辑(1930 年),它拒

绝排中律.从根本上触动了正统数理逻辑的核心！因此直觉主义逻辑是一种异常的逻辑.

(2)对经典元概念的挑战.异常的形式系统的创立常伴随着元逻辑层次上的新概念的发明.例如莱辛巴哈的三值逻辑对经典的真、假二值概念提出挑战,引进了“不确定”这个中间真值(第三值).达科斯塔的次协调逻辑使经典的真、假概念和否定词的“非此即彼”性质经受更深刻的革命,A 与非 A 同真或同假也是可能的.对于次协调否定词,矛盾律不再普遍有效.又如相干逻辑强调结论与前提之间的“相干性”,认为脱离相干性(没有公共变元)的推论并不真正有效,相干性的形式化是可能的.与此同时,相干逻辑否定了经典逻辑意义上的“有效性”概念(如“$2+2=5$ 蕴涵雪是白的”之类的蕴涵式不再是真正有效的).再如模糊逻辑甚至表明出与经典逻辑根本背离的倾向.从经典逻辑立场看,“含糊性语句”理应看作不合格语句从逻辑中清除出去.而模糊逻辑的创导者却认为,科学与现实生活中存在着大量行之有效的“含糊性语句”,问题出于经典逻辑自己身上.因之,他们建议引入一种新的形式系统以适应“含糊性语句”的现实.这种新逻辑使“属于”概念等级化、多值化(不再只取 0 或 1,而取 0 到 1 之间的连续的无穷个值).它不仅有模糊化的真值(真、很真、不很真、有点真等等)和模糊真值表,而且使得推理规则的有效性变成只是近似的等等.

(3)对有关逻辑的范围和目标的经典概念提出挑战,即修改逻辑范围的反应.经典逻辑历来认为,逻辑是研究思维(推理规则)的,逻辑规律是普遍有效的,逻辑的适用范围比数学更广.可是直觉主义者却认为,逻辑并不适用于所有论题(如排中律对无限数不适用).反过来,数学的范围却比逻辑更广些.海丁明确说过:“没有一种科学,特别是没有一种哲学或逻辑可以作为数学的先决前提.如果引用任何哲学原则或逻辑原则来作证明的工具,那将是一个循环,因为在表述这些原则时已经用到数学概念了.”直觉主义者打破了关于逻辑的范围、逻辑与数学关系的经典概念.

值得指出,这些逻辑革新者的激进对策,都是针对经典逻辑存在着他们所看到的"不正确性".对经典元概念的挑战或对有关形式化目标的经典概念的挑战,是他们提出激进的异常逻辑的思想基础.相比之下,那些逻辑改良主义者的温和对策,则是针对经典逻辑存在着他们所看到的"不恰当性".这就从哲学角度解释了为什么形形色色的"扩展型"的和"异常型"的非经典逻辑会产生出来,以及为什么经典逻辑内部可以通过特别变形而得到新的辅助性理论.

5.2 作为一种非经典逻辑的现代归纳逻辑

归纳逻辑的根本问题是归纳逻辑系统(特别是其形式系统)与相应的现实原型的恰当相符性问题.这种"恰当相符"是通过一个曲折历史过程逐步实现的.

从逻辑思想史上看,尽管亚里士多德对归纳法有所研究,尽管从 F·培根到穆勒的古典归纳主义者大大推动了归纳逻辑的发展,但传统归纳逻辑只侧重于因果方法的研究,沿着培根和穆勒所开辟的道路,一些现代归纳逻辑学者,把穆勒方法中隐含的因果关系进一步分析为条件关系,或者研究"因果陈述"的形式化、系统化问题.这构成所谓"培根方向",相应的是现代归纳逻辑的"因果理论".另一方面,由于休谟对因果必然性的质疑以及由于统计力学和量子力学的兴起,使一些逻辑学家用概率性规律替代经典的因果规律,试图用概率论来挽救传统归纳逻辑,这就是代表现代归纳逻辑主流的"概率方向",相应的是现代归纳逻辑的"概率理论".

与经典的演绎逻辑(也与传统归纳逻辑)相对立,概率归纳逻辑作为一种异常的非经典逻辑发展成独立的系统.它在元逻辑层次上发动了概念革命.其主要特征是"证据支持"概念被形式化、概率化.概率归纳逻辑把"概率"概念提高到中心地位.无论归纳逻辑与演绎逻辑都是研究推理的前提和结论之间的关联性及其证据支持的强度的,而这种关联性和支持强度可以用"概率"来刻划.推理

可以有不同的支持强度:(a)前提百分之百地(即概率为 1)保证结论真,称演绎地真.(b)前提在相当程度上(即概率大于 50% 却又小于 100%)是结论真的好的证据,却不能百分之百地保证它真:称归纳地真(证据支持的程度越高,即归纳强度越大).

因此,从概率归纳逻辑观点看,演绎的实质是必然的推理,归纳的实质是或然的推理,这种推理之所以带或然性,是因为结论超出前提所断定的事实材料之外.可见,归纳推理实际上就是概率性的推理,资料(前提)真时,不能事先知道结论是否必定真,不能绝对担保得到真结论.

概率归纳逻辑学者还特别考虑了人的认识成分.他们把推理者对某一命题的信念、相信程度称作置信度.于是,演绎推理可以重新解释为这样一种推理,在这种推理中,对前提的充分置信(接受),必然地、百分之百地转移到对结论的充分置信(接受).相应地,在归纳推理中,对前提的置信度只是部分地转移到结论中去.演绎推理中前提对结论有最大的支持关系,归纳推理中的支持关系则稍逊些.

在非帕斯卡概率出现之前,“帕斯卡”(Pascal)成了概率公理的代名词.然而,概率归纳逻辑的正统观点在科学的实际应用中碰到了巨大的困难,因此又出现了“非帕斯卡概率”的革命!

要解决帕斯卡概率归纳逻辑的困难,归纳逻辑学家也可以有两种不同的对策:一是保守的策略,即让科学实际(非形式的现实原则)削足就履地迁就逻辑句法(旧的概率公理),至多是通过辅助假说来维护旧的核心原理;二是激进的革新策略,采用新的逻辑句法以适应科学实际的需要.后一种对策认为问题的症结恰恰在于经典概率演算的核心原理要修改.非帕斯卡概率的推崇者沙克尔(G. Shackle)和科恩(L. J. Cohen)所采取的正是第二种对策.他们分别从决策论或逻辑角度进行了探索.

非帕斯卡概率归纳逻辑刷新了帕斯卡公理中的否定原则与合取原则.第一,由于科学理论一般不具备完全性,因此帕斯卡的否

定原则$[c(-h,e)=1-c(h,e)]$不再成立.例如光的波动说以80%概率为真时,对立假说粒子说并非以20%概率为真.第二,由于因果效应和证据事例是不可加的,因此概率演算中的合取原则$[c(h\&i,e)=c(h,e)\times c(i,e\&h)]$也不再成立.在此基础上开拓了全新的概率归纳逻辑.①

5.3 建构多值逻辑的不同的认识论动因

多值逻辑是作为一种非经典逻辑出现的,它与经典逻辑只有真、假二值不同,允许有三个或三个以上的真值.从逻辑史看,即使亚里士多德本人也曾对逻辑的二值性持保留态度,而在本世纪初麦柯尔(H. MacCall)则提出过形式方面和哲学方面的改进建议.此后,有越来越多的学者创导多值逻辑,其中有逻辑学家、数学家,也有科学哲学家,他们各有自己特有的认识论动机.不过,最早的多值逻辑系统却是卢卡西维茨和波斯特所创建.

卢卡西维茨(J. łukasiewicz)在分析关于将来的偶然陈述时注意到,仅仅用真假二值来表述则在逻辑上是不充分的.非必然的"未来陈述"(例如"明年12月21日中午我在华沙")是至今尚未成真或成假的,应当是可能的而且是"未定的".为了对此作恰当刻划,他在真假二值之外引进了第三值"未定的",并在此基础上建立了三值(乃至多值)逻辑.

莱辛巴哈(H. Reichenbach)在研究量子力学的哲学基础时发现,如果用经典逻辑去说明量子的测不准特性,则会产生因果反常.然而若采用三值逻辑(引进第三值"不确定",并增加新的否定词、蕴涵词等)则能合理解释量子实验,而又不触犯因果律.

鲍契瓦尔(D. A. Bochvar)出于克服语义悖论的需要也考虑了一种三值逻辑方案(1939).他发觉,对于像"这句话假"那样的语

① 详见桂起权、任晓明的论文《乔·科恩的非帕斯卡概率归纳逻辑》,1991年12月全国首届科学逻辑研讨会.

句,断定其真则变为假,断定其假则变为真.因此根本不应该指派普通的真、假值,而应赋以第三个新真值"悖"或"无意义".

克利尼(S.C. Kleene)在研究数学证明发现,对于数学陈述来说真、假二值已经不够用了.例如,对于 $P(x)$,$1\leqslant\frac{1}{x}\leqslant 2$,并非只有真、假两种可能性(当 $x<1/2$ 且 $x>0$ 或者 $x>1$ 时它为假;当 x 处于 1/2 到 1 之间它为真),因为 $x=0$ 时它变得无定义或不可判定.为此,他引进了第三值"不可判定"并构造新型的三值逻辑,以恰当刻划数学中不可判定语句的逻辑性质.

以上所有学者尽管出发点各异,却一致看出了经典逻辑真、假"非此即彼"的局限性,都积极尝试探索允许中介状态的逻辑新模式.

5.4 经典逻辑矛盾律、排中律的扬弃(略)

6 逻辑中的真理问题

6.1 逻辑真理是唯一的吗?

由于逻辑系统的多元化倾向的发展,引起了逻辑哲学家对逻辑本身的反思.真理是无条件的还是相对于逻辑系统的?正确的逻辑系统是否唯一的?到底什么叫"正确"呢?如此等等.

对于"是否存在唯一正确的逻辑系统"的问题,在逻辑哲学中有三种极不相同的回答:(1)一元论的回答:是的,只有一种正确的逻辑.初学逻辑的人特别愿意接受它.(2)多元论的回答:不,正确的逻辑系统并不止一种.逻辑真理只是相对于一定的形式系统而言的.或多或少接触过不同形式系统的人比较愿意接受逻辑多元论.(3)工具主义的回答更加干脆:根本无所谓什么"正确"的逻辑,逻辑就是一种思考的工具,仅此而已.所谓"合理",只能说一种逻

辑是否实用、方便或有成效.

从唯物主义反映论观点看,正确性概念建立的基础在于形式系统内外相符性的比较,即作为映象、模写的形式系统必须符合它的非形式原型.逻辑一元论或逻辑多元论的观点都可能用反映论来说明.最极端的工具主义观点从根本上取消了形式系统内外的比较问题,逻辑只被单纯地当作规则、程序的集合.因此,他们至多在实用主义意义上使用"真理"、"正确"的概念.

另一个相关问题是:"异常逻辑"与经典逻辑是否必定势不两立、相互排斥呢? 对此,逻辑一元论的态度是:是的,异常逻辑与经典逻辑两者必须二中择一,因为互不相容;同时又认为扩展逻辑(如模态逻辑)与经典逻辑彼此相容,都可以作为"正确逻辑"的一部分.逻辑多元论的态度是:也认为经典逻辑及其扩展都是正确的,即使异常逻辑与经典逻辑看来是相反,然而"势不两立"只是表面的.多元论又分为:局部多元论与整体多元论.前者主张,不同论域需要自己独特的逻辑,不同的逻辑都可以是局部地正确的.例如经典力学需要经典逻辑,而量子力学则需要量子逻辑.后者主张,逻辑的真理必须对任何论域一概地整体地正确,而不能是"公说公有理,婆说婆有理".然而,"多元性"和相对性却可以通过"多角度"或"多方面"性来得到体现.异常逻辑与经典逻辑可以在不同的意义上同时成立.实际上,在逻辑中印刷上相同或相似的合式公式,"有效"或"逻辑真理"等概念却并非在真正相同的涵义上被使用.因此,形式相似或相同的合式公式并不刻划相同的非形式原型.关键在于语义解释上可能会有实质性区别.这样可允许异常的与经典的逻辑在不同的特定意义下同时成立.另一方面,不同的逻辑系统,从不同侧面都是正确地刻划了非形式原型,因而在解释的涵义上都是正确的.可见这种多元论是与一元论相通的.不管逻辑哲学家本人是否意识到,整体多元论的观点实质上是符合辩证唯物论的能动反映论的.

逻辑的工具主义也可以分为激进的和温和的.激进的工具主

义,实质上是与局部多元论相通的.在真理论上都持相对主义观点.温和的工具主义尽管把逻辑看作推理工具,但仍认为背后有个正确性问题,唯有能保证"从真推出真"的逻辑才是正确的逻辑.这样,它实质上与整体多元论又是相通的.因为它承认在相对性、多元性背后有某种真实的东西.

6.2 逻辑知识是可误的

有人说"逻辑真理(本身)是可误的",恐怕逻辑学者们不能接受这一说法.但是,被认作"逻辑真理"的那种信念却确实是可误的,因为人的认识是可误的.

在科学哲学中,知识可误论的观点逐步代替了知识无误论.科学史事实一再表明,科学上的任何信念、理论、方法都有可误性.自从牛顿以来,人们总认为质量不变,作用与反作用是同时的,可是相对论却表明久经考验的牛顿理论仍是可误的.

目前可误论正在向逻辑领域渗透.然而,逻辑的可误论比科学知识可误论更难被人接受.例如波普是坚决主张科学可误论的,却预设了逻辑无误论.一般人往往误以为,逻辑是关于"必然真理"的特殊论域,理应具有天然的认识论上的保险性.然而,即使经典逻辑的基石——矛盾律、排中律也是可修改的.

康德曾以为,亚里士多德逻辑与欧几里得几何都已经完成,它们是普遍、必然、唯一真的;后来,事实表明那只是一种不切实际的幻想.弗雷格曾认为,算术在他那儿已经化归为自明的逻辑真理,可是,不久就在弗雷格系统内发现了罗素悖论.可见,被认作逻辑真理的信念也仍然可能被证伪,并没有想象所赋予的自明性和必然性.

任何逻辑学家关于逻辑真理的认识和信念都具有可误性,没有一种逻辑理论能成为终极真理,可以担保永远免于修改或被证伪.辩证唯物论真理观的一般原则对逻辑真理来说仍然有效.逻辑真理有其客观基础,逻辑认识能够为其现实原型提供正确的映象

或模写,但这是通过曲折的动态历史过程逐步实现的.逻辑真理也是相对真理与绝对真理的辩证统一.逻辑真理是相对于形式系统而言的.尽管逻辑认识具有可误性,逻辑真理具有相对性,然而逻辑真理又有绝对性.在逻辑中,每一相对真理之中也都包含着绝对真理的颗粒,绝对真理恰恰是由无数相对真理的总和所构成的.经典逻辑的排中律尽管在量子逻辑中失效,经典逻辑的矛盾律尽管在次协调逻辑中失效,然而在极限情况下却仍然是正确的.对应原理的存在是经典逻辑拥有相对的逻辑真理(并包含绝对真理成分)的重要佐证(见前文第 4 章).

6.3 互补又互斥的真理理论的辩证综合

在西方哲学史上,有三种关于真理的一般类型的理论:(1)符合论,照它看来,当且仅当命题或信念"与实在相符合"时才是真的;(2)一致论,对它来说,当且仅当命题或信念与其它命题或信念中的大多数"相一致"并且自身一致时才是真的;(3)实用论,它认为,当且仅当命题或信念"发生效用"时才是真的.

符合论、一致论和实用论在科学与日常生活中都有现实基础.然而,以符合论为一方,而以一致论和实用论为另一方,它们所考虑的直观根据是极不相同的.符合论偏重于考虑真理有不依赖于人的认识的独立实在性,无论人们掌握多少"理由"不相信它,但它仍然可为真;一致论和实用论则偏重于考虑命题的"真理"与相信的"理由"之间的密切联系,甚至把"真理"直接规定为"相一致"或"发生效用".符合论肯定了真理的独立性,却忽视关于相信命题的"理由"与命题的真理性之间的联系;一致论与实用论懂得"理由"与"真理"的联系的必要性,却又将信念的理由绝对化,忽视真理可以不依赖于相信的理由.实际上,"理由"与"真理"是互补的.相应地,在符合论和一致论与实用论的争论中,一方的优点正是另一方的缺点,竞争的双方也是互补的.

辩证唯物论者是客观真理论者,坚决反对对"符合"作唯心曲

解;也不否认"真理在逻辑上是一贯的",但不能归结为逻辑主义的一致论,因为任何辩证矛盾也是一贯的而且意味着更深刻的真理;辩证唯物论主张"实践是检验真理的唯一标准",比其他理论更强调真理在客观性基础上的实用性,但不能归结为实用主义.除了要对以上三者进行辩证的综合之外,还要更广泛地汲取各种真理观中的一切积极成果.

塔尔斯基(A·Tarski)提出了真理的语义理论.其主要目的在于用现代逻辑手段克服"语义悖论",以合理重构真理定义.关键在于区分出元语言与对象语言.在将语言划分不同层次的基础上,他提出了真理定义的实质妥当与形式正确的条件.真理的语义理论是符合论与一致论的特殊形式的结合.在解决作为"真语句"的真理定义过程中,他确立了现代逻辑语义学的基础.

兰姆赛(F.P.Ramsey)提出了真理的多余论.他的基本想法是:谓词"真"和"假"是多余的,它们可以从所有的语境中消除掉而又没有语义损失.兰姆赛说,"P 是真的"意思与"P"相同;而"P 是假的"意思与"非 P"相同.我们虽不能直接消去"真",但可以改换表述方式,从而消去"真".

在逻辑哲学中,主要的真理理论就是上述的五种.其中前三种理论认识论意味较强,后两种理论更多地注重逻辑技巧.在辩证唯物论者看来,真理理论确实是必须实质上妥当而形式上正确的,因此完全有必要从语义学角度对真理概念作细致的分析.

总起来说,真理与实在的相符性、真理的前后一贯性、实用性以及真理概念在语义学上的形式正确性等诸种性质,都是合理的真理概念不可缺少的组成部分.我们的真理观念将是批判地汲取前人积极成果之后所得到的辩证的综合.

综观上文,我们有选择地讨论了逻辑和逻辑哲学的划界、逻辑与现实原型的关系、形式化的启发式程序、非经典逻辑与经典逻辑的关系及其通用原理、改造经典逻辑的对策与多种非经典逻辑的起源、模态逻辑的哲学问题与可能世界语义学、逻辑的真理理论,

并涉及意义理论.限于篇幅没有讨论悖论、逻辑与本体论.以上是逻辑哲学的主要问题.

(作者:桂起权)

参考文献

[1] Susan Haack.逻辑哲学,英文版,1978.

[2] W.V.O.Quine.逻辑哲学,英文版,1970.

[3] N.Rescher.哲学逻辑文集,英文版,1968.
荷兰,D.Redel 出版公司,1968 年版.

[4] A.C.Grayling,《哲学逻辑导论》1982 年英文版.
美国,收获者出版社(Harvester Press)1982 年版.

[5] 桂起权.当代数学哲学与逻辑哲学入门,上海:华东师范大学出版社,1991.

[6] 陈波.逻辑哲学引论,北京:人民出版社 1990.

术 语 索 引

[逻辑学方法]

[重要符号]

人名索引



ISBN 7-305-03381-2/Z·73
定价:39.00元

[General Information]
书名=方法论全书　一　哲学逻辑学方法
作者=李志才主编
页数=780
SS号=11993298
DX号=
出版日期=2000年03月第1版
出版社=南京大学出版社